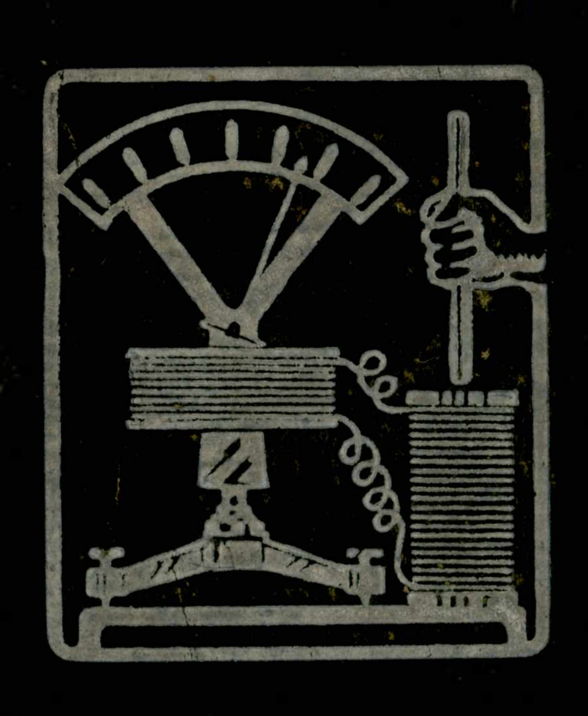
ENRIQUE LOEDEL

FISICA ELEMENTAL



Editorial ESTRADA

FÍSICA

ELEMENTAL

POR EL DOCTOR

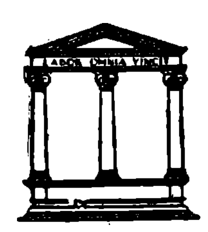
ENRIQUE LOEDEL PALUMBO

Profesor de física en los colegios secundarios y en la Facultad de Ciencias Físicomatemáticas de la Universidad Nacional de La Plata. Profesor de metodología y encargado de dirigir la práctica pedagógica de los alumnos del profesorado en matemáticas y física de la misma Universidad.

Responde a los programas de enseñanza media (Colegios Nacionales, Escuelas Normales, etc.)

SEXTA EDICIÓN

(Reimpresión de la primera edición, aprobada por el Ministerio de J. e Instrucción Pública)



ANGEL ESTRADA & CÍA. S. A. - EDITORES
BOLÍVAR 466 BUENOS AIRES

Régimen Legal de la Propiedad Intelectual. Ley 11.723.

A mi primera maestra, la ex directora de una simpática y lejana escuelita rural, señora

EMILIA PALUMBO DE LOEDEL

PRÓLOGO

El deber primordial del autor de un libro destinado a la enseñanza de una disciplina científica, es expresarse con claridad y sencillez, amoldándose a la mentalidad del lector a quien va dirigido. Para lograr esto, busqué mis colaboradores entre los centenares de mis ex alumnos que, al evocarlos, desfilaban ante mi mesa de trabajo, confiándome, unos, lo que nunca habían logrado comprender; otros, lo que comprendieron sólo a medias; repitiendo, todos, las preguntas que habían formulado en las más diversas ocasiones. Ellos, en su calidad de auténticos representantes de las generaciones futuras, estuvieron a mi lado en forma permanente durante mi labor. Me obligaron a rehacer gran parte de la obra más de una vez; a revisar las definiciones corrientes de muchas magnitudes físicas fundamentales; a intercalar buen número de problemas con su solución explicada, mostrándose particularmente exigentes con el material gráfico del texto. Quisieron, en efecto, que los triángulos semejantes de las figuras demostrativas se destacaran a la primera ojeada; que se distinguiera siempre, al primer golpe de vista, la resultante de las componentes de un sistema cualquiera de fuerzas; que los rayos de luz o las líneas de fuerza de un campo eléctrico se diferenciaran de otros trazos auxiliares del dibujo, etc. Para satisfacer estas exigencias hice varios ensayos. Los dibujos en varios colores no resultaban, porque en las figuras de precisión, como son las del vernier, las de estática, las de óptica, etc., era sumamente difícil lograr una coincidencia perfecta entre las diversas impresiones. Se me ocurrió entonces adoptar en todos los casos el sistema que podría llamarse "pseudo - cromático" y que ya había sido ensayado por el profesor DE LUCA *y por mí en otra oportunidad. Además, inducido siempre por ellos, tomé gran cantidad de fotografías en el laboratorio de física del Colegio Nacional de La Plata, de las cuales utilicé, finalmente, sólo una mínima parte, pues, cuando las fotos no resultaban suficientemente claras, me instaban a reemplazarlas por dibujos, no habiendo permitido, en ningún caso, que utilizara grabados de otros*

textos o catálogos. Presionaban en tal forma sobre mi ánimo, que a causa de ellos, el dibujante señor JOSÉ PALMA *tuvo que repetir numerosas figuras más de una vez, lo que hizo siempre de buen grado, con entusiasmo y desprecio del tiempo, logrando así volcar en el esquema más frío, algo de su espíritu de artista.*

Fué cediendo al clamor de los más estudiosos y entusiastas de ellos, que intercalé en el texto, con frecuencia, párrafos cuyo contenido excede a las exigencias mínimas de los programas oficiales de enseñanza media, y que he señalado por esa razón, con un asterisco. Ellos quisieron también que les presentara una visión panorámica de la física teórica de nuestros días, convenciéndome, con irrefutables argumentos, que tienen el derecho de que se les diga en un lenguaje llano, sin engorrosas fórmulas matemáticas, cuáles son las ideas fundamentales de la teoría de la relatividad o las de la mecánica cuántica. Por artículos que aparecen de tanto en tanto en los periódicos corrientes, todo el mundo culto se ha enterado, por ejemplo, que el principio de causalidad ha hecho crisis en la física moderna. El rumor que esto despierta, llega hasta la conciencia del autor de un texto elemental, como un eco de la histórica frase: "¡El pueblo quiere saber de qué se trata!". *Por ello, agregué un apéndice en el cual procuré abrir de par en par las puertas del recinto donde los* PLANCK, *los* EINSTEIN, *los* BOHR, *los* DE BROGLIE, *los* SCHROEDINGER, *los* HEISENBERG, *etc., construyen la física del futuro. Espero así, que* "el pueblo", *que no posee las afiladas armas del cálculo tensorial y de matrices, perciba por lo menos el resplandor que se produce cuando, con recios golpes de maza, los titanes tratan de hacer encajar en abstractos moldes matemáticos la variedad infinita de datos que, sin cesar, aportan al taller de la ciencia la pléyade incontable de físicos experimentales contemporáneos.*

Claro está, que considero fuera de lugar se trate en clase lo referente a esos asuntos de física teórica, creyendo que no es oportuno todavía exigir a los alumnos de enseñanza media, un estudio, por somero que sea, sobre la relatividad o el principio de Heisenberg. La lectura de esa parte del texto debe ser enteramente voluntaria. Creo en cambio, que alguna que otra lección sobre el movimiento perpetuo, probabilidad y estadística, aparte del interés que despiertan esos tópicos, serán de sumo provecho, pues la imposibilidad del movimiento contiguo de primera y segunda especie traduce, en la forma más clara y adaptada a la

mentalidad de los jóvenes, el verdadero contenido de los principios de conservación y degradación de la energía.

El cuadro histórico ilustrado, puesto al comienzo del texto, no es un adorno; juzgo de la mayor importancia cultural que el alumno aprenda a ubicar en el tiempo, poco a poco, los hechos más salientes de la historia de la ciencia.

Los originales de esta obra fueron revisados minuciosamente por mi excelente amigo el señor WERNER SCHILLER; *con él he discutido punto por punto todo el contenido del texto, debiéndole a su vasta ilustración científica y agudo espíritu crítico, un sinnúmero de mejoras fundamentales. Me ayudó también en la pesada tarea de la corrección de pruebas, empeñándose en lograr lo que parece imposible: que aparezca el libro, desde la primera edición, sin ninguna errata.*

Finalmente, constituye para mí un placer, dejar constancia de mi agradecimiento hacia la casa editora, la que, con amplio espíritu liberal, puso a mi disposición todos sus recursos para que este libro tuviera una presentación adecuada.

ENRIQUE LOEDEL PALUMBO.

Febrero de 1941

Raúl Edgardo Raiberti

2º Año E.D

Escuela Industrial La Plata

2. Año D.

2º Profesor: Ingeniero Ferrando.

3º Profesor: Ingeniero. N'Tello.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LA FÍSICA

1. Materia. — Los cuerpos que nos rodean: esta mesa, aquel banco, el Sol, las estrellas, nuestro propio cuerpo, constituyen lo que llamamos el *mundo exterior.* A los cuerpos los suponemos constituídos por *algo* que denominamos *materia.*

Extensión. — Todos los cuerpos ocupan cierto *volumen* o lo que es lo mismo cierto lugar en el espacio.

2. Dilatación. — El volumen de todos los cuerpos puede hacerse variar sometiéndolos a diversas acciones. *Sólidos, líquidos* y *gases* se dilatan cuando se les calienta. La *dilatación térmica* se comprueba fácilmente en los sólidos por medio del conocido *experimento de* Gravesande: una esfera de metal que pasa en forma ajustada por un anillo (fig. 1) no puede pasar por el mismo después de haber sido calentada.

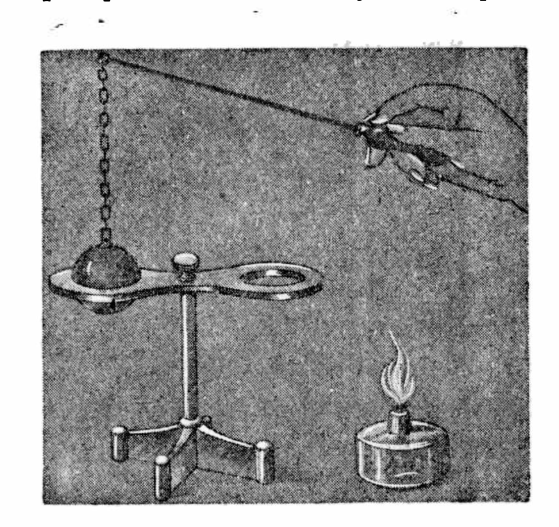


Fig. 1. — Dilatación de sólidos.

En los líquidos la dilatación que experimentan por la acción del calor se comprueba en la forma que indica la figura 2. El líquido que llena totalmente el recipiente, y que puede ser agua, asciende por el tubo cuando se le calienta. Este experimento prueba al mismo tiempo que la dilatación del líquido ha sido mayor que la experimentada por el recipiente.

Los gases se dilatan bajo la acción del calor mucho más que los sólidos y líquidos. Para comprobarlo basta tomar un matraz de vidrio lleno de aire con un tapón atravesado por un tubo doblemente curvado (fig. 3) que contiene algo de agua. Basta el calor de las manos para observar, por el movimiento del agua del tubo, la dilatación experimentada por el aire.

3. Cambios de estado. — Por simple *observación* sabemos que una misma substancia puede presentarse en estado *sólido*, *líquido* o *gaseoso*. El caso más corriente es el del agua, que al ser enfriada se solidifica, formando hielo, y que al calentarse se transforma en *vapor de agua*. Este vapor, en contacto con una pared fría se *condensa* y se convierte nuevamente en líquido.

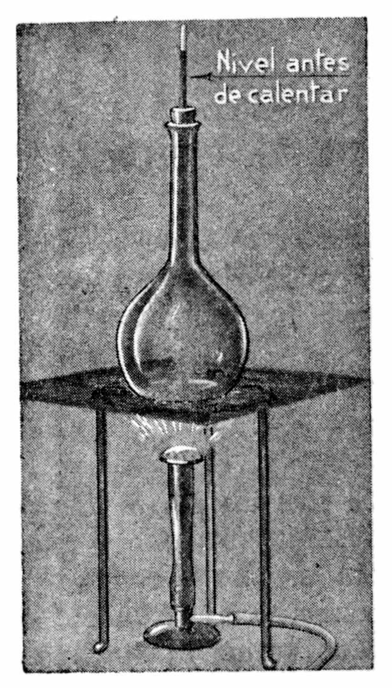
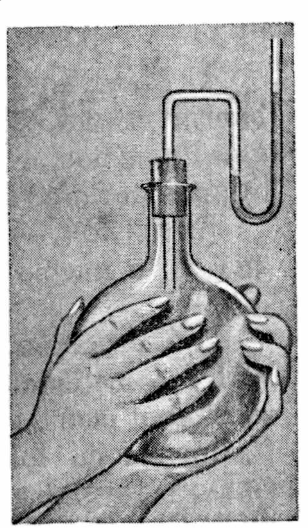


Fig. 2. — Dilatación de líquidos.

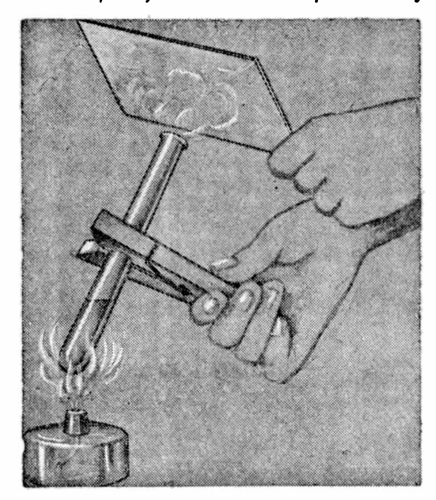

Fig. 3. — Dilatación de gases.

Poniendo unos trozos de *naftalina* en un tubo de ensayo, es fácil observar, aproximando el tubo a una llama, el pasaje:

del estado sólido al líquido, llamado fusión;

del estado líquido al de vapor, llamado vaporización.

Los vapores de naftalina se desprenden primero, *únicamente de la superficie del líquido*, y a este modo de vaporización se le llama *evaporación*. Se observa que si se sigue calentando el tubo se forman *burbujas* en todo el seno del líquido, que se desprenden a través de la superficie del mismo. Este modo de vaporización se llama *ebullición*. Cuando la ebullición se produce se dice que el líquido *hierve*.


Fig. 4. — Cambios de estado.

La *condensación* de los vapores de naftalina se observa igualmente, haciendo que aquéllos incidan sobre una lámina fría de vidrio (fig. 4), viéndose de inmediato también, el pasaje del estado líquido al sólido o sea la solidificación que es lo inverso de la fusión. Fundiendo una substancia y colocándola en moldes apropiados ésta adquiere, al solidificarse, la forma de los mismos.

4. Termómetro. — Aprovechando la *dilatación térmica* se construyen aparatos llamados termómetros, que sirven para apreciar si un cuerpo está más o menos caliente, o más o menos frío.

Un tubo de vidrio de muy pequeño diámetro, llamado por eso capilar, con un ensanchamiento en uno de sus extremos (bulbo) contiene cierta cantidad de mercurio. El otro extremo del tubo está cerrado y en el interior del mismo no hay aire (fig. 5).

El aparato así construído, aun sin estar graduado, puede servir para indicarnos si la *temperatura* de un cuerpo *aumenta, disminuye* o *permanece constante*, ya que el mercurio del tubo capilar subirá, bajará o permanecerá al mismo nivel, respectivamente. Se constata así, poniendo el termómetro en contacto con una substancia en *fusión, que mientras dura ésta la temperatura permanece constante*, pues el nivel alcanzado por el mercurio del termómetro no varía desde el comienzo hasta el fin de la misma.

Se comprueba en forma análoga, que también *durante la ebullición la temperatura no varía.*

Fig. 5. — Termómetro.

5. Escala termométrica. — Colocando el termómetro en *hielo en fusión* (fig. 6) se indica con cero (0°) la posición en que se estaciona el mercurio del tubo.

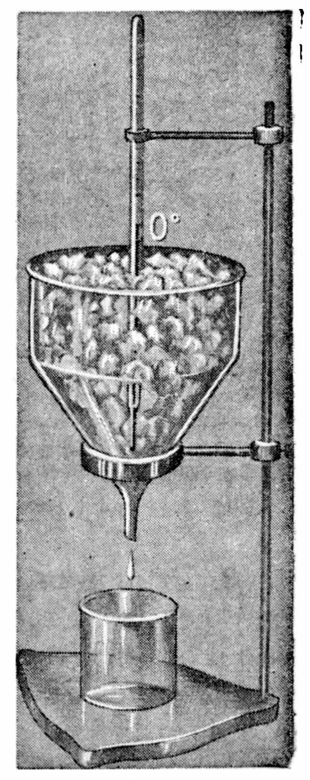


Fig. 6. — Punto cero.

Se le lleva luego al interior de un recipiente en el que se hace hervir agua pura y se marca con cien (100°) el lugar de estacionamiento del mercurio (fig. 7). Se divide luego la columna termométrica en cien partes iguales, pudiéndose prolongar las divisiones por arriba del punto cien y por debajo del cero (fig. 8).

Esta escala de temperatura es la llamada *centígrada* o *Celsius.*

6. Fenómeno. Observación y experimentación. — Cualquier cambio que acaece en el mundo exterior lo designamos con el nombre de fenómeno. Hemos visto hasta ahora el fenómeno de la dila-

tación térmica, el de la fusión, etc. Éstos son ejemplos de *fenómenos físicos.*

El conocimiento de que el agua puede presentarse en estado sólido, líquido o de vapor se logra por la *simple observación* de fenómenos que suceden sin la intervención de nuestra voluntad. Para conocer más profundamente un fenómeno o grupo de fenómenos, el hombre los produce artificialmente, variando sistemáticamente las circunstancias que acompañan a aquéllos. Se dice entonces que realiza experimentos. En los párrafos que preceden hemos mencionado ya algunos experimentos sencillos, que han sido el origen de importantes conocimientos.

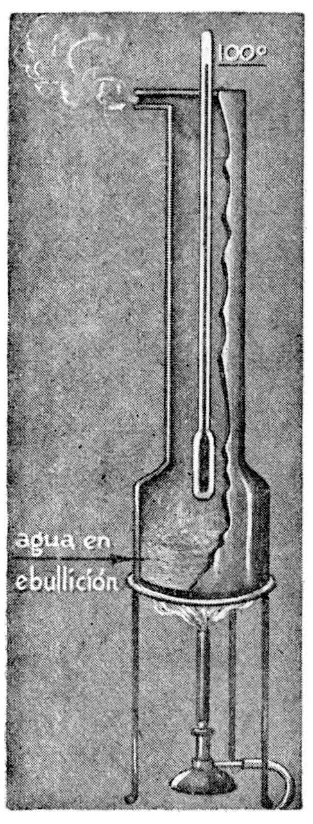
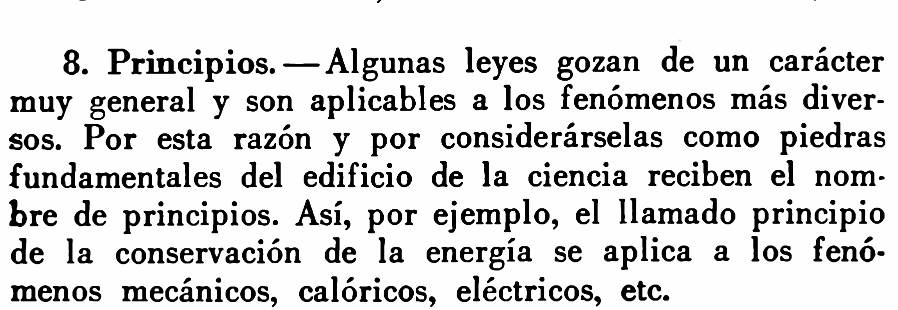


Fig. 7. — Punto cien.

7. **Leyes.** — Una ley física es una proposición que establece cierta dependencia entre varios fenómenos. Hemos enunciado ya varias leyes: *Los cuerpos se dilatan al ser calentados; mientras dura la fusión la temperatura no varía,* etc.

El conocimiento de las leyes permite prever lo que ocurrirá en determinadas circunstancias. Aplicando leyes físicas que han sido obtenidas experimentalmente, es que el ingeniero puede calcular de antemano la resistencia de un puente, la estructura de un edificio, etc.

Fig. 8. — Escala termométrica.



8. **Principios.** — Algunas leyes gozan de un carácter muy general y son aplicables a los fenómenos más diversos. Por esta razón y por considerárselas como piedras fundamentales del edificio de la ciencia reciben el nombre de principios. Así, por ejemplo, el llamado principio de la conservación de la energía se aplica a los fenómenos mecánicos, calóricos, eléctricos, etc.

9. **Inducción y deducción.** — De la multiplicidad incontable de fenómenos o hechos individuales se pasa al enunciado de leyes, y de éstas a los principios.

El procedimiento que permite pasar de lo particular a lo general se conoce con el nombre de *inducción.*

Inversamente, una vez establecidos los principios más generales, pueden deducirse de éstos leyes particulares y llegar así, por vía deductiva, hasta los hechos.

El método que siguen todas las ciencias en sus búsquedas, y en particular la física, es esencialmente *inductivo*. El propulsor de este método de investigación fué, sin duda alguna, GALILEO.

10. Hipótesis y teorías. — Para interpretar algunos fenómenos el hombre se encuentra en la necesidad de hacer ciertas suposiciones o hipótesis. De la hipótesis hecha se deben poder deducir, o lo que es lo mismo, explicar, todo un conjunto de fenómenos. Cuando esto sucede se dice que la hipótesis es *plausible*. Con el nombre de *teoría* se designa una hipótesis que ha resultado plausible y también al conjunto de principios generales que explican o pretenden explicar determinado grupo de fenómenos. Con el solo objeto de fijar ideas damos a continuación una reseña de los resultados de la *teoría atómica*.

CONSTITUCIÓN DE LA MATERIA

11. Moléculas. — Como el volumen de todos los cuerpos puede hacerse variar por la acción de fuerzas exteriores y también por la acción del calor (2) haremos la *hipótesis*, para explicar esto, de que todos los cuerpos están formados por partículas muy pequeñas separadas entre sí. Al variar las distancias entre las partículas el volumen ocupado por el cuerpo varía. A estas partículas las designamos con el nombre de *moléculas*. A las fuerzas que mantienen unidas las moléculas de los cuerpos se las llama *fuerzas de cohesión*.

12. Átomos y moléculas. — Si las moléculas existen, como estamos suponiendo, deben ser muy pequeñas. No se las puede ver, en efecto, ni aún con los microscopios más potentes. Consideremos un centímetro cúbico de agua: cuando se convierte en vapor ocupa un volumen de unos 1 500 centímetros cúbicos (un litro y medio); si se le hace condensar sobre láminas de vidrio podría empañar fácilmente una superficie de más de 3 000 metros cuadrados. Esto nos muestra que el número de moléculas contenidas en una pequeña gota de agua debe ser realmente enorme.

¿Podrán dividirse las moléculas en porciones aún más pequeñas? Para contestar esta pregunta realizaremos el experimento siguiente: Coloquemos en un recipiente agua acidulada o sea agua

común con algo de ácido, sulfúrico por ejemplo, disuelto en ella. De paso constataremos que se trata de agua acidulada viendo cómo se enrojece un papel de tornasol al ser introducido en la misma. Hagamos pasar por el agua acidulada una corriente eléctrica utilizando al efecto un acumulador o pilas en la forma que indica la fig. 9. Apenas se establece la corriente observaremos que de los llamados electrodos se desprenden burbujas gaseosas. Estos gases se recogen en dos tubos de ensayo obteniéndose en uno *hidrógeno* y en el otro *oxígeno;* ambos pueden reconocerse fácilmente introduciendo en los mismos el extremo en ignición de una varilla de madera. El hidrógeno producirá una pequeña explosión y el oxígeno avivará la llama.

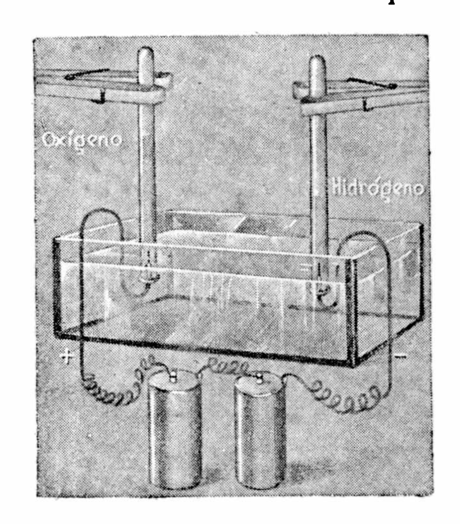


Fig. 9. — Electrólisis del agua.

Estos dos gases se han obtenido del agua; luego, debemos suponer que las moléculas de agua están constituídas por partículas aún más pequeñas, llamadas *átomos*, de hidrógeno y oxígeno. Para explicar cuantitativamente este fenómeno así como el comportamiento químico del agua debe admitirse que la molécula de la misma está formada por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno (fig. 10).

13. Número, tamaño y peso de los átomos. — Los cientos de miles de substancias que conoce la química actual no son más que combinaciones de unos noventa cuerpos simples o elementos. En otros términos: todas las moléculas están formadas por agrupaciones de átomos.

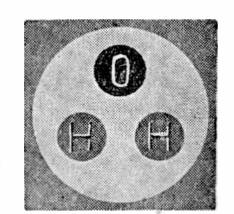


Fig. 10. — Molécula de agua.

La molécula de hidrógeno está formada por dos átomos iguales (H_2); la de ácido sulfúrico por un átomo de azufre (S) cuatro de oxígeno (O) y dos de hidrógeno (H): (SO_4H_2). En cambio la molécula de helio (He) está formada por un solo átomo: es monoatómica. La del benceno, por seis átomos de carbono (C) y seis de hidrógeno (H): (C_6H_6), etc.

Por procedimientos diversos se ha encontrado que el número de átomos existentes en *1 gramo de hidrógeno* es:

$$N = 6 \times 10^{23};$$

o sea 6 seguido de 23 ceros. Este número expresa también el número de átomos contenidos en *16 gramos de oxígeno*, o *35,5 gramos de cloro, etc.*, o sea en lo que se llama *átomo gramo*, que no es otra cosa que el *peso atómico expresado en gramos*. En cuanto al tamaño de los átomos, se sabe hoy, que pueden asimilarse a esferas de diámetro igual a un cien millonésimo de centímetro (fig. 11).

Conociendo el número de átomos contenidos en el átomo gramo (número llamado de *Avogadro*) es fácil hallar el peso de los mismos.

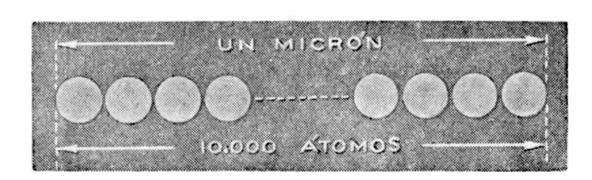


Fig. 11. — Tamaño de los átomos.

14. Constitución de los átomos. — Los átomos se comportan como partículas indivisibles en todos los procesos químicos y de ahí su nombre. Sin embargo, para explicar infinidad de fenómenos, se admite hoy que los átomos tienen una estructura compleja y que se parecen a minúsculos sistemas planetarios.

El átomo de hidrógeno estaría constituído por un *núcleo* central con *una* carga eléctrica positiva y un único *electrón* que gira alrededor de aquél (fig. 12). El electrón tiene *una* carga negativa y su peso es insignificante en comparación al peso del átomo. Se *ha medido* en efecto la masa de los electrones y se ha encontrado que es *1850* veces menor que la masa de un átomo de hidrógeno. Al núcleo del hidrógeno se le llama *protón*.

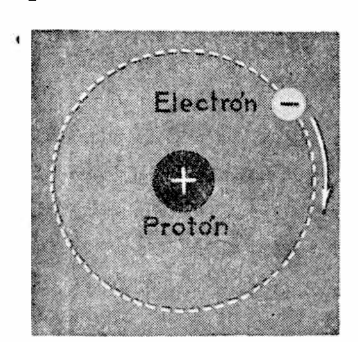


Fig. 12. — Átomo de hidrógeno.

El átomo de helio está formado por *dos* electrones que giran alrededor de un núcleo que tiene *dos* cargas positivas y una masa aproximadamente igual a cuatro o sea equivalente a la de cuatro átomos de hidrógeno.

El átomo de oxígeno (fig. 13) es un sistema planetario más complicado pues tiene 8 electrones, y el uranio, el más complejo de todos, tendría 92 electrones planetarios.

15. Los núcleos atómicos. — Los núcleos de los átomos pueden asimilarse a esferas de diámetro *diez mil veces menor* que el del átomo entero. A pesar de ello, en estos núcleos atómicos de pequeñez inconcebible, tendrían lugar procesos muy complejos que dan origen al fenómeno de la *radiactividad*. Para explicar estos fenómenos se admite en la actualidad que los núcleos atómicos están constituídos por *neutrones* y *protones*. Los *neutrones*

son partículas sin carga eléctrica y de masa igual a la del protón o sea a la del átomo de hidrógeno.

Se conocen en la actualidad dos núcleos de hidrógeno diferentes, uno formado por un protón y otro, el del *hidrógeno pesado*, de peso atómico 2, llamado *deutón*, formado por la asociación de un protón con un neutrón.

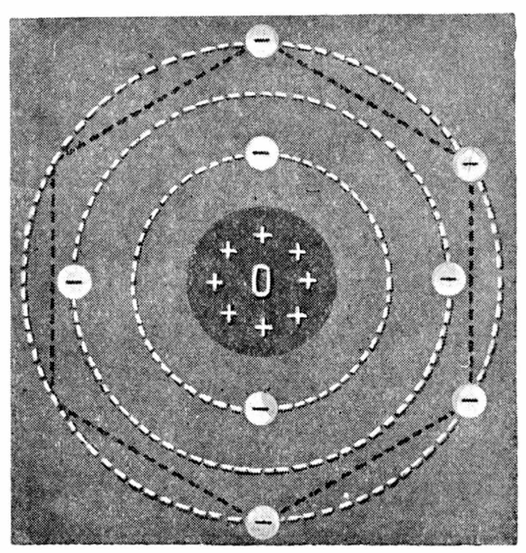
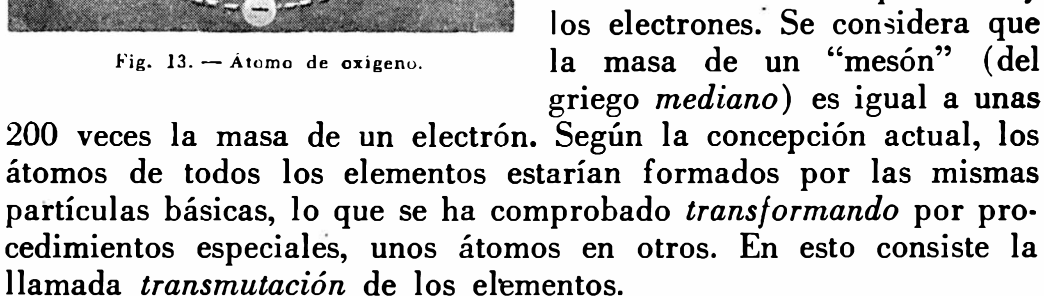


Fig. 13. — Átomo de oxígeno.

El núcleo del helio estaría formado por dos neutrones y dos protones, etc.

Además de los *protones, neutrones* y *electrones* se consideran actualmente, porque la experiencia así lo ha revelado, partículas llamadas *positones* en un todo análogas a los electrones pero con cargas eléctricas positivas. Los *mesones* son partículas neutras de masa intermedia entre la de los protones y los electrones. Se considera que la masa de un "mesón" (del griego *mediano*) es igual a unas

200 veces la masa de un electrón. Según la concepción actual, los átomos de todos los elementos estarían formados por las mismas partículas básicas, lo que se ha comprobado *transformando* por procedimientos especiales, unos átomos en otros. En esto consiste la llamada *transmutación* de los elementos.

El primero en lograr una transmutación de un elemento en otro fué lord RUTHERFORD quien en 1919, haciendo chocar núcleos de helio (partículas alfa) sobre átomos de nitrógeno, obtuvo átomos de oxígeno y de hidrógeno. Debemos advertir que hoy es posible transmutar, unos en otros, a todos los elementos conocidos pero en cantidades completamente insignificantes.

CAPÍTULO II

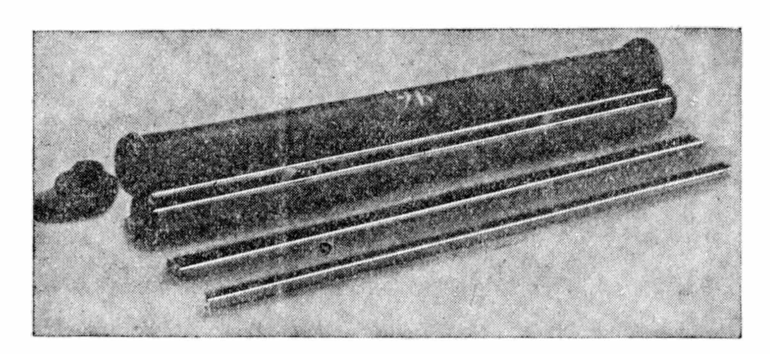
MAGNITUDES Y MEDIDAS

16. Magnitudes escalares y vectoriales. — Se dice que una magnitud es *escalar* cuando queda completamente determinada por el *número* que expresa su medida en determinada unidad.

El volumen, la longitud, el tiempo, etc., son magnitudes escalares. Un intervalo de *3 horas* queda perfectamente determinado por el número 3 y la unidad de tiempo que ha sido en este caso *la hora*.

En cambio, si digo que la fuerza que ejerzo sobre un cuerpo es de 5 kilogramos, no queda con ello del todo determinada esa magnitud; pues falta conocer todavía además del punto de aplicación, la dirección y el sentido. Estas magnitudes se llaman *vectoriales* y se representan por un *vector*. Velocidad, aceleración, fuerza, etc., son ejemplos de magnitudes vectoriales que estudiaremos más adelante.

17. El metro. — La unidad fundamental de longitud en el sistema métrico decimal es el metro, que aproximadamente, es igual a la diez millonésima parte de un cuarto de meridiano terrestre. Exac-



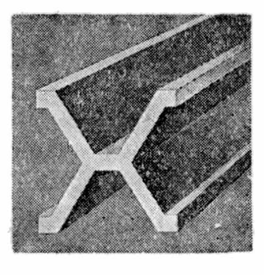


Fig. 14. — El metro patrón, sus estuches y la sección del mismo.

tamente se le define así: *metro es la distancia entre dos trazos marcados en una regla de platino iridiado* (cuando su temperatura es de cero grado centígrado) que se llama *metro patrón*. Esta regla (fig. 14) se conserva en la oficina internacional de pesas y medidas de Sèvres, localidad próxima a París.

Cuando se construyó el metro patrón se pretendió hacerlo igual a la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano, pero en las medidas geodésicas llevadas a cabo con ese objeto se cometieron pequeños errores. Por esa circunstancia la longitud de un meridiano terrestre es en unos 7 500 metros superior a los 40 millones. El metro patrón ha resultado pues, unas dos décimas de milímetro más corto que la cuarenta millonésima ava parte del meridiano terrestre (fig. 15).

Los *múltiplos* y *submúltiplos* del metro son:

Kilómetro	Km	= 1 000 m.	decímetro	dm	= 0,1	m.
Hectómetro	Hm	= 100 „	centímetro	cm	= 0,01	„
Decámetro	Dm	= 10 „	milímetro	mm	= 0,001	„

Para medidas muy pequeñas se emplea el *micrón* (μ) que es la milésima parte del milímetro y también el *milimicrón* (mμ) que es la milésima parte del micrón.

18. Unidades derivadas de superficie y volumen. — Un cuadrado de lado igual a un metro tiene una superficie de un *metro*

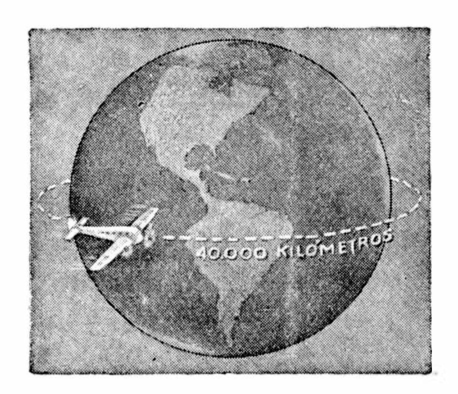


Fig. 15. — El metro y la Tierra.

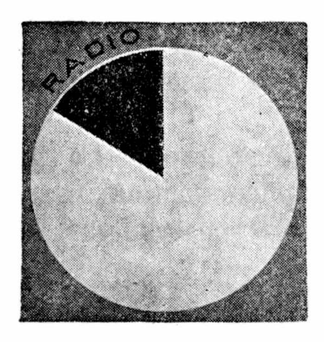


Fig. 16. — Radián.

cuadrado (unidad de superficie). Análogamente la unidad de volumen es el *metro cúbico*, igual al volumen de un cubo cuya arista es de un metro.

Recordaremos las equivalencias siguientes:

$1 \ m^2 = 100 \ dm^2$ $\qquad$ $1 \ m^3 = 1\,000 \ dm^3$

$1 \ dm^2 = 100 \ cm^2$ $\qquad$ $1 \ dm^3 = 1\,000 \ cm^3$

19. Medida de ángulos en radianes. — Se dice que un ángulo tiene una medida de *un radián* cuando el arco de circunferencia con centro en el vértice del mismo, tiene una longitud igual al radio (fig. 16). Como la longitud de la circunferencia es igual a $2\pi R$,

el radio R cabe en ella 2π veces. Luego 360° equivalen a 2π radianes, por lo cual:

$$1 \text{ radián} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ 17' 45''.$$

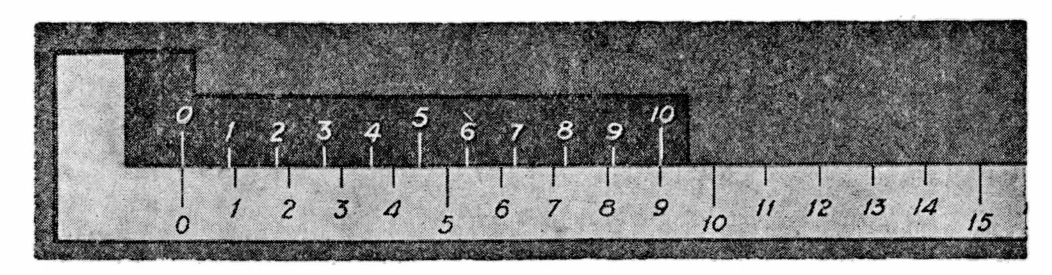


Fig. 17. — Vernier.

Se obtienen de inmediato las equivalencias siguientes:

$$180^\circ = \pi \text{ radianes}$$

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \quad \text{,,}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} = 0{,}01745 \text{ radianes.}$$

La ventaja de expresar los ángulos en radianes radica en que: *la longitud de un arco de circunferencia es igual al radio de la misma por el valor angular de dicho arco expresado en radianes.*

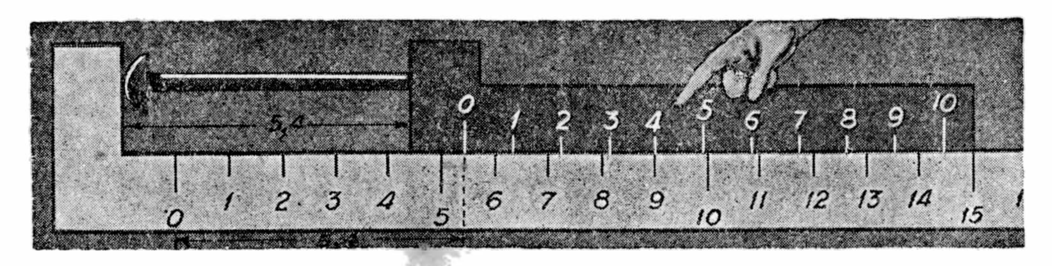


Fig. 18. — Vernier. Lectura: 5,4.

20. Vernier. — La mayor parte de los aparatos de medición están provistos de un dispositivo inventado por Pedro Vernier (1580 - 1637) con el cual se logra mayor precisión en las medidas. Sobre la regla principal (fig. 17) se desliza una reglilla dividida en par-

tes iguales de modo que *diez* divisiones de ella correspondan a sólo *nueve* de la regla principal. Las divisiones de la reglilla móvil *están separadas* entonces por una distancia igual a nueve décimos. Consideramos como unidad la distancia entre dos divisiones de la regla principal.

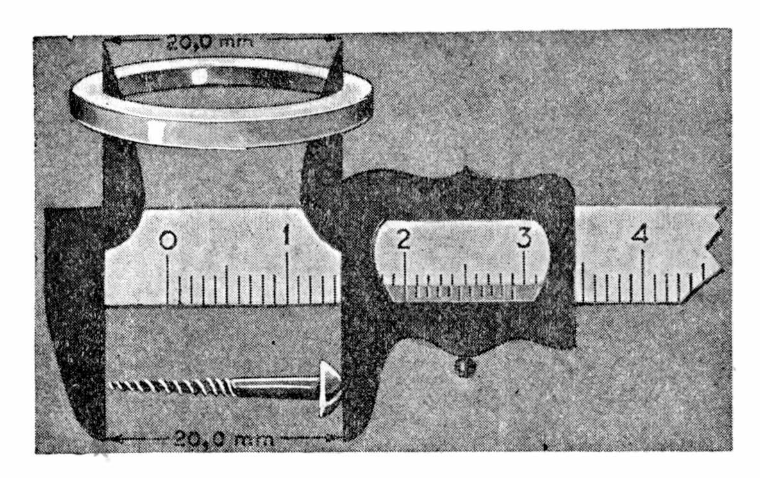


Fig. 19. — Calibre.

El cuerpo de la figura 18 se ve que tiene una longitud igual a 5,4, pues la cuarta división de la reglilla, llamada propiamente vernier, coincide con una de las divisiones de la regla principal (con la 9). Luego la línea 3 del vernier y la 8 de la regla distan en 0,1; la 2 de la 7 en 0,2; la 1 de la 6 en 0,3; y finalmente la división *cero* del vernier distará de la división 5 de la regla en 0,4.

Si se hubiera dividido el vernier en 20 partes, correspondientes a 19 unidades, se alcanzaría una aproximación del vigésimo. En los *calibres* (fig. 19) un vernier dividido en 10 partes que abarcan 9 milímetros permite apreciar hasta el décimo de milímetro.

Para la medida de ángulos se usan vernieres circulares.

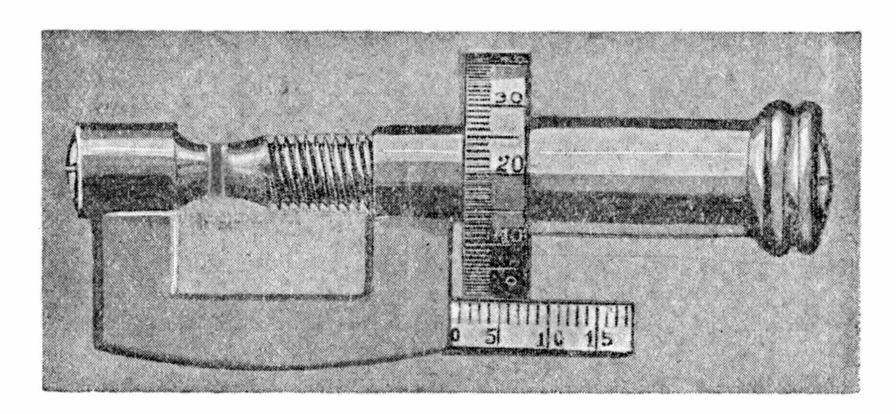


Fig. 20. — Tornillo micrométrico.

21. Tornillo micrométrico. Palmer. — Paso de un tornillo es lo que avanza en el sentido del eje cuando se le hace girar una vuelta

completa. Si suponemos un tornillo cuyo paso constante sea igual a un milímetro, provisto de un tambor dividido en 100 partes (fig. 20), podremos apreciar con él hasta el centésimo de milímetro, correspondiente a un centésimo de vuelta. El *Palmer* no es más que un tornillo micrométrico dispuesto para medir espesores de láminas, diámetros de alambres, etc.

FUERZAS. GRAVEDAD. PESO

22. **Fuerza.** — El esfuerzo muscular que debemos hacer para estirar un resorte, sostener un cuerpo pesado, etc., nos da una noción intuitiva de lo que llamamos fuerza.

Peso. Su medida. — Colocando en el platillo suspendido de un resorte como indica la figura 21, cuerpos diversos, observamos que, en general, ocasionan estiramientos diferentes. Dos cuerpos tienen igual peso si producen alargamientos iguales. Con varios cuerpos de igual peso puede graduarse la escala, colocando en el platillo, sucesivamente, uno, dos, etc., de esos cuerpos.

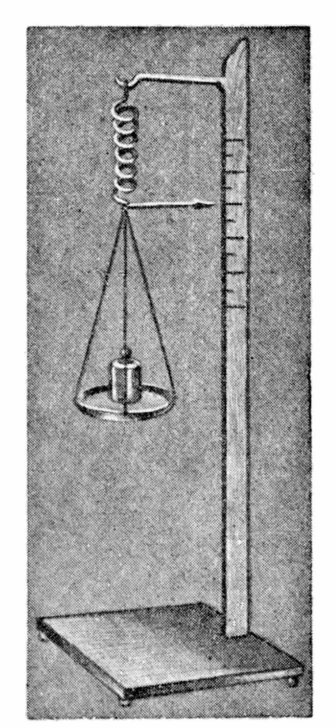


Fig. 21. — Medida del peso.

La unidad técnica de peso es el *kilogramo, que es el peso de una pesa de platino iridiado llamada kilogramo patrón* que se conserva en la oficina internacional de pesas y medidas de Sèvres. Un kilogramo (Kgr) es igual a 1 000 gramos (gr).

El peso de un cuerpo varía algo con la altura y la latitud del lugar, como veremos más adelante, por lo cual se ha convenido en llamar kilogramo a lo que pesa el kilogramo patrón al nivel del mar y a la latitud de 45°.

El kilogramo es, con mucha aproximación, igual al peso de un dm^3 de agua destilada a la temperatura de cuatro grados centígrados. La posición de un hilo que sostiene un peso (fig. 22) determina la *vertical* o dirección de la *fuerza de gravedad*. Aproximadamente la vertical de un lugar coincide con la dirección del radio terrestre que pasa por el lugar considerado (fig. 23). Por lo tanto los cuerpos, por su peso, tienden a dirigirse hacia el centro de la Tierra. Pode-

mos, pues, decir, que el *peso de un cuerpo es la fuerza de atracción que toda la Tierra ejerce sobre él.*

23. **Peso específico.** — *Peso específico de una substancia es el* **cociente entre el peso y el volumen** *de una porción de la misma.* Se adopta generalmente en estas determinaciones como unidad de peso el gramo, y como unidad de volumen el centímetro cúbico. Luego:

$$\text{peso específico} = \frac{\text{Peso en gramos}}{\text{Volumen en cm}^3},$$

o simbólicamente:

$$p = \frac{P}{V}$$

Fig. 22. — Plomada. Vertical.

EJEMPLO. — Un cubo de metal de 5 centímetros de arista pesa 875 gramos. Su peso específico p será:

$$p = \frac{P}{V} = \frac{875 \text{ gr}}{125 \text{ cm}^3} = 7 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3};$$

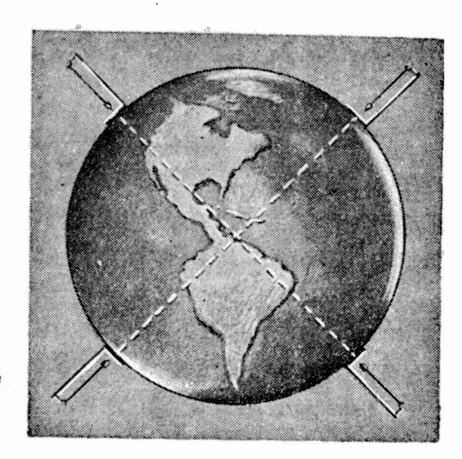


Fig. 23. — Las verticales se cortan en el centro de la Tierra.

lo que nos dice que un centímetro cúbico de esa substancia pesa 7 gramos.

Aire	Benceno	Agua	Aluminio	Hierro	Plomo	Mercurio	Oro
0,0013	0,88	1,00	2,7	7,8	11,3	13,6	19,3 gr.

Fig. 24. — Peso en gramos de un centímetro cúbico de diferentes substancias.

En la figura 24 se consignan los pesos en gramos de un centímetro cúbico de algunas substancias.

Para determinar el volumen de un sólido de forma irregular, basta con recoger y pesar el agua que se derrama al introducir el

cuerpo en un vaso apropiado (fig. 25). Se tendrá en cuenta que 1 gramo de agua ocupa un volumen de 1 centímetro cúbico. Puede utilizarse también una probeta graduada.

24. Densidad relativa al agua. — Se llama así a la relación o cociente entre el peso de un cuerpo y el peso de un volumen igual de agua.

Sea un cuerpo cuyo *peso es igual a 200 gramos*. Introducido en el vaso de derrame (fig. 25) supongamos que desaloja 100 gramos de agua. El volumen ocupado por el agua es igual al volumen del cuerpo. Luego la densidad d, será:

$$d = \frac{200 \text{ gramos}}{100 \text{ gramos}} = 2. \left[\begin{array}{c} \text{Número} \\ \text{abstracto} \end{array} \right]$$

La densidad 2, expresa entonces, que esa substancia es, a igualdad de volumen, el doble más pesada que el agua. El peso específico de esa substancia sería:

$$p = \frac{200 \text{ gramos}}{100 \text{ cm}^3} = 2 \frac{\text{gramos}}{\text{cm}^3}.$$

Densidad relativa al agua y peso específico se expresan por la misma cifra, siempre que se mida el peso en gramos y el volumen en cm^3, pues el peso específico del agua es 1 gr/cm^3.

25. Todos los cuerpos son pesados. — Se ha constatado pesando un balón de vidrio con y sin aire que:

1 litro de aire pesa 1,293 gramos,

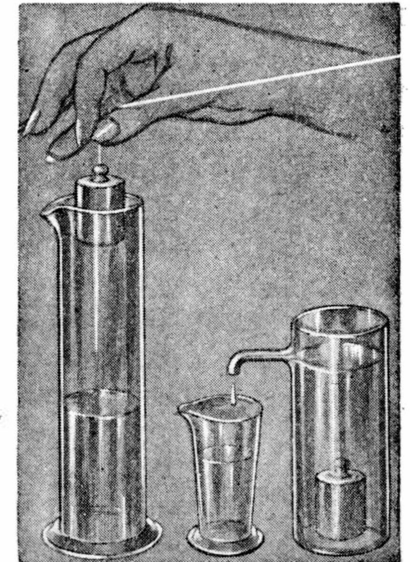


Fig. 25. — Determinación del volumen.

cuando la temperatura es 0° C y la presión 760 mm de mercurio.

En forma análoga se constata que todos los gases son pesados. Es frecuente en los gases expresar la densidad de los mismos, con respecto al aire. Ésta, no es más que el cociente entre el peso de un cierto volumen de gas y el peso de un volumen igual de aire. Así por ejemplo la densidad del hidrógeno con relación al aire es:

$$d = 0{,}06951.$$

La densidad del oxígeno es 16, la del nitrógeno 14, la del gas cloro 35,5, etc., veces mayor que la del hidrógeno.

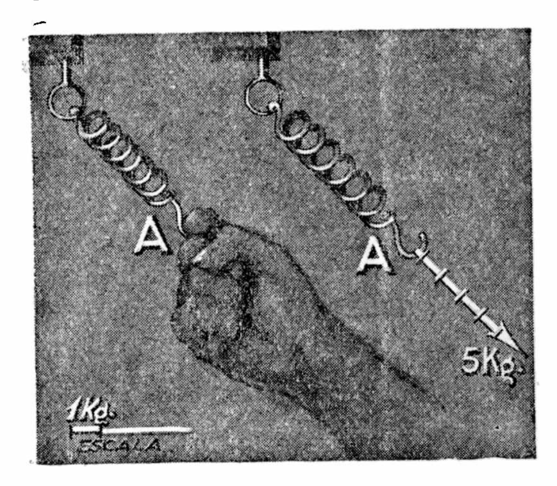


Fig. 26. — Representación de una fuerza.

26. Medidas de las fuerzas por los pesos. Representación gráfica. — Para saber qué fuerza hemos ejercido al estirar un resorte basta con suspender pesos del mismo, hasta que éstos produzcan una deformación igual (fig. 21). Si ejercemos una fuerza de 5 Kgr en el punto *A* (fig. 26), la representaremos como se ve a la derecha de la figura por un *vector* cuya longitud sea igual a 5 veces el segmento que convencionalmente suponemos que representa la fuerza de 1 Kgr. Si convenimos en representar 1 Kgr por un segmento de 1 cm la fuerza de 5 Kgr estará representada por un vector de longitud igual a 5 cm. El origen del vector (*A*) representa el *punto de aplicación*, la recta sostén del mismo *la dirección*, la longitud del vector mide *la intensidad* de la fuerza cuyo *sentido* está dado por la flecha.

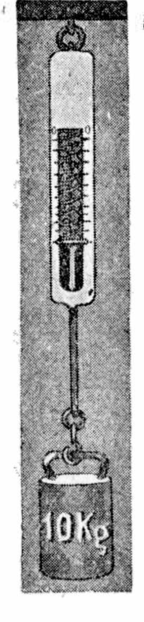
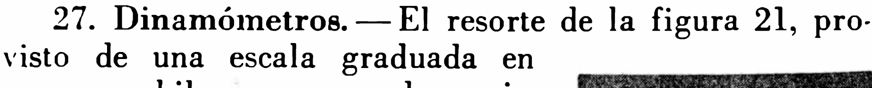


Fig. 27. — Dinamómetro.



27. Dinamómetros. — El resorte de la figura 21, provisto de una escala graduada en gramos o kilogramos, puede servirnos para medir la intensidad de una fuerza. Aparatos de esta clase (fig. 27) reciben el nombre de dinamómetros.

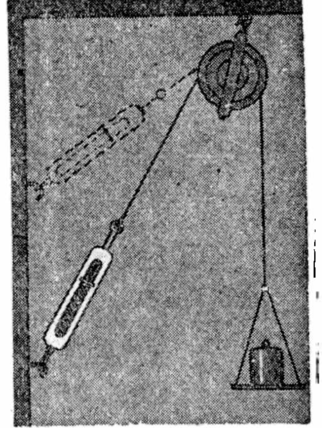


Fig. 28. — Dinamómetro.

En la fig. 28 se indica una instalación consistente en una polea por cuya garganta pasa un hilo. En uno de los extremos del hilo tenemos un platillo con pesas; el otro extremo está unido a un dinamómetro. Éste marcará, *cualquiera sea la dirección del hilo, la misma fuerza*, que será igual al peso de las pesas más el peso del platillo. Una polea puede servirnos, entonces, para hacer actuar en una dirección cualquiera una fuerza determinada.

EXACTITUD Y ERROR

Midiendo con una cinta la circunferencia y el diámetro de un plato o de cualquier otro objeto circular se puede obtener el valor de π. He aquí el resultado de una medida.

Longitud de la circunferencia .... $C = 69{,}5$ cm.
„ del diámetro .... $D = 22{,}3$ „

$$\pi = \frac{C}{D} = 3{,}116.$$

Se llama *error absoluto E*, a la diferencia entre el valor determinado y el valor verdadero:

$$E = 3{,}116 - 3{,}1416 = -0{,}025.$$

Error relativo e es el cociente entre el error absoluto y el valor de la magnitud que se mide. Prescindiendo del signo tenemos:

$$e = \frac{0{,}025}{3{,}14} = 0{,}008.$$

Se acostumbra indicar el error relativo en tanto por ciento. En el ejemplo anterior dicho error sería de 0,8 %.

En todas las determinaciones experimentales, tiene gran importancia el conocimiento aproximado del error que se comete. Recomendamos por ello, al alumno, la lectura cuidadosa de los problemas numéricos que siguen.

PROBLEMAS

1. *Se ha medido con un calibre un cilindro de madera, resultando: diámetro* $= 2R = 4{,}75$ *cm. Altura* $= h = 7{,}36$ *cm.* Hallar el volumen.

$$V = \pi R^2 h = 130{,}4 \text{ cm}^3.$$

2. *En las medidas anteriores se puede haber cometido un error de un décimo de milímetro en más o en menos; hallar el volumen máximo* V_1 *y el mínimo* V_2 *que podría tener el cilindro.* Para obtener el volumen máximo V_1 supondremos:

$2R = 4{,}76$ cm y $h = 7{,}37$ cm, de donde $V_1 = 131{,}1$ cm³,

y para el mínimo:

$$2R = 4{,}74 \text{ cm}, \qquad h = 7{,}35 \text{ cm}, \qquad V_2 = 129{,}7 \text{ cm}^3.$$

3. *El cilindro de madera del problema* 1 *pesa 120 gramos. Hallar su peso específico* p.

$$p = \frac{P}{V} = \frac{120 \text{ gr}}{130{,}4 \text{ cm}^3} = 0{,}9202 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

4. *En la pesada del cilindro se puede haber cometido un error de 1 gramo en más o en menos. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el ejemplo* 2, *hallar el peso específico máximo* p_1 *y mínimo* p_2 *que podría tener el cuerpo.*

El peso específico máximo lo obtenemos suponiendo el peso máximo 121 gr y el volumen mínimo 129,7 cm³:

$$p_1 = \frac{121 \text{ gr}}{129{,}7 \text{ cm}^3} = 0{,}9330 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3};$$

y el mínimo será:

$$p_2 = \frac{119 \text{ gr}}{131{,}1 \text{ cm}^3} = 0{,}9074 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

5. *Expresar el peso específico del cilindro que estamos considerando, haciendo notar el grado de exactitud del resultado.* Tomaremos como valor del peso específico el término medio de los valores extremos:

$$p = 0{,}9202 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

La diferencia entre este valor y los valores extremos es igual a 0,0128 gr/cm³. Por lo tanto, ni siquiera podemos asegurar la segunda cifra decimal. *No tiene pues, sentido, escribir el peso específico en este caso con cuatro cifras decimales.*

El resultado debe expresarse así:

$$p = (0{,}92 \pm 0{,}01) \text{ gr/cm}^3.$$

6. *Se ha medido con un palmer el diámetro de un alambre resultando*: $2R = 0{,}204$ cm. *La longitud del mismo alambre es de 100 m. Hallar su volumen.*

$$V = \pi R^2 l = 326{,}8 \text{ cm}^3.$$

7. *En la medida del diámetro se ha apreciado el error en dos centésimos de milímetro. ¿Cuánto influye este error en el resultado?*

El valor del radio lo expresaremos:

$$R = (0{,}102 \pm 0{,}001) \text{ cm}.$$

El error relativo es del uno por ciento.

Considerando un radio igual a 0,103 cm resulta para el volumen:

$$V = 333{,}2 \text{ cm}^3.$$

La diferencia entre ambos valores es igual a 6,4 cm³. Si en 330 la diferencia es 6,4 resulta aproximadamente que el *error relativo en el volumen es del dos por ciento.*

Luego un error del 1 % en la medida del radio de un cilindro ocasiona un error del 2 % en la medida del volumen del mismo. Esto es así porque en la fórmula del volumen el radio aparece elevado al cuadrado.

Si se tratara del volumen de una esfera un error del 1 % en la medida del radio ocasionaría un error del 3 % en el resultado.

8. *¿Con qué precisión deberá medirse la longitud del alambre anterior para que el error de esa medida influya en el resultado de igual modo que el error cometido en la determinación del radio?*

Un error del 1 % en la medida del radio ocasiona un error del 2 % en el volumen, como hemos visto, por lo tanto la longitud podrá medirse con una precisión de sólo el 2 %. Tomando para la longitud un valor igual a 102 metros, siendo el radio igual a 0,102 cm obtenemos en efecto para el volumen:

$$V = 333{,}4 \text{ cm}^3.$$

9. *Un cuerpo pesa 100 gr y el peso del agua que desaloja es 20 gr. Hallar su volumen y su peso específico.*

$$R.: V = 20 \text{ cm}^3; \; p = 5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

10. *¿Cuántas veces más influye, en el resultado del caso anterior, un error de 1 gramo en la medida del peso del agua que un error también de 1 gramo en la medida del peso del cuerpo?*

Al pesar el cuerpo un error de 1 gramo representa el 1 %. En cambio al pesar el agua un error de 1 gramo representa el 5 %.

11. *Constrúyase un triángulo cualquiera y compruébese por medidas directas que el producto de la longitud de un lado cualquiera por la altura correspondiente es constante.*

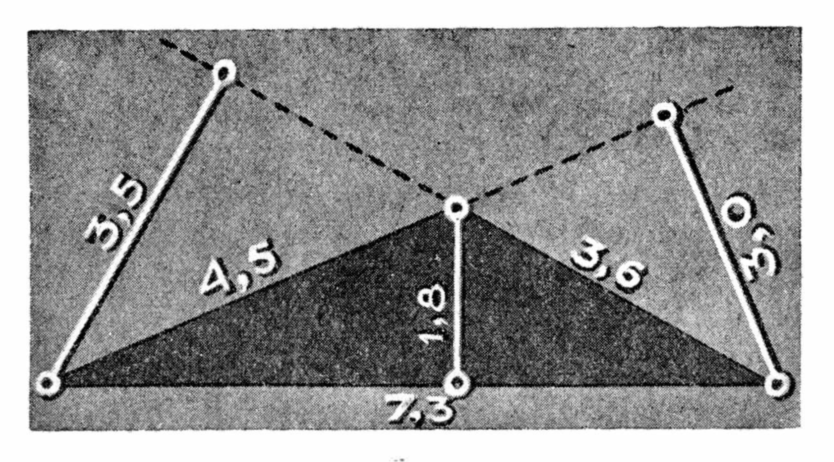


Fig. 29. — Sobre errores.

He aquí los resultados de medidas efectuadas con una aproximación cercana al milímetro (fig. 29).

L: Lados:	7,3 cm	4,5 cm	3,6 cm
A: Alturas:	1,8 „	3,0 „	3,5 „
P: Productos:	13,14 cm²	13,50 cm²	12,60 cm²

En base a estas medidas: ¿Puede considerarse verificada la ley expresada en el enunciado? En otros términos: ¿Pueden ser atribuíbles a errores de medida las diferencias entre los distintos productos?

Hallemos el término medio M de los tres productos, sumando y dividiendo por 3. Obtenemos $13{,}08 = M$. Hallemos los errores absolutos y relativos considerando verdadero a este término medio. Obtenemos así el cuadro siguiente:

Productos P	Error $= E$ $E = P - M$	Error relativo e %
13,14	+ 0,06	0,5
13,50	+ 0,42	3,2
12,60	— 0,48	3,7

Un error de un milímetro en la medida de una longitud de 35 milímetros representa un error de casi 3 %; por lo tanto las diferencias son atribuíbles a errores de observación, pues en los productos puede originarse un error doble: de 6 %. Se ha constatado entonces la constancia del producto LA. Se adquiere el convencimiento de ello si atribuímos al último lado considerado la longitud de 3,7 cm en lugar de 3,6 y a la altura correspondiente 3,6 en lugar de 3,5. Obtendríamos así para el producto:

$$3{,}7 \times 3{,}6 = 13{,}32.$$

Valor mayor, en lugar de menor, que el término medio hallado. Por lo tanto *las diferencias en los resultados provienen de errores menores de un milímetro en las medidas.*

CAPÍTULO III

ESTÁTICA

La estática se ocupa del equilibrio. Bajo qué condiciones un puente resistirá sin desmoronarse; cuándo una viga podrá resistir o *equilibrar* determinados pesos, etc.

28. **Fuerzas concurrentes.** — Son aquéllas que tienen un punto de aplicación común. Sobre el gancho de la figura 28 actúan dos fuerzas: la del resorte del dinamómetro y la proveniente del peso de las pesas y del platillo. La *recta de acción* de ambas es la misma (la del hilo), tienen igual *intensidad* y *sentido opuesto*: *por eso se equilibran.* Se suele decir también que dos fuerzas de igual intensidad, que actúan sobre la misma recta, pero de sentidos opuestos, *se anulan.*

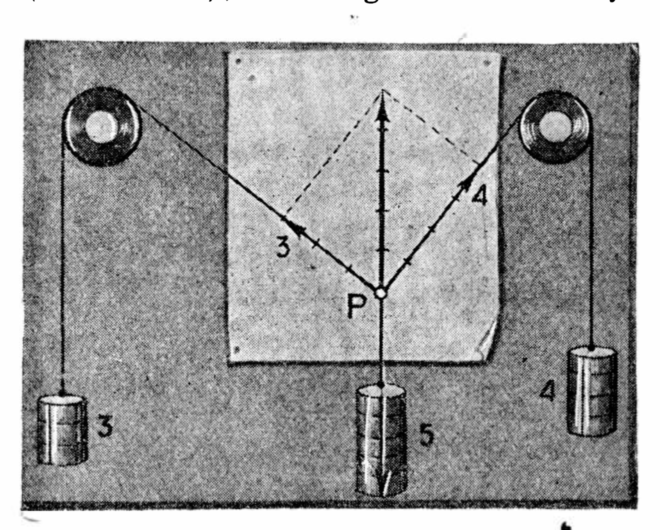


Fig. 30. — Fuerzas concurrentes.

Regla del paralelogramo. — En algunos casos, tres fuerzas concurrentes que actúan sobre un mismo punto *P* (fig. 30), se equilibran. Si se representan estas fuerzas por vectores se comprueba que uno cualquiera de ellos es igual y opuesto al vector que se obtiene trazando la diagonal del paralelogramo cuyos lados son los otros dos vectores. Las fuerzas *3, 4* y *5* están en equilibrio: la diagonal del paralelogramo formado por los vectores 3 y 4 es un vector igual y opuesto al *5.* La diagonal del paralelogramo formado por 4 y 5 sería un vector igual y opuesto al 3, etc.

Luego dos fuerzas concurrentes, pueden reemplazarse por una única fuerza, llamada resultante, que está dada en dirección, sentido e intensidad por la diagonal del paralelogramo construído sobre los vectores que representan ambas fuerzas.

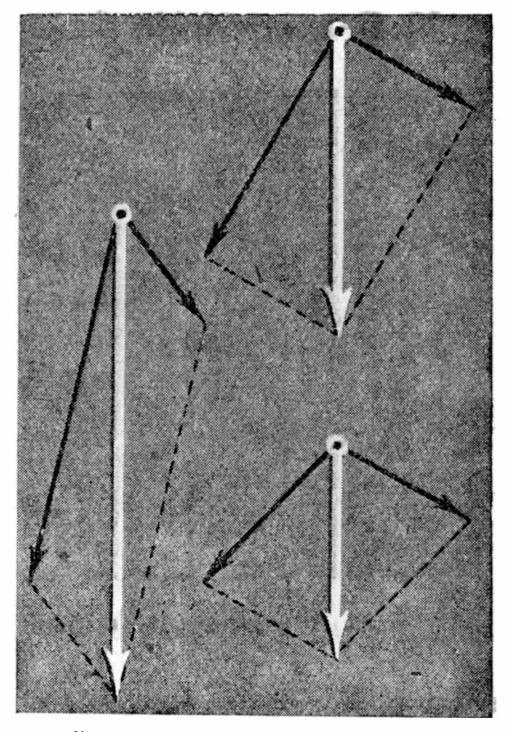


Fig. 31. — Resultante de fuerzas concurrentes.

En la figura 31 los vectores en blanco representan las resultantes de dos fuerzas concurrentes (en negro) en varios casos. Como caso particular de la regla del paralelogramo, *cuya validez se obtiene de la experiencia,* se desprende que la resultante de dos *fuerzas concurrentes* de igual dirección y sentido es igual a su suma; si las fuerzas componentes tuvieran igual dirección y sentidos opuestos su resultante sería igual a la diferencia de aquéllas.

29. **Polígono de las fuerzas.** — Si se tienen varias fuerzas concurrentes se hallará la resultante del sistema hallando primero la resultante de dos fuerzas; luego se hallará la resultante de la resultante ya hallada con otra de las componentes y así sucesivamente (fig. 32).

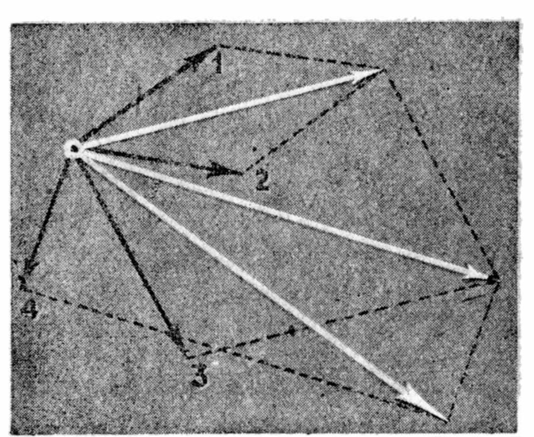


Fig. 32. — Resultante de varias fuerzas.

Como se ve, basta para hallar la resultante del sistema, trazar por el extremo de una de las fuerzas un segmento paralelo igual y del mismo sentido a otra de las fuerzas; desde el extremo de este segmento se trazará otro igual y paralelo a la fuerza subsiguiente y así sucesivamente. El vector cuyo origen es el punto de aplicación común y cuyo extremo es el extremo de la poligonal trazada, representa a la resultante total del sistema de fuerzas (fig. 33). Si el extremo de la

poligonal coincidiera con el punto de aplicación la resultante sería nula, y el sistema estaría en equilibrio.

30. Descomposición de una fuerza. — Supongamos que deseamos saber las fuerzas que se ejercen sobre los ganchos *A* y *B* por efecto del peso del cuerpo suspendido en *O* (figura 34). Prolonguemos los segmentos *OA* y *OB*. Construyamos ahora un paralelogramo cuya diagonal sea la fuerza del peso *F* y cuyos lados tengan las direcciones de *OA* y *OB*. La fuerza *F* puede ser sustituída por F_1 que es la fuerza que se ejerce sobre *A* y por F_2 que será la que se ejerce sobre *B*. Hemos descompuesto una fuerza según dos direcciones dadas.

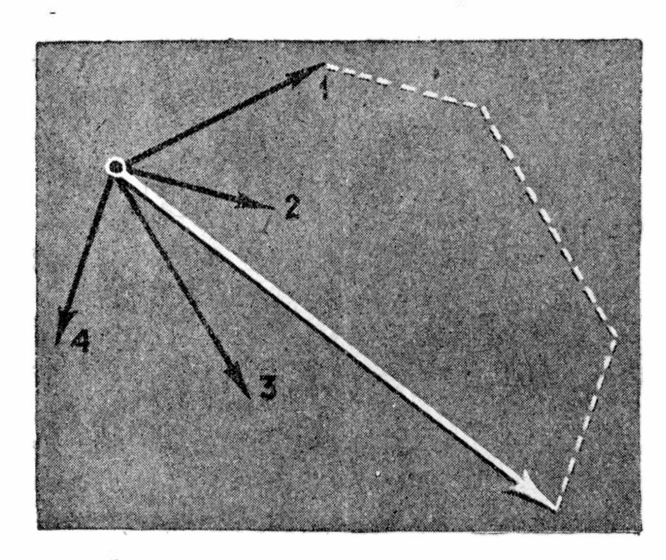


Fig. 33. — Polígono de las fuerzas.

31. Cuerpo rígido. Traslación del punto de aplicación. — Un cuerpo absolutamente rígido sería aquél que no experimentara deformaciones bajo la acción de fuerzas. No existe ningún cuerpo que sea absolutamente rígido. Una goma se estira visiblemente por la acción de dos fuerzas iguales y opuestas. En cambio una varilla de madera, cuando las fuerzas no son excesivamente intensas, se deforma de modo inapreciable. La experiencia revela que dos fuerzas que actúan sobre la misma recta, iguales en intensidad, de sentidos opuestos, aplicadas en dos puntos diferentes de un cuerpo rígido (fig. 35) se equilibran. No tomando en cuenta las deformaciones que pueda experimentar el cuerpo podremos decir que ambas fuerzas *se anulan*. Se

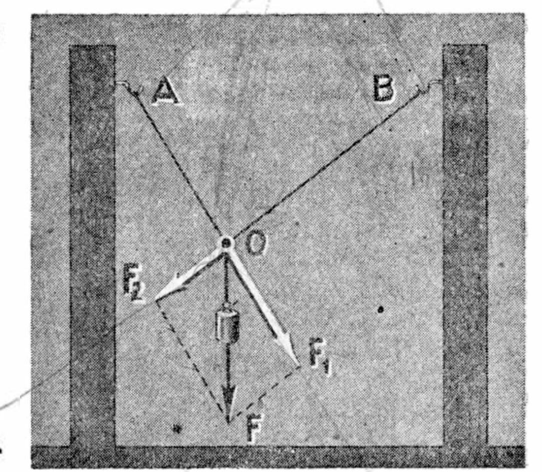


Fig. 34. — Descomposición de una fuerza.

desprende de aquí, que la fuerza F cuyo punto de aplicación es A puede considerarse actuando directamente sobre B, o ambas, la F y la F' actuando sobre un punto cualquiera O de su recta de acción común. Concluímos que una fuerza F que actúa sobre un cuerpo rígido puede trasladarse sobre su recta de acción. Su efecto será el mismo tanto si se considera que su punto de aplicación es A o A' (fig. 36).

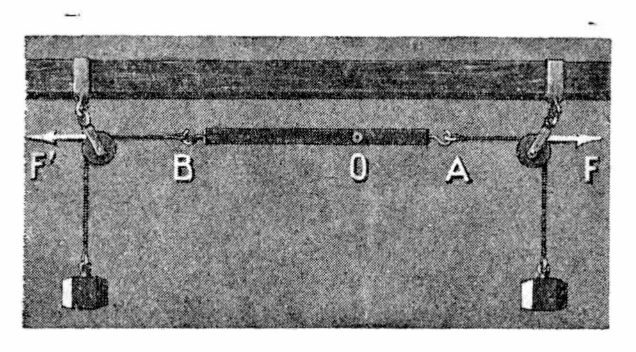


Fig. 35. — Equilibrio de dos fuerzas iguales y opuestas.

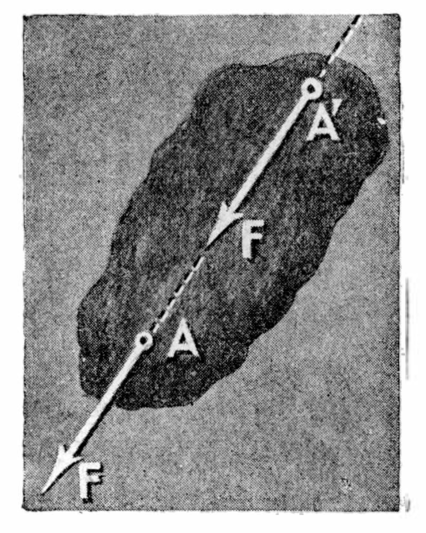


Fig. 36. — Traslación de una fuerza.

32. **Resultante de fuerzas coplanares y concurrentes.** — Si se tienen dos fuerzas (fig. 37), que actúan en dos puntos A y B de un cuerpo siendo coplanares sus rectas de acción, para hallar la resultante de ambas basta con trasladarlas al punto O de concurrencia y hallar la resultante por la regla del paralelogramo. El punto de aplicación de la resultante podrá trasladarse luego a cualquier otro punto (O') de su recta de acción.

Si se tratara de un sistema de varias fuerzas coplanares se procedería en forma análoga (29).

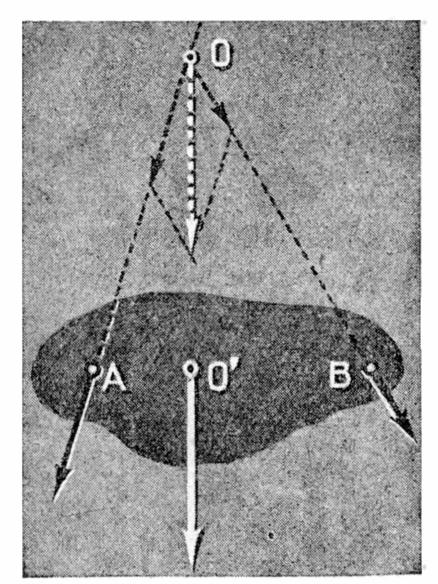


Fig. 37. — Resultante de fuerzas coplanares.

33. **Fuerzas paralelas.** — Si en dos puntos A y B de una barra (fig. 38) actúan dos fuerzas paralelas de igual sentido F_1 y F_2, puede demostrarse que el efecto de ambas es igual al de una única fuerza R, llamada resultante, *paralela a las componentes e igual a su suma. El punto de aplicación C* de la resultante se encuen-

tra más cerca de la fuerza mayor, de tal modo, que *divide al segmento* AB *en partes proporcionales a las fuerzas no adyacentes*:

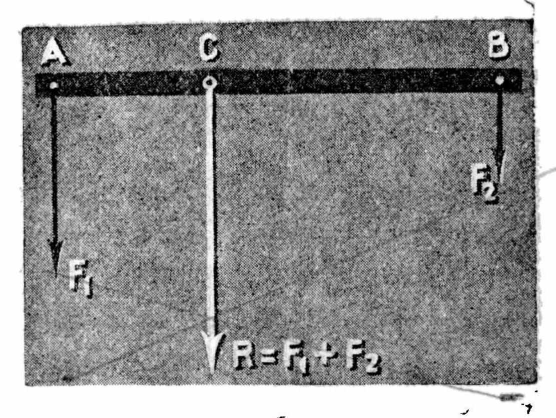


Fig. 38. — Fuerzas paralelas.

$$\frac{AC}{BC} = \frac{F_2}{F_1};$$

o sea:

$$F_1 \,.\, AC = F_2 \,.\, BC.$$

DEMOSTRACIÓN EXPERIMENTAL. — Las pesas *P* equilibran la regla de madera, cuando está descargada (fig. 39). Se observa que para que haya equilibrio, la suma de los pesos agregados a ambos lados debe ser igual al peso que se suspende de la regla $(2 + 3 = 5)$, debiendo además verificarse la relación establecida más arriba, como se ve en la figura $(2 \times 6 = 3 \times 4)$.

Que la resultante de dos fuerzas paralelas de igual sentido es igual a la suma de ambas se verifica a cada paso: dos pesas, una de 200 gr. y otra de 300 gr. colocadas en el platillo de una balanza, pueden reemplazarse por otra de 500 gr. En cuanto a la posición del punto de aplicación, se verifica de inmediato apoyando una regla por su punto medio sobre una cuña de madera y colocando pesas conocidas sobre aquélla (fig. 40), $(500 \times 2 = 200 \times 5)$.

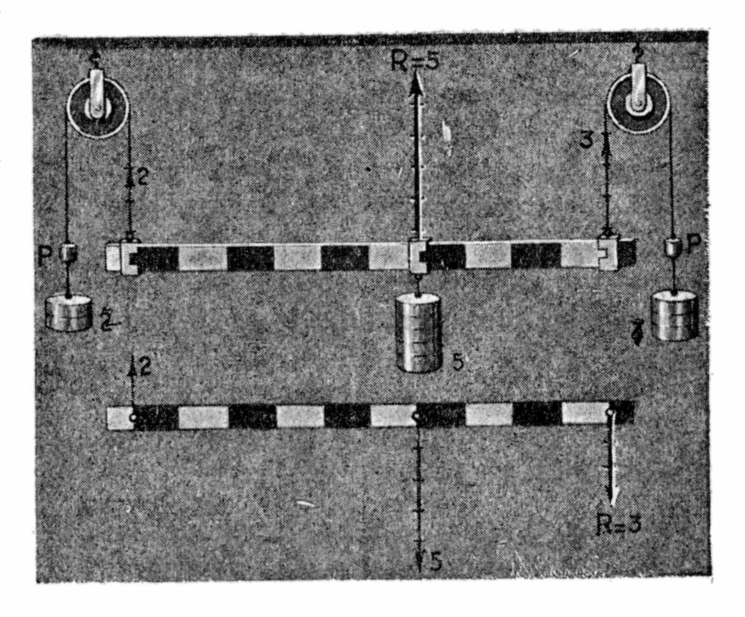


Fig. 39. — Fuerzas paralelas.

DEMOSTRACIÓN TEÓRICA. — Agreguemos en los puntos *A* y *B* donde están aplicadas las fuerzas F_1 y F_2, dos fuerzas iguales y opuestas H_1 y H_2 que por

anularse mutuamente no alterarán en nada el sistema primitivo (fig. 41). Por la regla del paralelogramo hallamos R_1 y R_2 que transportamos al punto O de concurrencia. Tracemos por O una recta paralela a la dirección AB determinada por los puntos de aplicación de F_1 y F_2. Obtenemos así la recta r'. Tracemos además por O una recta r paralela a F_1 y F_2. Descompongamos a R'_1 y R'_2, que son R_1 y R_2 transportadas a O, según las direcciones r y r'. Obtenemos así sobre r' dos fuerzas: H'_1 y H'_2 iguales y opuestas, por ser iguales a H_1 y H_2. Ambas se anularán. Nos quedan finalmente sobre la recta r, y

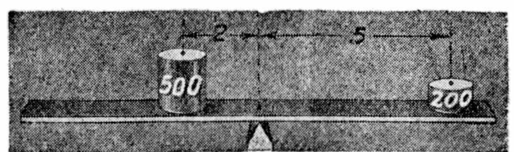


Fig. 40.

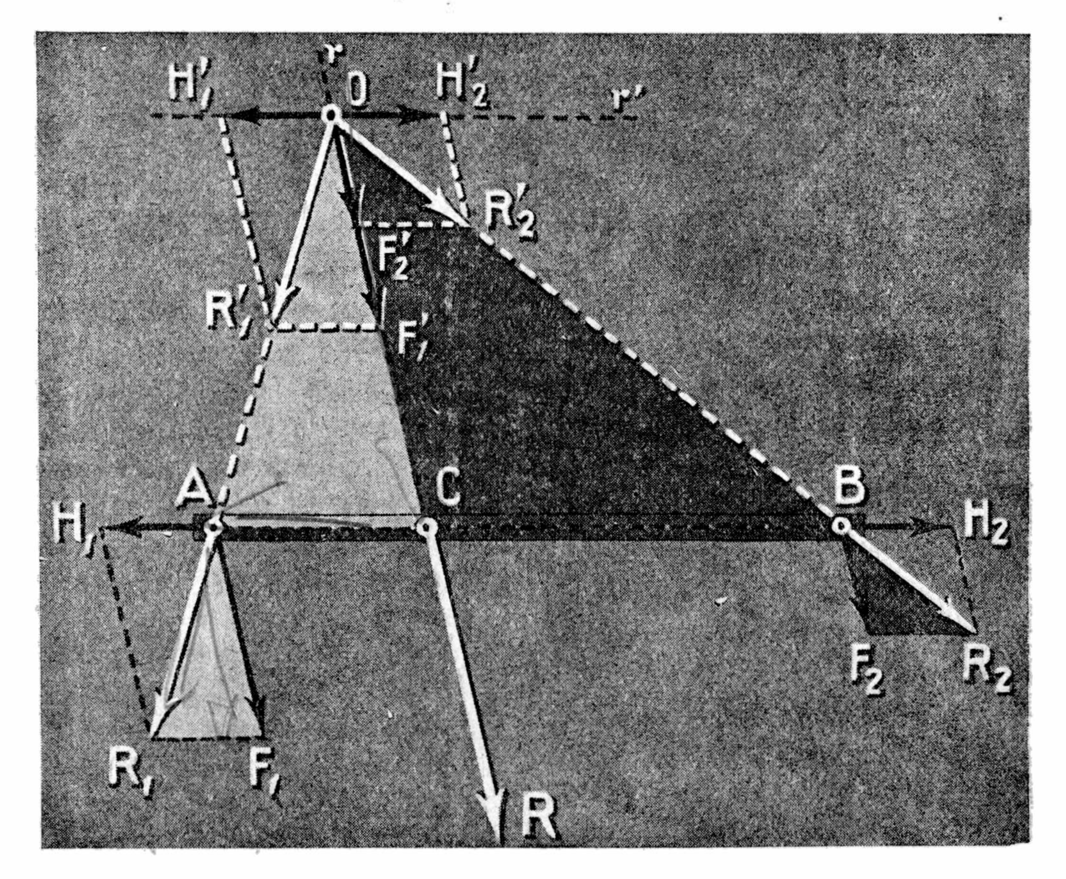


Fig. 41. — Fuerzas paralelas.

aplicadas en O, dos fuerzas F'_1 y F'_2 iguales, respectivamente, a F_1 y F_2. La resultante será igual a su suma, pudiendo transportarse su punto de aplicación a C. La posición de este punto la obtenemos,

considerando la semejanza de los triángulos blancos entre sí y grises entre sí. De los triángulos blancos obtenemos:

$$\frac{OC}{AC} = \frac{AF_1}{F_1R_1}; \quad \text{o sea:} \quad \frac{OC}{AC} = \frac{F_1}{H_1}; \qquad [1]$$

y de los grises:

$$\frac{OC}{BC} = \frac{BF_2}{F_2R_2}; \quad \text{o sea:} \quad \frac{OC}{BC} = \frac{F_2}{H_2}. \qquad [2]$$

Dividiendo miembro a miembro las igualdades [1] y [2] tenemos:

$$\frac{OC}{AC} \times \frac{BC}{OC} = \frac{F_1}{H_1} \times \frac{H_2}{F_2}; \quad \text{o sea:} \quad \frac{BC}{AC} = \frac{F_1}{F_2};$$

puesto que H_1 y H_2 son iguales.

34. **Fuerzas paralelas de sentido opuesto.** — Sean dos fuerzas F_1 y F_3 paralelas y de igual sentido (fig. 42).

Supongamos que el punto de aplicación de la resultante, no representada en la figura, sea B. Agreguemos en B, la fuerza F_2, igual y opuesta a la resultante de F_1 y F_3. El sistema formado por las tres fuerzas F_1, F_2 y F_3 estará en equilibrio. *Podrá considerarse entonces a una cualquiera de ellas, igual y opuesta a la resultante de las otras dos.* La resultante de las fuerzas F_1 y F_2 será entonces igual y opuesta a F_3. Luego, la resultante de dos fuerzas paralelas de sentido opuesto (F_1 y F_2) es otra fuerza paralela a ambas, igual a su diferencia y cuyo sentido coincide con el de la fuerza mayor (fig. 43). El punto de aplicación de la resultante está fuera del segmento AB determinado por los puntos de aplicación de las componentes y del lado

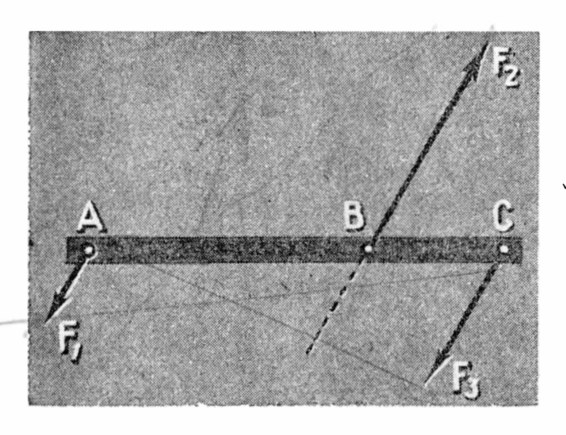


Fig. 42. — Fuerzas paralelas opuestas.

de la fuerza mayor. De acuerdo a lo visto para fuerzas paralelas de igual sentido se tiene:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{F_3}{F_1}$$

y sumando la unidad a ambos miembros:

$$\frac{AB + BC}{BC} = \frac{F_3 + F_1}{F_1}; \quad \text{o sea:} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{F_2}{F_1}.$$

Esta última relación nos dice que el punto de aplicación C de la resultante determina con los puntos de aplicación de las componentes dos segmentos que son proporcionales a las fuerzas no adyacentes.

El mismo experimento hecho, relacionado con fuerzas paralelas de igual sentido, puede ser interpretado (parte inferior de fig. 39), de tal modo, que con él se comprueba lo referente a fuerzas paralelas de sentido opuesto.

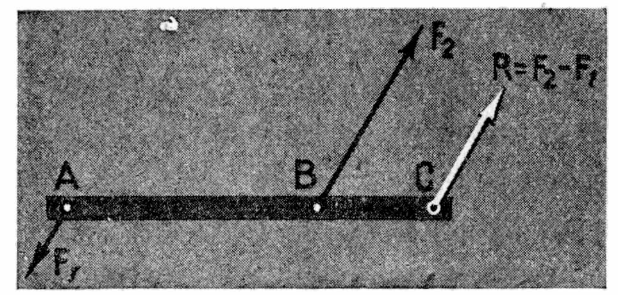


Fig. 43. — Fuerzas paralelas de sentido opuesto.

35. **Determinación gráfica del punto de aplicación.** — Para hallar el punto de aplicación de dos fuerzas paralelas de igual sentido (fig. 44) se toma sobre la fuerza menor un segmento igual a la fuerza mayor y sobre ésta y en sentido opuesto, un segmento igual a la fuerza menor. Uniendo los extremos de ambos segmentos por una recta se obtiene en la intersección de ésta con la AB el punto C de aplicación de la resultante. En forma análoga se procede cuando las fuerzas tienen opuesto sentido.

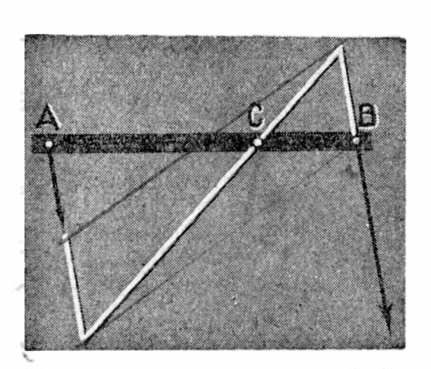


Fig. 44. — Determinación gráfica del punto de aplicación.

36. **Fuerzas aplicadas en diferentes puntos de un cuerpo rígido.** — Ya hemos visto (32) cómo se procede para hallar la resultante de fuerzas coplanares aplicadas a diferentes puntos de un cuerpo rígido. Si se

trata de fuerzas paralelas se puede hallar también la resultante de todas ellas hallando primero la resultante de dos, luego la resultante entre la ya hallada y otra fuerza y así sucesivamente. Si las fuerzas no son paralelas ni coplanares, el sistema no se puede reducir a una fuerza única, como veremos más adelante.

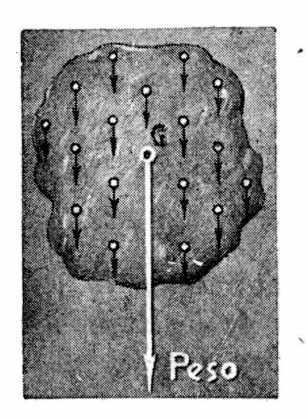


Fig. 45. — Centro de gravedad.

37. Centro de gravedad. — El peso de un cuerpo no es otra cosa que la resultante de un sistema de fuerzas paralelas que son los pesos parciales de las partículas en que puede considerarse dividido (fig. 45). *El punto de aplicación de la resultante, o sea del peso, es el centro de gravedad del cuerpo.* En un cuerpo rígido la posición del centro de gravedad es invariable.

En una esfera homogénea, hueca o maciza, el centro de gravedad coincide con el centro de la misma. En un anillo el centro de gravedad se encuentra en el centro geométrico del mismo. Veremos más adelante cómo se determina el centro de gravedad de un cuerpo cualquiera.

PROBLEMAS

1. *Dos fuerzas de 300 y 400 gramos forman un ángulo de 90°. Hallar el valor de la resultante.* Aplicando el teorema de Pitágoras se tendrá:

$$R = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ gr.}$$

2. *Dos fuerzas iguales forman un ángulo de 120°. ¿Cuánto vale la resultante?* Se ve haciendo la figura que se obtiene un triángulo equilátero. Luego la resultante es igual a cada una de las componentes.

3. *Una fuerza* F *está representada por el lado de un cuadrado y la otra por la diagonal del mismo. Hallar la resultante.* La segunda fuerza es igual a la primera por $\sqrt{2}$. Como forman un ángulo de 45°, aplicando el teorema del coseno se tiene:

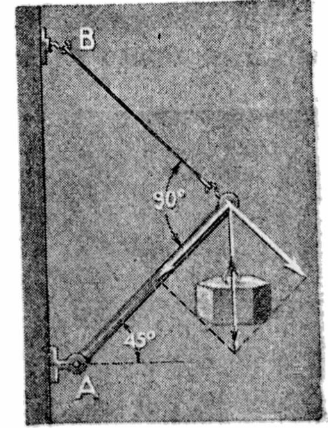


Fig. 46.

$$R = F\sqrt{5}.$$

4. *Dos fuerzas paralelas de 5 Kgr y 3 Kgr están aplicadas en los extremos de una barra de 80 centímetros.* Hallar la resultante y su punto de aplicación.

Si las fuerzas tienen igual sentido la resultante vale 8 Kgr.

En cuanto al punto de aplicación, deberá dividirse la longitud de 80 centímetros en partes proporcionales a 5 y 3:

$$\frac{80}{5+3} \times 3 = 30 \text{ cm}$$

es la distancia del punto de aplicación a la fuerza mayor y:

$$\frac{80}{5+3} \times 5 = 50 \text{ cm}$$

es la distancia a la fuerza menor.

Si las fuerzas tuvieran sentido opuesto la resultante valdría 2 Kgr y su punto de aplicación estaría distante de la fuerza mayor en:

$$\frac{80}{5-3} \times 3 = 120 \text{ cm.}$$

5. *La resultante de dos fuerzas paralelas de igual sentido vale 10 Kgr. Una de las componentes, de 4 Kgr. dista de ella 50 cm. ¿Cuánto valdrá y a qué distancia se encontrará la otra fuerza?*

R.: $F = 6$ Kgr; $d = 33{,}3$ cm.

Fig. 47.

6. *Hallar gráficamente el valor de las fuerzas que se ejercen sobre* A *y* B *(fig. 46), suponiendo que la carga sea de 50 Kgr.* Cuando los ángulos tengan los valores de la figura se obtendrá para las fuerzas actuantes en A y B el valor:

$$F = \frac{50}{\sqrt{2}} \text{ Kgr.}$$

7. *Hallar* F_A *y* F_B *en el caso de la figura 47.*

R.: $F_A = 50$ Kgr; $F_B = 50\sqrt{2}$ Kgr.

CAPÍTULO IV

CONDICIONES DE EQUILIBRIO

38. Palanca. Momento de una fuerza. — Una barra rígida que pueda girar alrededor de un eje fijo, recibe el nombre de palanca. El eje de giro puede atravesar la barra, o bien ésta puede apoyarse sobre algo resistente. De aquí el nombre de "*punto de apoyo*" que recibe el eje de giro. En cuanto a las fuerzas actuantes, una recibe el nombre de potencia (la fuerza activa) y la otra el de resistencia.

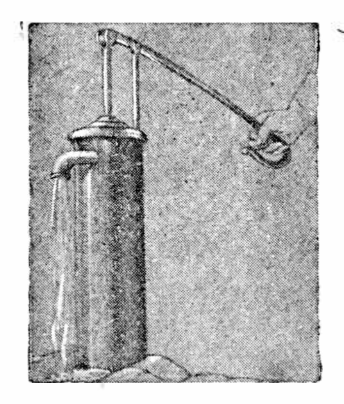


Fig. 48. — Palanca.

La figura 48 representa una palanca destinada a accionar una bomba de agua. La figura 49 muestra el pedal de una máquina de coser. Se designan con el nombre de palancas de primer género aquéllas cuyo punto de apoyo se encuentra entre la potencia y la resistencia (la palanca de la bomba). De segundo género si la resistencia se encuentra entre el apoyo y la potencia; y de tercer género cuando es la potencia la que actúa entre el apoyo y la resistencia (el pedal al actuar con la punta del pie).

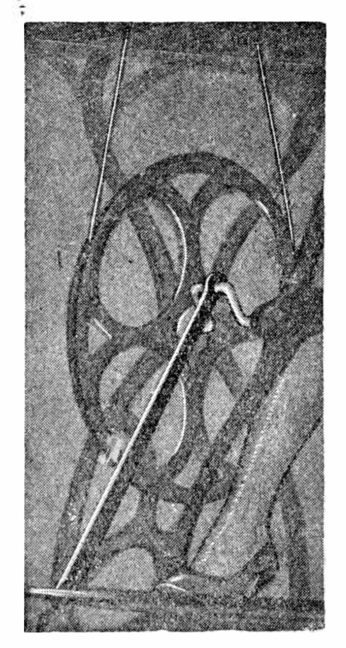


Fig. 49. — Palanca.

Poder de giración de una fuerza. — La palanca de la figura 50 está en equilibrio. La fuerza P tiende a hacer girar a la barra en un sentido y la R en sentido opuesto. Al hallarse la palanca en equilibrio, el poder de giración de ambas fuerzas, alrededor de A, será igual. Esto sucede cuando el producto de la fuerza P por la distancia AP es igual el producto de la fuerza R por la distancia AR. En el caso de la figura: $1 \times 4 = 2 \times 2$.

La palanca de la figura 51 está también en equilibrio. Se constata en este caso que el producto 400 × 3 es igual a 600 × 2. El segmento 3 mide la distancia entre el punto de apoyo y la recta de acción de la fuerza 400 y el segmento 2 entre el punto de apoyo y la fuerza 600. Recordemos que la *distancia* de un punto a una recta, se mide sobre la perpendicular trazada desde el punto.

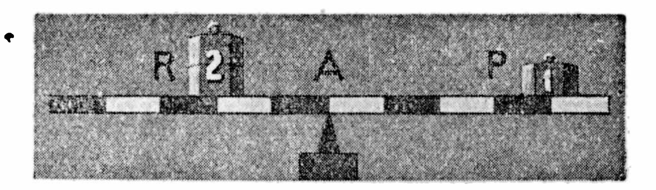


Fig. 50. — Ley de equilibrio.

Llamaremos *brazo de palanca*, de *potencia* o de *resistencia*, *a la distancia que media entre el punto de apoyo y la recta de acción* de las fuerzas de potencia o de resistencia, respectivamente.

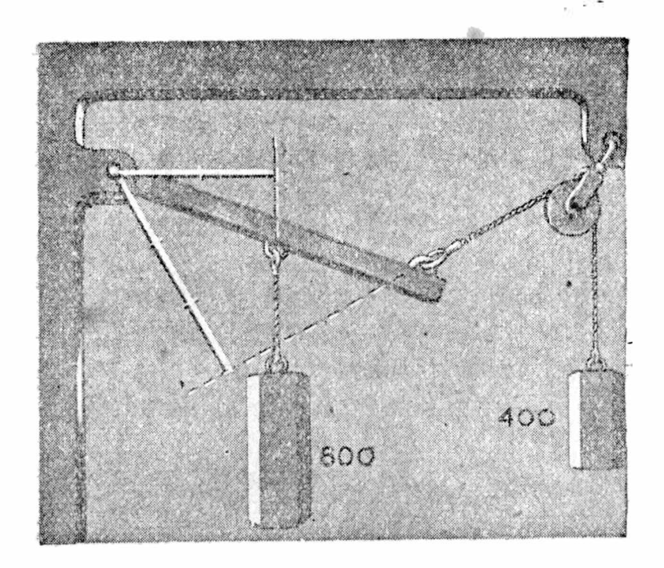


Fig. 51. — Ley de equilibrio.

En la figura 52 *AP'* es el brazo de la potencia y *AR'* el de la resistencia.

Al producto de la potencia por el brazo de la potencia se le llama momento de la potencia con respecto al punto de apoyo. Análogamente se definiría el momento de la resistencia. La ley de equilibrio de la palanca es, pues, la siguiente: *Una palanca se halla en equilibrio cuando el momento de la potencia es igual al momento de la resistencia.* (Momentos considerados con respecto al punto de apoyo).

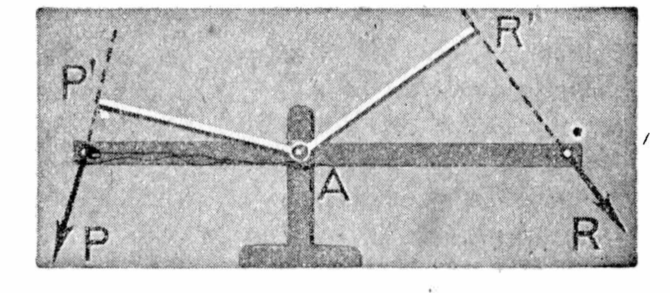


Fig. 52. — Brazos de palanca.

En general, momento *M* de una fuerza *F* con respecto a un punto *O* es el producto de la fuerza *F* por la distancia *d* de su recta de acción al punto considerado (fig. 53):

$$M = Fd.$$

Si se consideran positivos los momentos de las fuerzas que tienden a producir una giración en cierto sentido, los que tienden a hacer girar al sistema en sentido contrario se considerarán negativos. Es evidente que en la palanca los momentos de la potencia y de la resistencia deben ser de signos contrarios para que haya equilibrio.

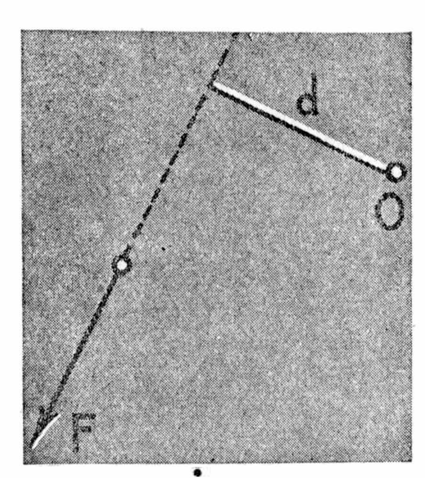


Fig. 53. — Momento.

NOTA. — Se suelen considerar positivos aquellos momentos que tienden a hacer girar al sistema en sentido inverso al de las agujas de un reloj y negativos a los que tienden a hacerlo girar en el mismo sentido. Claro está que si se mira al sistema del lado opuesto cambia el signo de los momentos considerados.

39. Teorema de los momentos de Varignon. — *En un sistema de fuerzas coplanares, el momento de la resultante de ellas, con respecto a un punto de su plano, es igual a la suma algebraica de los momentos de las componentes con respecto al mismo punto.*

Si las componentes son F_1, F_2, $F_3 \ldots$ y su resultante R, se tendrá:

$$\text{Mom. } R = \text{Mom. } F_1 + \\ + \text{Mom. } F_2 \ldots$$

Para demostrar el teorema, demostraremos primero los dos lemas siguientes.

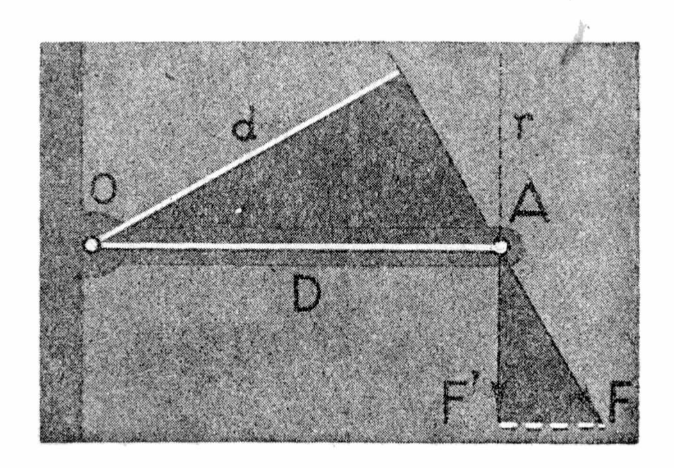


Fig. 54. — Momento.

LEMA I. — *El momento de una fuerza* AF *con respecto a un punto* O (fig. 54) *es igual al producto del segmento* OA *comprendido entre el punto* O *y el de aplicación* A *de la fuerza, por la proyección de ésta,* AF', *sobre una recta* r *perpendicular al segmento* OA, *antes considerado.* Es decir:

$$\text{Mom. } F = Fd = F'D.$$

Los triángulos rectángulos de la figura son semejantes, como se ve de inmediato (ángulo en F del chico igual al ángulo en A del grande por correspondientes) de donde:

$$\frac{F}{F'} = \frac{D}{d}; \quad \text{o sea:} \quad Fd = F'D.$$

LEMA II. — *La proyección de la resultante de dos fuerzas concurrentes sobre una recta cualquiera de su plano* (fig. 55) *es igual a la suma algebraica de las proyecciones de las componentes sobre la misma recta.* No hay más que observar la figura y ver que la proyección de F_2 es igual a la del segmento F_1R. En el caso de la figura 56, la proyección de la resultante R es igual a la proyección de F_1 menos la proyección de F_2 que es igual a la proyección del segmento F_1R. Es fácil ver que el enunciado se cumple también para fuerzas paralelas y puede extenderse a todo un sistema de fuerzas coplanares.

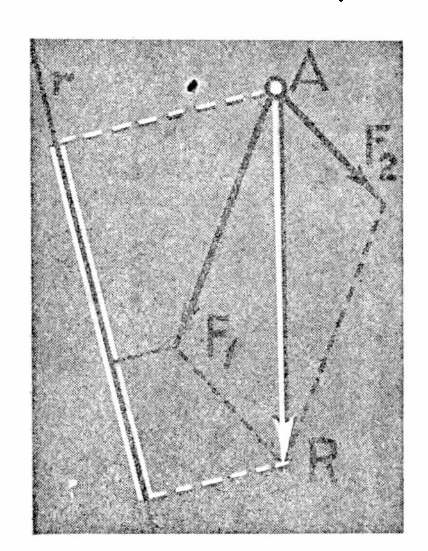


Fig. 55. — Proyección sobre r.

Fig. 56. — Proyección sobre r.

Demostremos ahora el teorema para dos fuerzas concurrentes aplicadas en A. Sea R' la proyección de R sobre la recta r perpendicular a OA (fig. 57); y llamemos F'_1 y F'_2 a las proyecciones sobre la misma recta de F_1 y F_2. Se tendrá:

$$R' = F'_1 + F'_2.$$

Estas proyecciones no se han representado en la figura.

Multiplicando ambos miembros por la distancia D, se tiene:

$$R'D = F'_1D + F'_2D;$$

y por lema I, tendremos:

$$\text{Mom. } R = \text{Mom. } F_1 + \text{Mom. } F_2.$$

40. Demostración de la ley de la palanca. — Para que una palanca se halle en equilibrio será necesario que la resultante de la potencia F_1 y de la resistencia F_2 pase por el punto de apoyo (fig. 58). Cuando esto suceda la distancia del punto de apoyo a la resultante será cero, por lo cual su momento será nulo respecto a ese punto.

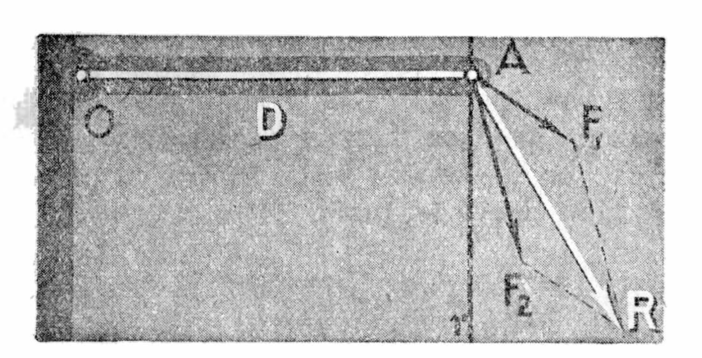


Fig. 57. — Teorema de los momentos.

Como el momento de la resultante es igual a la suma de los momentos de las componentes, se tendrá:

$$0 = \text{Mom. } F_1 + \text{Mom. } F_2,$$

o lo que es lo mismo:

$$\text{Mom. } F_1 = -\text{Mom. } F_2.$$

La palanca está en equilibrio si el momento de la potencia es igual y de signo contrario al de la resistencia.

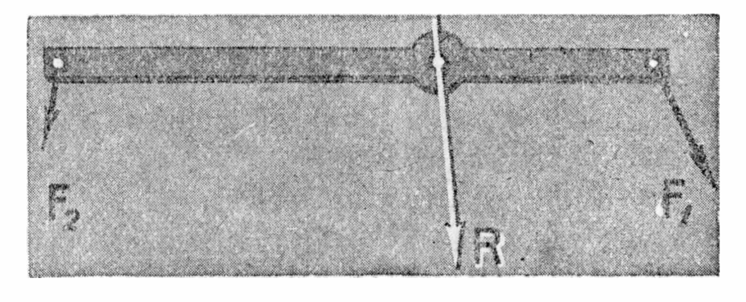


Fig. 58. — Demostración de la ley de la palanca.

41. Palanca en la que actúan varias fuerzas. — Si sobre una palanca actúan varias fuerzas (fig. 59) la condición de equilibrio es que la suma algebraica de los momentos de todas ellas con respecto al punto de apoyo sea cero; o lo que es lo mismo, la suma de los momentos de las fuerzas que producen una giración

en cierto sentido debe ser igual a la suma de los momentos de las fuerzas que producen una giración en sentido opuesto. En el caso de la figura se cumple:

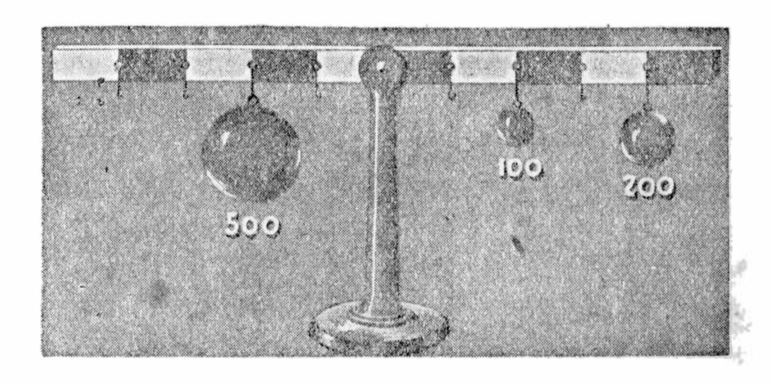


Fig. 59. — Palanca "compuesta".

$$500 \times 2 = 100 \times 2 + 200 \times 4;$$

o sea:

$$500 \times 2 - 100 \times 2 - 200 \times 4 = 0.$$

42. **Polea fija.** — Ya en el párrafo 27 hemos visto que una polea cuyo eje se mantiene fijo, se encuentra en equilibrio si las fuerzas que actúan en ambos extremos del hilo son iguales. La ley de equilibrio de la polea fija (fig. 60) es, pues, la siguiente: *Una polea fija se halla en equilibrio si la potencia es igual a la resistencia.*

Una polea fija puede considerarse como una palanca cuyos dos brazos son iguales, por ser radios de una misma circunferencia.

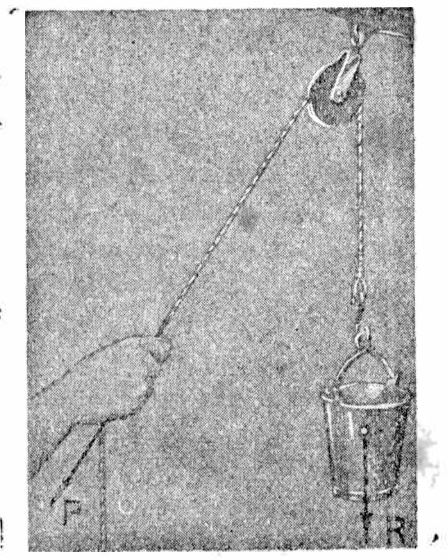


Fig. 60. — Polea fija.

Polea móvil. — Si los hilos que pasan por la garganta de la polea móvil M (fig. 61) son paralelos, la fuerza R se puede descomponer en otras dos paralelas que actúen sobre ambos hilos, cada una de las cuales valdrá $R/2$. Luego, *para que una polea móvil se halle en equilibrio es necesario que la potencia sea igual a la mitad de la resistencia.*

43. Asociación de poleas. — Sea un sistema como el indicado en la figura 62. La carga R actúa sobre cada uno de los *dos hilos* que sostienen la polea *1* con la fuerza $R/2$. La fuerza $R/2$ que actúa sobre la polea *2* ejercerá sobre cada uno de los hilos que la sostienen la fuerza $R/4$. Finalmente actuará sobre el cordón de la polea fija la fuerza $R/8$, mitad de $R/4$, por lo cual la potencia P será en este caso, para que exista equilibrio, la octava parte de la resistencia.

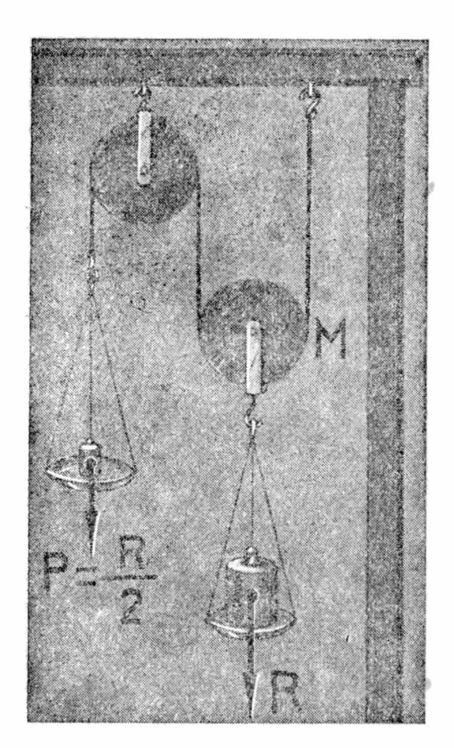


Fig. 61. — Polea móvil.

Si es n el número de poleas *móviles* asociadas en esta forma, la potencia P, en el caso de equilibrio, será:

$$P = \frac{R}{2^n}.$$

En el caso de la figura 63, el número de hilos paralelos que sostienen la carga es igual al doble de poleas *móviles* por lo cual en ese caso se tendrá:

$$P = \frac{R}{2 \times n}.$$

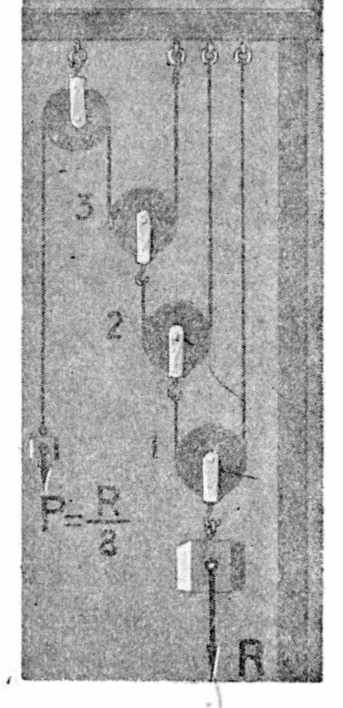


Fig. 62. — Asociación de poleas.

44. Torno. — La resistencia R está suspendida del extremo de una cuerda que se arrolla en un cilindro accionado por la manivela M sobre la que actúa la potencia (fig. 64). En la figura 65 se supone al eje del torno perpendicular al plano de la figura en el punto O. Se ve que se trata de una palanca en la que el brazo de la potencia es el radio de la circunferencia descripta por la manivela M, que llamaremos radio de la manivela; siendo el brazo de la resistencia el radio del cilindro.

Durante el equilibrio debe cumplirse: *La potencia por el radio de la manivela es igual a la resistencia por el radio del cilindro.*

45. Plano inclinado. — Un plano rígido que puede realizarse con una tabla de madera, que forma un ángulo con el horizonte, constituye un plano inclinado. Se le representa por un triángulo rectángulo (fig. 66). El cateto vertical *AB*, recibe el nombre de *altura;* el otro cateto, horizontal, es la base, siendo la hipotenusa *BC* la *longitud* del plano *.

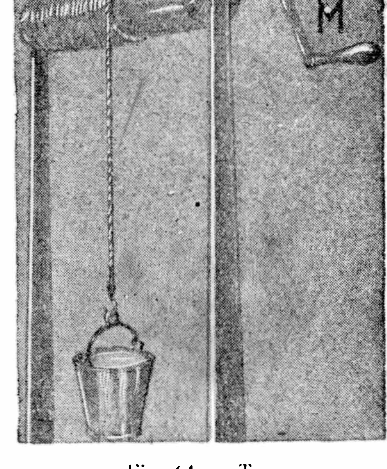
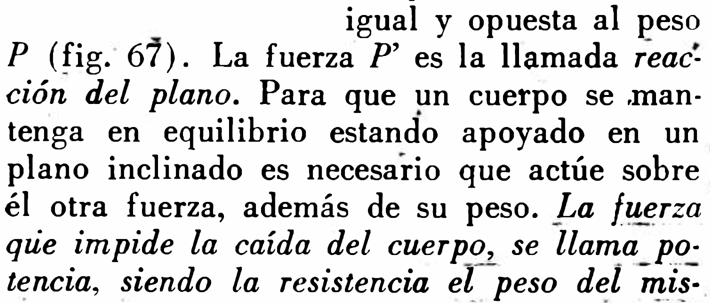


Fig. 64. — Torno.

Fig. 63. — Aparejo.

La experiencia muestra que un cuerpo apoyado sobre un plano inclinado se desliza o rueda a lo largo del mismo. Si el roce fuera nulo, bastaría la más leve inclinación para provocar la caída del cuerpo a lo largo del plano. En cambio, si el plano es horizontal, un cuerpo apoyado sobre el mismo, se mantiene en equilibrio. Para explicar esto, debemos suponer que el plano ejerce sobre el cuerpo una fuerza *P'* igual y opuesta al peso *P* (fig. 67). La fuerza *P'* es la llamada *reacción del plano.* Para que un cuerpo se mantenga en equilibrio estando apoyado en un plano inclinado es necesario que actúe sobre él otra fuerza, además de su peso. *La fuerza que impide la caída del cuerpo, se llama potencia, siendo la resistencia el peso del mismo.* Concluímos de aquí que *en caso de equilibrio, la resultante de*



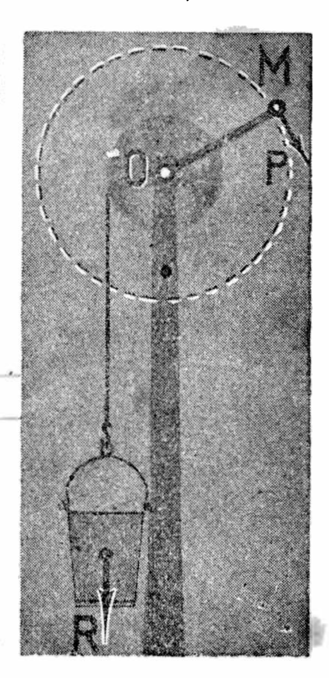


Fig. 65. — Torno.

* Esta representación es la sección del plano inclinado con otro vertical y perpendicular a la recta de intersección del plano inclinado con un plano horizontal. De este modo la longitud del plano coincide con la línea de máxima pendiente del mismo.

la potencia y la resistencia deberá ser perpendicular al plano. Supongamos que la potencia P se ejerza paralelamente a la longitud, según la recta r (fig. 68). Tracemos la recta n normal a la longitud del plano. Construyamos un paralelogramo uno de cuyos lados es el peso (resistencia) R; y otro lado que tenga la dirección r, siendo n su diagonal.

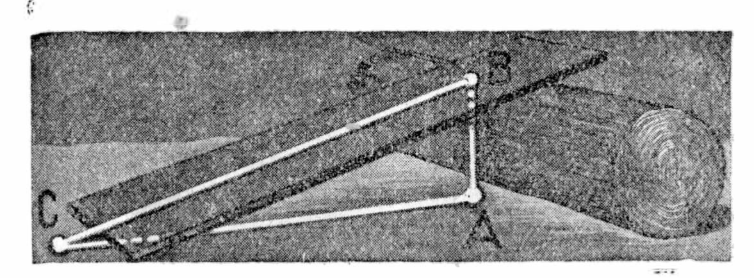


Fig. 66. — Plano inclinado.

El triángulo claro y el que representa al plano inclinado son semejantes. Llamando h a la altura y l a la longitud se tiene:

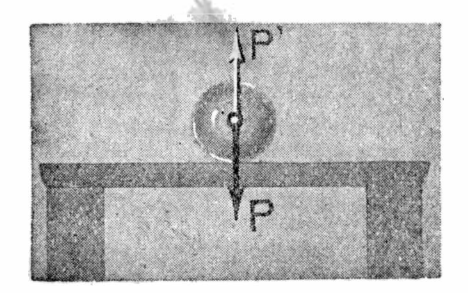


Fig. 67. — Reacción P'.

$$\frac{P}{R} = \frac{h}{l}.$$

Cuando hay equilibrio, *la relación entre la potencia y la resistencia es igual a la relación entre la altura y la longitud del plano.*

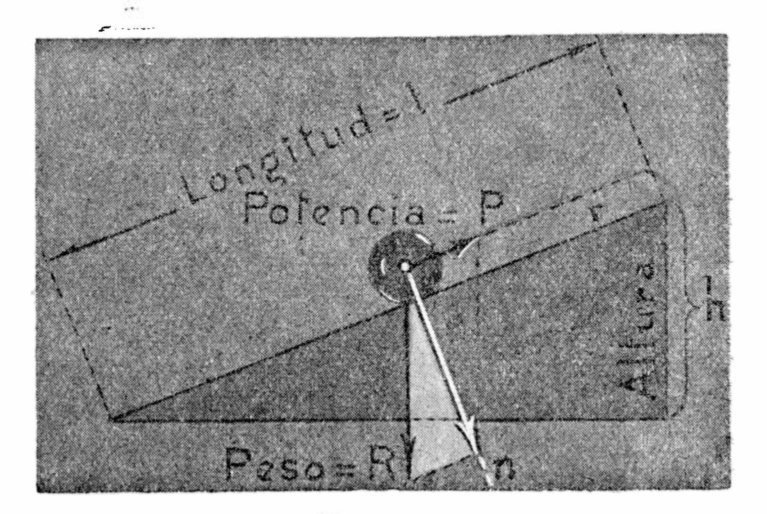


Fig. 68. — Plano inclinado.

No actuando la potencia P el cuerpo se deslizará por la acción de una fuerza igual y contraria a ella. Si se descompone la fuerza R (fig. 69) en otras dos: una normal al plano, la N, y otra paralela a la longitud del mismo, la F, la fuerza N se anulará por la reacción N' del plano, quedando solamente la F. Como para que haya equilibrio la potencia deberá ser igual y opuesta a F, se obtiene también de este modo, por la semejanza de los triángulos sombrea-

dos, la ley que ya hemos establecido. En la figura 70 se indica un dispositivo que permite verificar experimentalmente la ley de equilibrio del plano inclinado.

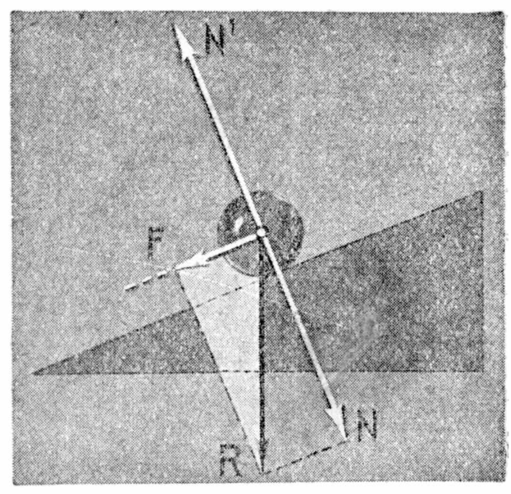
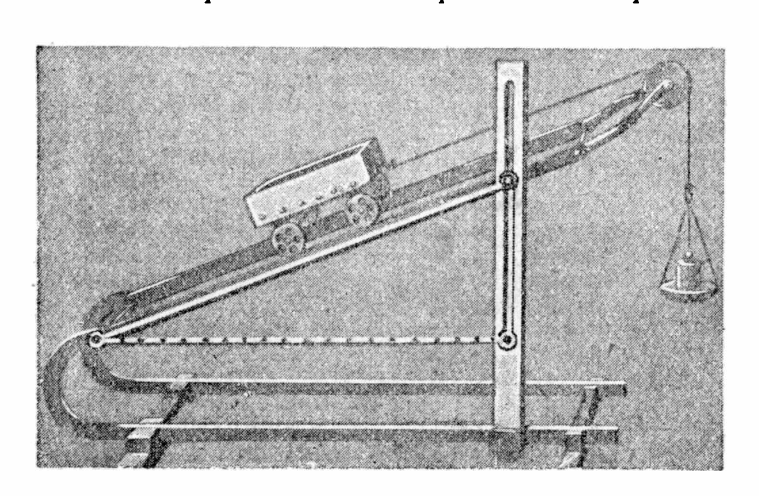


Fig. 69. — Plano inclinado.

46. Equilibrio de cuerpos suspendidos. — Para que un cuerpo sometido sólo a la acción de su peso, se halle en equilibrio, estando suspendido, será necesario que el momento de la fuerza del peso con respecto al punto de suspensión sea cero. Si O es el punto de suspensión y G el centro de gravedad del cuerpo, el momento de la fuerza P con respecto a O será Pd (fig. 71), siendo d el segmento blanco de la figura.

Este momento valdrá cero si la distancia d es cero, como ocurre cuando la vertical que pasa por G pasa también por O.

Si el centro de gravedad se encuentra por debajo del punto de suspensión el equilibrio es *estable*, lo que significa que si se aparta al cuerpo un poco de su posición de equilibrio tiende a volver a ella. En cambio el equilibrio es *inestable* cuando el centro de gravedad está por arriba del punto de suspensión. La figura 72 muestra un caso de equilibrio estable. El equilibrio es indiferente cuando el punto o eje de suspensión pasa por el centro de gravedad.


Fig. 70. — Plano inclinado.

47. Determinación del centro de gravedad. — Suspendiendo un cuerpo sucesivamente de dos puntos distintos la intersección de las verticales que pasan por los puntos de suspensión determina el centro de gravedad del cuerpo (figs. 73*a* y *b*).

48. Equilibrio de cuerpos apoyados. — Un cuerpo apoyado en un plano horizontal se encuentra en equilibrio siempre que la vertical que pasa por el centro de gravedad pase también por el interior de la llamada *base de sustentación*. En un *trípode* (fig. 74) la base de sustentación es el triángulo determinado por los puntos de apoyo de las patas. En el caso de la figura 75 se ve que no hay equilibrio: la vertical trazada desde el centro de gravedad cae fuera de la base de sustentación.

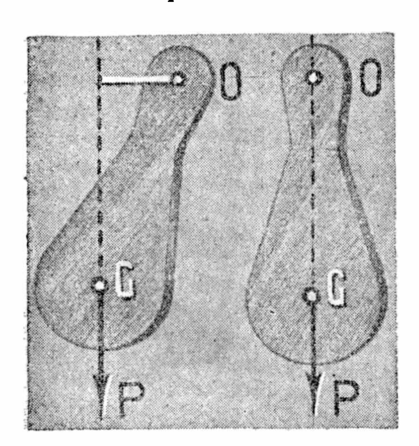


Fig. 71. — Equilibrio.

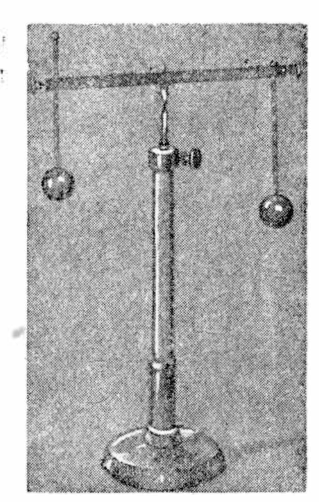
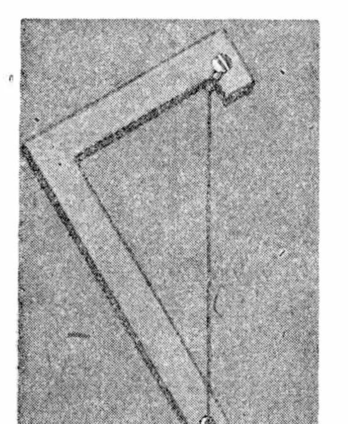
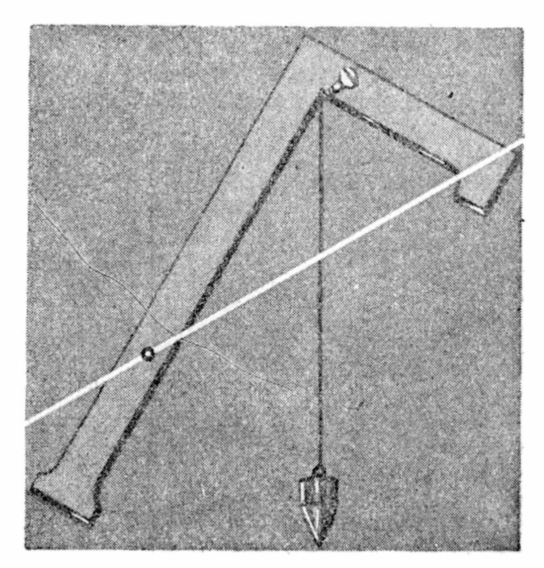


Fig. 72. — Equilibrio.

El centro de gravedad tiende a ocupar siempre la posición más baja posible. Se explica así lo que ocurre con el juguete de la figura 76 formado por un muñeco de celuloide con una base semiesférica de plomo con lo cual se mantiene de pie. El cilindro cargado de la figura 77 sube por el plano inclinado,





Figs. 73 *a* y *b*. — Determinación del centro de gravedad.

aunque en realidad el centro de gravedad baja, lo mismo que ocurre con el doble cono de la figura 78 que parece subir por un doble plano inclinado.

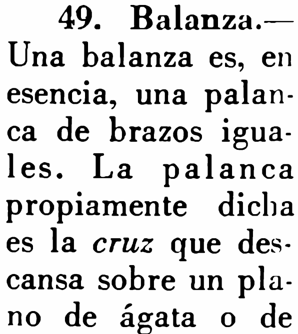


Fig. 74.

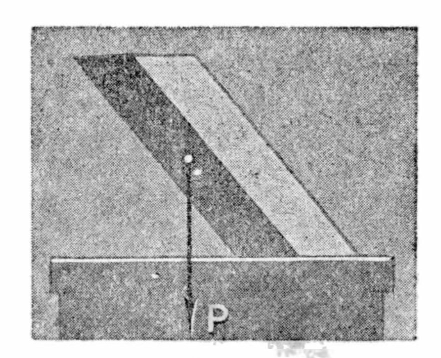


Fig. 75.

49. Balanza.— Una balanza es, en esencia, una palanca de brazos iguales. La palanca propiamente dicha es la *cruz* que descansa sobre un plano de ágata o de acero apoyada en la arista afilada de una cuña llamada *cuchillo* (fig. 79). Los platillos, ambos de igual peso, se apoyan en forma análoga, sobre los extremos de la cruz. Una aguja rígidamente unida a la cruz, llamada *fiel*, recorre en su movimiento una pequeña escala.

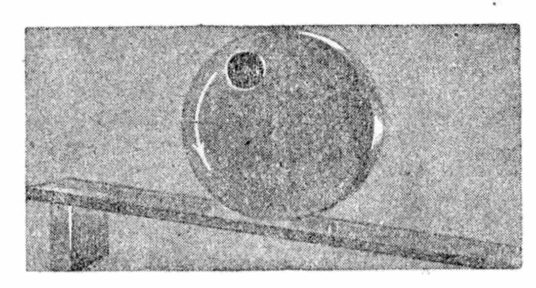
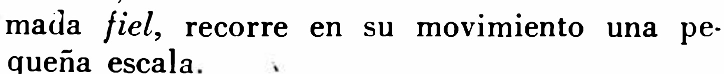


Fig. 77.



Para que el equilibrio sea estable, el centro de gravedad de la cruz (sin tener en cuenta los platillos) debe encontrarse por debajo del punto de suspensión.



Fig. 76.

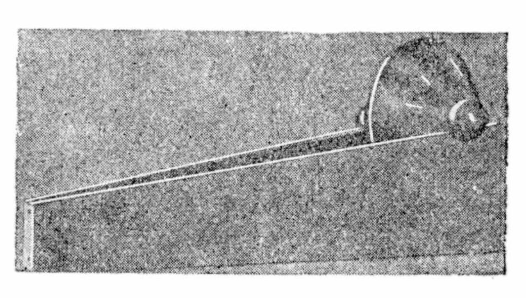


Fig. 78.

Condición de equilibrio. — Supongamos que en el platillo de la derecha (fig. 80) se coloca una *sobrecarga p*. El equilibrio se

establecerá cuando el momento de la sobrecarga respecto a O, o sea px, sea igual al momento del peso Q de la cruz que es Qa.

Luego:

$$p\,x = Q\,a.$$

Llamemos l a la longitud $OA = OB$ de los brazos de la cruz; d a la distancia OG del centro de gravedad de la misma al punto

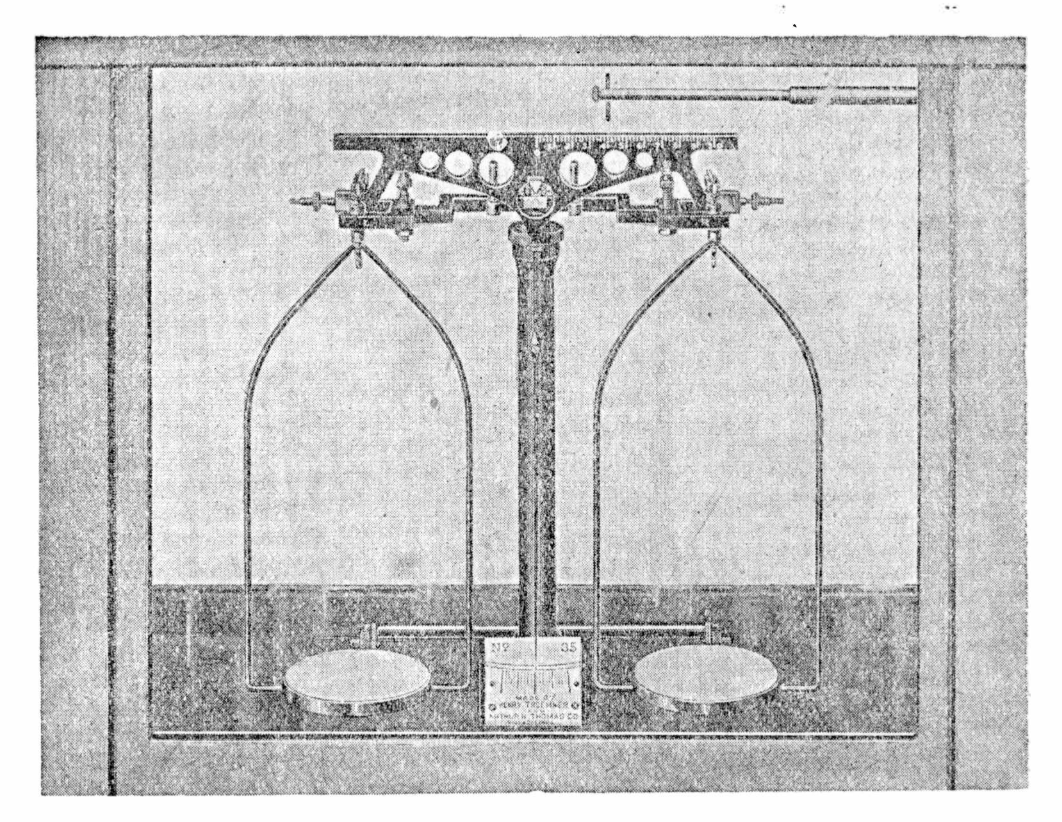


Fig. 79. — Balanza de precisión.

de apoyo y h al cateto AA'. La semejanza de los triángulos sombreados nos da:

$$\frac{h}{l} = \frac{a}{d}; \quad \text{de donde:} \quad a = \frac{hd}{l}.$$

Reemplazando este valor de a en la fórmula anterior obtenemos:

$$px = Q\frac{hd}{l}; \quad \text{de donde:} \quad \frac{h}{x} = \frac{pl}{Qd}.$$

El cociente de h por x no es otra cosa que la tangente trigonométrica del ángulo α que ha girado la cruz. Como este ángulo es siempre pequeño, podremos tomar la tangente igual al ángulo medido en radianes. con lo que:

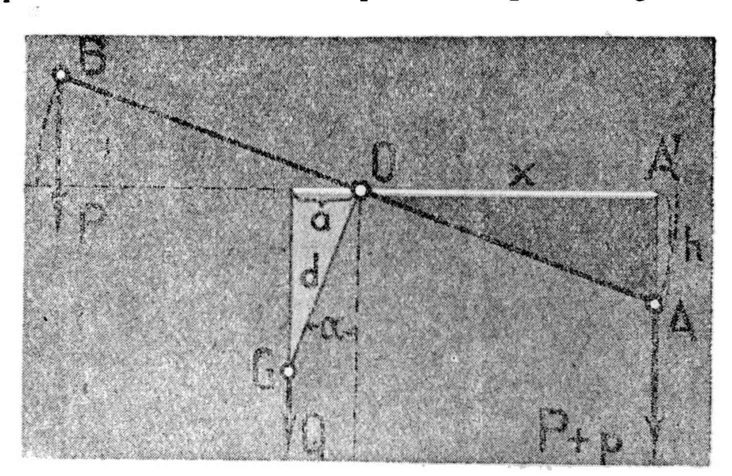


Fig. 80. — Condición de equilibrio.

$$\alpha = \frac{pl}{Qd};$$

fórmula que nos dice que la desviación que experimenta la cruz o lo que es lo mismo el fiel, es proporcional a la sobrecarga y a la longitud de los brazos de la balanza, estando en razón inversa del peso de la cruz y de la distancia del centro de gravedad de la misma a la cuchilla de suspensión.

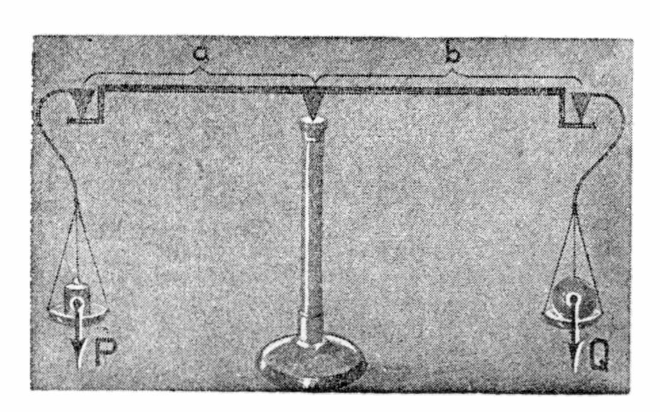


Fig. 81. — Balanza inexacta.

Sensibilidad. — Se llama así al cociente α/p entre la desviación que experimenta el fiel y la sobrecarga que la produce. En las balanzas de precisión se considera una sobrecarga de un centigramo o de un miligramo.

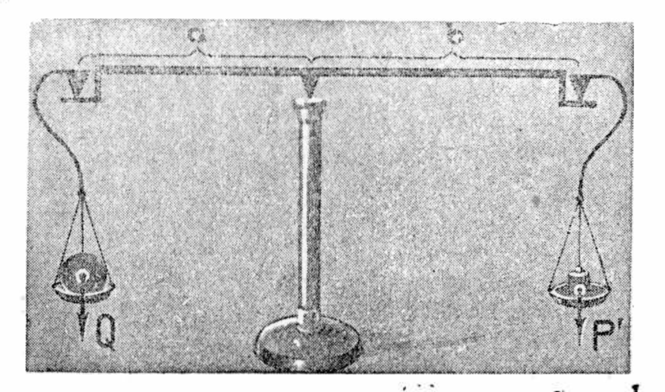


Fig. 82. — Doble pesada.

De acuerdo a la fórmula que hemos establecido anteriormente una balanza sensible deberá tener una cruz liviana y el centro de

gravedad tendrá que distar poco del punto de suspensión. Los brazos de la balanza, que debieran ser largos según la fórmula, para obtener una sensibilidad grande, se construyen por el contrario *cortos*, pues con ello se aminora el peso de la cruz y sobre todo el *tiempo de oscilación* de la misma.

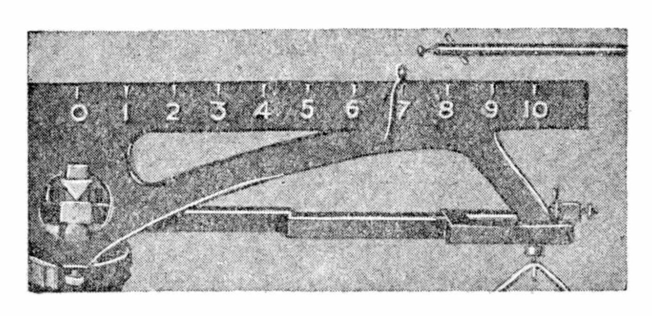


Fig. 83. — Jinetillo.

Exactitud. — Una balanza es absolutamente exacta si sus brazos son rigurosamente iguales. Puede una balanza ser muy sensible sin ser exacta e inversamente. Sea una balanza con brazos desiguales a y b (figs. 81 y 82). Pesando un mismo cuerpo de peso $Q = X$ sucesivamente en cada uno de los platillos, se puede obtener el peso exacto del cuerpo y también la relación entre los brazos de la balanza.

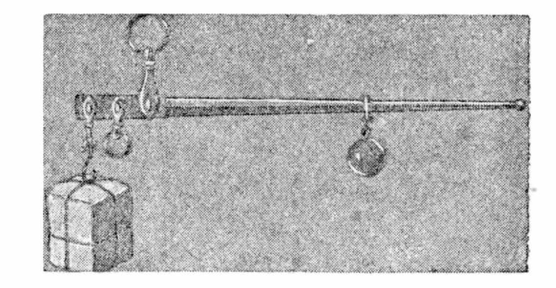


Fig. 84. — Romana.

Valdrán las relaciones siguientes:

$$Xb = Pa; \quad Xa = P'b.$$

Multiplicando estas relaciones miembro a miembro obtenemos:

$$X^2ba = PP'ab; \quad \text{de donde:} \quad X = \sqrt{PP'}.$$

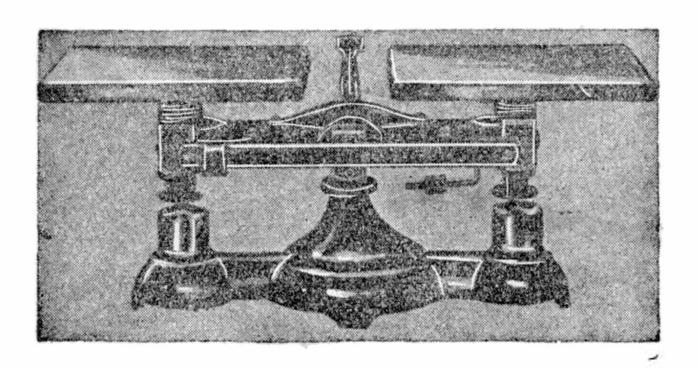


Fig. 85. — Balanza de ROBERVAL (1602 - 1675).

Si hubiéramos dividido, tendríamos:

$$\frac{b}{a} = \frac{Pa}{P'b};$$

de donde:

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{P}{P'}}.$$

El peso exacto del cuerpo es igual a la raíz cuadrada del producto de los resultados

de ambas pesadas y la relación entre los brazos está dada por la raíz cuadrada del cociente de las mismas.

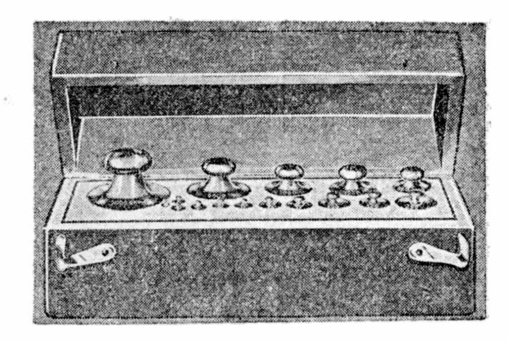


Fig. 86. — Caja de pesas.

Jinetillo. — Es una pesa de forma especial que puede desplazarse a lo largo de una regla dividida en partes iguales adjunta a la cruz (fig. 83). Si el peso del jinetillo es de 10 miligramos, colocado sobre la mitad del brazo hará las veces de un peso de 5 miligramos y colocado en la división 1 se comportará como una pesa de un miligramo colocada en el platillo.

Otros tipos de balanzas. — Las figuras 84 y 85 indican otros tipos de balanzas, cuya descripción omitimos.



Fig. 87. — Cupla.

50. Cupla o par de fuerzas. — Dos fuerzas paralelas de igual intensidad y sentido opuesto constituyen una cupla o par de fuerzas (fig. 87). Si se aplicara a este sistema la regla de composición de fuerzas paralelas, se obtendría para la resultante un valor nulo, hallándose su punto de aplicación en el infinito. No tiene, pues, sentido, hablar de la resultante de un par o cupla de fuerzas, que constituye un sistema irreductible.

Se llama brazo de la cupla AB a la distancia d que separa a las rectas de acción de ambas fuerzas (fig. 88).

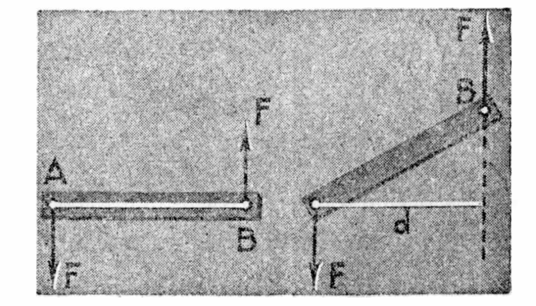


Fig. 88. — Brazo de una cupla: d.

Momento de una cupla es el producto de una de las fuerzas F por el brazo:

$$M = Fd.$$

Este momento mide el poder de giración de la cupla con respecto a cualquier punto de su plano.

En efecto: el momento de ambas fuerzas F, con respecto a un punto O, de su plano (fig. 89) sería:

$$Fy - Fx = F\,(y - x) = Fd.$$

51. Composición de fuerzas no coplanares. — Sean las fuerzas F_1, aplicada en A y F_2 aplicada en B (fig. 90). Agreguemos en B dos fuerzas iguales y paralelas a F_1 y opuestas: la F'_1 y la F''_1. Con este agregado no habremos alterado en nada el estado del sistema.

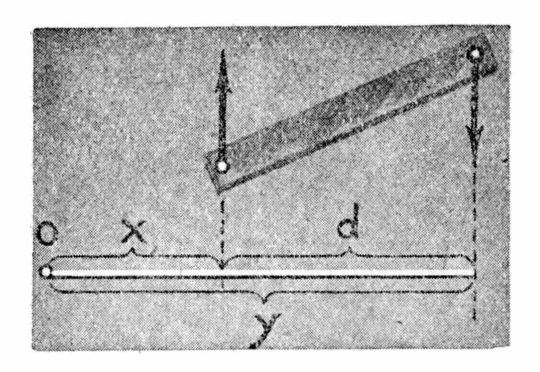


Fig. 89. — Momento de una cupla.

Hallemos la resultante R entre F_2 y F'_1. Obtenemos así que el sistema primitivo de las fuerzas F_1 y F_2 es equivalente al sistema formado por la única fuerza R y la cupla $F_1F''_1$.

Reducción de un sistema de fuerzas. — Se demuestra que un sistema de fuerzas cualesquiera puede reducirse a una fuerza única y a una cupla única. La fuerza resultante tiende a producir una traslación y la cupla una rotación.

Para que el sistema se halle en equilibrio deberán ser nulas la fuerza y la cupla resultante.

52. Principio de acción y reacción. — Un cuerpo suspendido de un hilo ejerce sobre el soporte cierta fuerza igual a su peso, denominada *acción*. El soporte ejerce a su vez otra fuerza igual y de sentido opuesto: es la *reacción*. Lo mismo ocurre en un cuerpo apoyado sobre un plano horizontal: la *acción* (el peso) es igual a la *reacción* del plano. En una palanca la reacción del eje es igual y opuesta a la resultante de la potencia y la resistencia. Si esta resultante pasa por el eje ambas fuerzas se anularán, y si no pasa por el eje, queda constituída una cupla, una de cuyas fuerzas es la resultante de la potencia y la resistencia y la otra la reacción del eje.

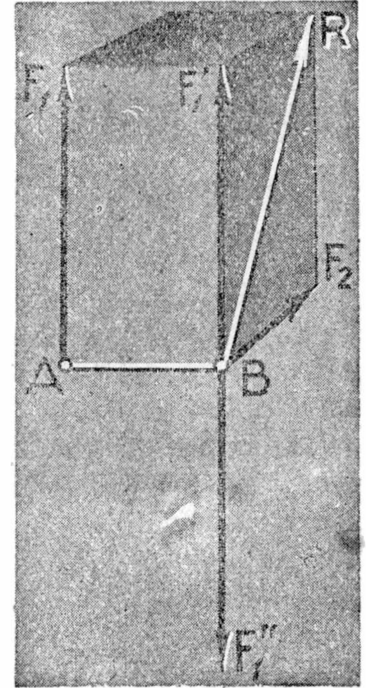


Fig. 90. — Fuerzas no coplanares.

Veremos más adelante (dinámica) que en todos los casos la reacción es igual y opuesta a la acción (90).

53. Viga apoyada. Condiciones generales de equilibrio de un sistema de fuerzas. — Consideremos una viga apoyada en A y B (fig. 91). Supongamos que la viga tenga una longitud l y un peso Q que actúa en el centro de gravedad de la misma y distante en consecuencia $l/2$ de cada apoyo. Supongamos a la viga cargada con pesos P_1 y P_2 distantes en x e y, respectivamente, del apoyo A.

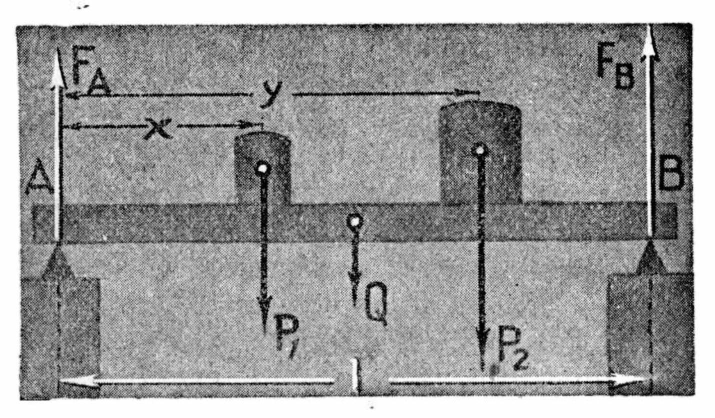


Fig. 91. — Viga cargada.

Para que haya equilibrio la resultante de todas las fuerzas deberá anularse, por lo cual será:

$$F_A + F_B = P_1 + P_2 + Q. \qquad [1]$$

Además *la suma algebraica de los momentos con respecto a cualquier punto, deberá ser cero.* Tomemos los momentos con respecto al apoyo A. El momento de F_B deberá ser igual en valor absoluto a la suma de los momentos de P_1, P_2 y Q. Luego:

$$F_B l = P_1 x + P_2 y + Q\, l/2. \qquad [2]$$

Las ecuaciones [1] y [2] permiten hallar F_A y F_B.

Los principios aplicados a la resolución del problema precedente se conocen con el nombre de ***principios generales de la estática.***

PROBLEMAS

1. *¿A qué distancia del punto medio debe apoyarse una tabla de 4 m de longitud y 20 Kgr de peso para que permanezca en equilibrio sosteniendo en sus extremos pesos de 25 y 50 Kgr?*

   Llamando x a la distancia pedida se tendrá:

$$20\,x + 25\,(2 + x) = 50\,(2 - x)\,; \qquad x = 53 \text{ cm.}$$

2. *¿Cuánto vale la reacción en el apoyo, en el caso anterior?*

$$R = 20 + 25 + 50 = 95 \text{ Kgr.}$$

3. *Con una polea fija se sostiene un peso de 50 Kgr tirando horizontalmente. Hallar la reacción del eje y el ángulo que la abrazadera, enganchada al soporte, forma con la vertical.*

Como la potencia forma con la resistencia un ángulo de 90° por ser ambas iguales, la abrazadera formará un ángulo de 45° con la vertical, siendo la reacción en el eje igual a $50\sqrt{2}$ Kgr.

4. *En un plano inclinado, la potencia, paralela a la longitud, es igual a la mitad de la resistencia durante el equilibrio. ¿Qué ángulo forma el plano con el horizonte?*

Como la altura será igual también a la mitad de la longitud el ángulo de inclinación valdrá 30°.

5. *Un automóvil que pesa 1 500 Kgr comienza a rodar, estando desfrenado, sobre un camino cuando la pendiente de éste es igual a 0,01. ¿Cuánto vale la fuerza del roce?*

Se llama pendiente al cociente entre la altura y la longitud *. Una pendiente de 0,01 significa que por cada 100 metros el camino se eleva en 1 m. La fuerza del roce valdrá: $0{,}01 \times 1\,500 = 15$ Kgr; ya que si la pendiente es menor de 0,01 el auto no rueda.

6. *¿Qué fuerza habrá que efectuar para impedir el deslizamiento del auto anterior en un camino cuya pendiente sea igual a 0,02?*

Si no hubiera roce habría que efectuar una fuerza F tal que:

$$F = 1\,500 \times 0{,}02 = 30 \text{ Kgr.}$$

Siendo la fuerza del roce igual a 15 Kgr la fuerza F' será:

$$F' = 30 - 15 = 15 \text{ Kgr.}$$

7. *¿Qué fuerza habrá que efectuar para hacer que el auto del ejemplo anterior suba?*

La fuerza deberá ser algo mayor que la suma de la fuerza que impide la caída y la de roce, luego:

$$F > 30 + 15 = 45 \text{ Kgr.}$$

8. *Siendo* (fig. 91) $l = 5$ *m*; $x = 2$ *m*; $y = 4$ *m*; $Q = 100$ *Kgr*; $P_1 = 500$ *Kgr*; $P_2 = 800$ *Kgr, hallar* F_A *y* F_B.

$$F_B = 890 \text{ Kgr}; \qquad F_A = 510 \text{ Kgr.}$$

* En realidad es el cociente entre la altura y la base.

CAPÍTULO V

MOVIMIENTO

54. Traslación y rotación. — Se dice que un cuerpo se mueve cuando cambia de lugar con respecto a otros cuerpos que se consideran fijos.

Un cuerpo rígido se traslada cuando cualquier recta del cuerpo, fija al mismo (figs. 92 y 93) se mantiene, en el movimiento, paralela a sí misma.

Fig. 92. — Traslación.

Trayectoria es la línea, recta o curva, descripta por un punto cualquiera del cuerpo, en su movimiento. *Si el cuerpo se traslada, todos sus puntos describen trayectorias idénticas.*

En la rotación de un cuerpo alrededor de un eje (fig. 94) las trayectorias descriptas por diferentes puntos del mismo son circunferencias cuyos centros pertenecen todos a la misma recta que es el eje de rotación. Los planos de todas esas circunferencias son normales al eje de giro.

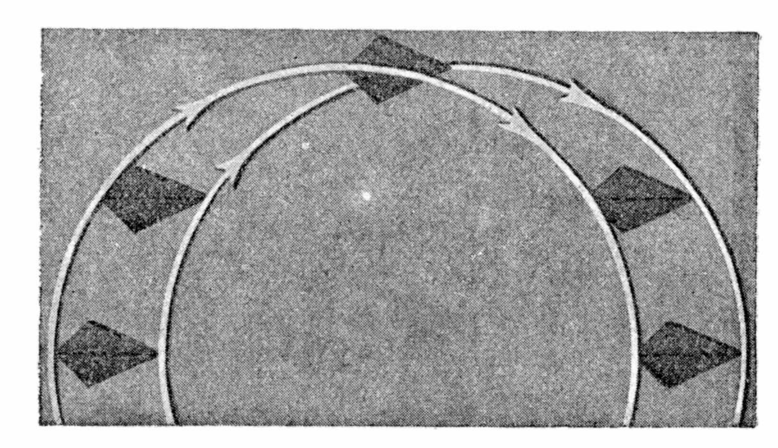


Fig. 93. — Traslación.

55. Medida del tiempo. — La unidad de tiempo puede ser el *segundo*, el *minuto*, la *hora*, el *día*, el *año*, etc. En física se adopta por lo general ***el segundo que es la 86400 ava parte del día solar medio.***

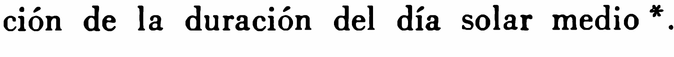
Día solar verdadero es el tiempo que transcurre entre dos pasajes consecutivos del Sol por el meridiano de un mismo lugar. Este tiempo es variable y no puede servir por lo tanto como unidad.

Día solar medio es el término medio de un gran número de días solares verdaderos que comprendan un número entero de años.

El día solar medio se divide en 24 horas, la hora en 60 minutos y el minuto en 60 segundos.

El día solar verdadero, que ya hemos definido, es en ocasiones mayor de 24 horas (*de tiempo medio*) y en ocasiones menor.

No es éste el lugar apropiado para dar las causas de la irregularidad de los días solares verdaderos así como la determinación de la duración del día solar medio *.



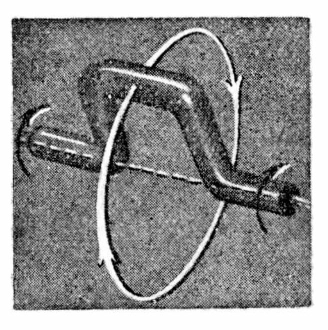


Fig. 94. — Rotación.

56. Movimiento uniforme. — Consideremos un punto cualquiera de un cuerpo que se traslada. Midamos la longitud de la trayectoria recorrida en un intervalo de tiempo dado. A esa longitud la llamaremos simplemente *espacio recorrido. Si en intervalos iguales de tiempo los espacios recorridos son también iguales, diremos que el movimiento es uniforme.*

Sea un móvil que entre las 12h y las 13h recorre 60 kilómetros. Término medio ha recorrido 1 kilómetro en cada minuto.

Ahora bien, si el móvil recorre efectivamente 1 kilómetro en cada intervalo de 1 minuto que consideremos, por ejemplo entre las 12h35m46s y las 12h36m46s, diremos que el movimiento es uniforme.

Velocidad. — *Es el cociente entre el espacio recorrido por un móvil y el tiempo empleado en recorrerlo.*

Consideremos un móvil que recorra con movimiento uniforme 144 kilómetros en 2 horas. Su velocidad será:

$$V = \frac{144 \text{ Km}}{2 \text{ hora}} = 72 \frac{\text{Km}}{\text{hora}}.$$

Si adoptáramos como unidad de tiempo el *segundo*, y como unidad de longitud el *metro*, tendríamos:

$$V = \frac{144\,000 \text{ m}}{2 \times 3\,600 \text{ seg}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

* Véase: *Cosmografía*, LOEDEL - DE LUCA. Editorial Estrada.

Esto nos dice que el móvil del ejemplo recorre 72 Km en una hora o 20 m en un segundo.

Llamando e al espacio recorrido durante el tiempo t la velocidad está dada por la fórmula:

Fórmula del movimiento uniforme: $V = \frac{e}{t}$.

En el sistema métrico decimal la unidad de velocidad es la de un móvil que recorre un metro en un segundo.

TABLA DE VELOCIDADES

Crecimiento del cabello:

$$V = 1 \frac{\text{cm}}{\text{mes}} = 3{,}8 \times 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{seg}} = 3{,}8 \frac{\text{m}\mu}{\text{seg}}.$$

Extremo de un horario de reloj de 10 centímetros de longitud:

$$V = 0{,}001454 \frac{\text{cm}}{\text{seg}} = 14{,}54 \frac{\mu}{\text{seg}}.$$

Extremo de un minutero de reloj de 10 centímetros de longitud:

$$V = 0{,}017448 \frac{\text{cm}}{\text{seg}} = 174{,}48 \frac{\mu}{\text{seg}}.$$

Hombre caminando:

$$V = 80 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 1{,}33 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

Hombre en carrera (100 m en 11 seg):

$$V = 9{,}09 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

Automóvil:

$$V = 108 \frac{\text{Km}}{\text{hora}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

Avión:

$$V = 540 \frac{\text{Km}}{\text{hora}} = 150 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

Sonido en el aire:

$$V = 340 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

Bala de fusil (velocidad inicial):

$$V = 450 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

Velocidad de la luz en el vacío:

$$V = 300\,000 \frac{\text{Km}}{\text{seg}} = 3 \times 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{seg}}.$$

57. **Leyes del movimiento uniforme.** — De la misma definición surge: *En el movimiento uniforme la velocidad es constante.* Esto implica también que *los espacios recorridos son proporcionales a los tiempos empleados en recorrerlos.*

De la fórmula de la velocidad se obtiene, despejando el espacio e o el tiempo t:

$$e = vt; \qquad t = \frac{e}{v}.$$

58. **Representación gráfica.** — Tomemos dos rectas perpendiculares (fig. 95) una horizontal x y otra vertical y. Representemos el tiempo sobre el eje de las abscisas x y la velocidad en el eje de las ordenadas y.

En el instante cero (0) la velocidad es igual a 3 m/seg.
En el instante uno (1) la velocidad es igual a 3 m/seg.
En el instante dos (2) la velocidad es igual a 3 m/seg.

Los puntos representativos están sobre una recta paralela al eje del tiempo pues la velocidad es constante. *En cuanto al espacio recorrido está dado numéricamente por el área de un rectángulo cuyos lados son respectivamente la velocidad y el tiempo considerados, pues* e = vt (fig. 96).

59. Sucesión de varios movimientos uniformes. — Consideremos un móvil que se mueva con movimiento uniforme y velocidad igual a 3 m/seg, en el intervalo de tiempo comprendido entre el instante cero (en que se empieza a contar el tiempo) y el instante 2 seg. Supongamos que en este momento la velocidad aumenta bruscamente de tal modo que en los dos segundos siguientes su velocidad sea de 4 m/seg. En el instante 4 admitiremos que el móvil experimenta otro salto brusco de velocidad. La representación gráfica de este movimiento es la de la figura 97.

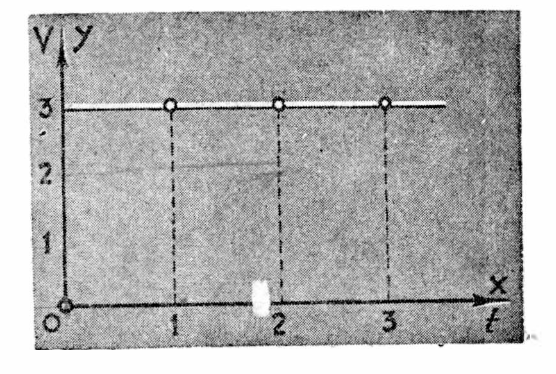


Fig. 95. — Movimiento uniforme.

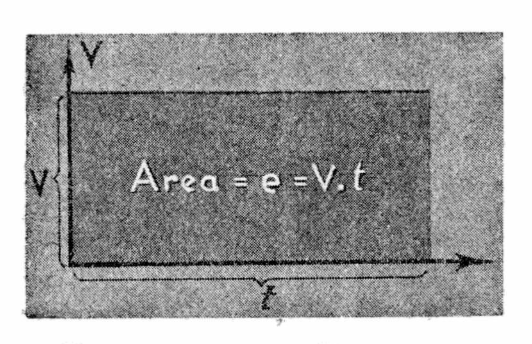


Fig. 96. — Movimiento uniforme.

El espacio recorrido en los 6 primeros segundos será:

$$3 \times 2 + 4 \times 2 + 5 \times 2 = 24 \text{ m.}$$

Este espacio está expresado numéricamente por la suma de las áreas de los rectángulos sombreados en la figura. El 1º de área igual a 6, el 2º de área igual a 8 y el 3º de área igual a 10.

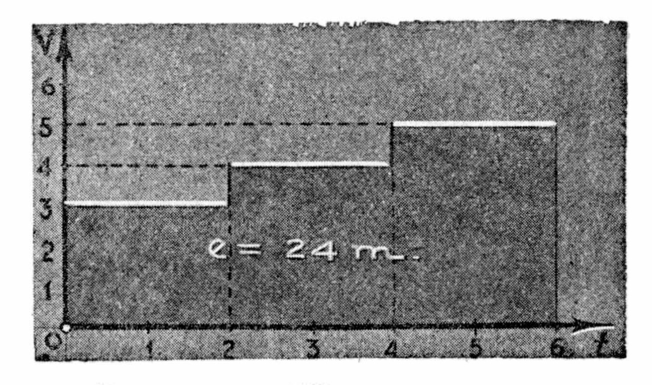


Fig. 97. — Sucesión de movimientos uniformes.

60. Movimiento variado. — Lo que hemos supuesto en el párrafo anterior es una ficción. Un móvil no puede variar bruscamente de velocidad.

Movimiento variado es aquél en el cual la velocidad varía, vale decir, que no permanece constante. La figura 98 representa la velocidad en función del tiempo, en un movimiento variado.

De acuerdo a la gráfica la velocidad inicial o sea la velocidad correspondiente al instante cero, es de 3 m/seg. En el instante 2

la velocidad sería de 5 m/seg; en el instante 4 de 7 m/seg, etc. Durante los 4 primeros segundos la velocidad habría ido aumentando; en ese intervalo se dice que el movimiento es acelerado; después del cuarto segundo la velocidad disminuye: el movimiento es retardado.

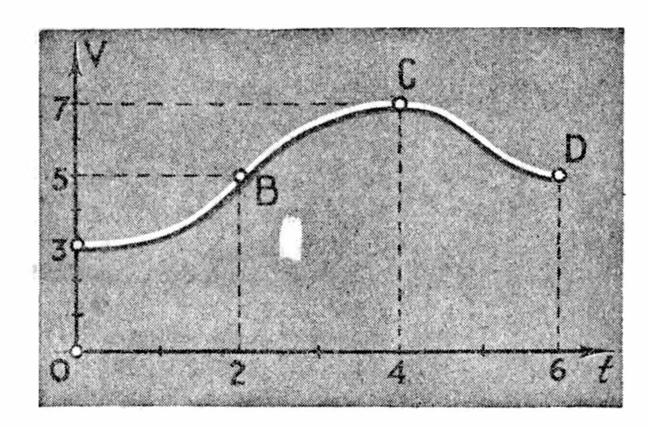


Fig. 98. — Movimiento variado.

61. Velocidad media. — Se llama velocidad media de un movimiento variado en determinado intervalo de tiempo, a la velocidad que tendría que tener un móvil, para que con movimiento uniforme, recorriera en igual lapso, igual espacio.

EJEMPLO. — Un auto ha empleado en recorrer 800 Km diez horas. El movimiento como es natural ha sido variado; el valor de la *velocidad instantánea*, medida por el velocímetro, ha oscilado casi constantemente entre 0 y 120 Km por hora. La velocidad media en todo el intervalo de 10 horas, ha sido de 80 Km/hora. Naturalmente, se puede hallar del mismo modo, la velocidad media en cualquier otro intervalo de tiempo. Si en la segunda hora se recorrieron 103 kilómetros, 103 Km/hora sería la velocidad media correspondiente a la segunda hora; y si en el primer minuto de esta segunda hora se hubieran recorrido 2 kilómetros, la velocidad media en ese minuto habría sido de 120 kilómetros por hora.



Fig. 99. — Movimiento variado.

62. Velocidad instantánea. — La velocidad instantánea de un movimiento variado en un instante determinado, no es más que la velocidad media correspondiente a un intervalo de tiempo suficientemente pequeño que comprende al instante dado.

Más precisamente: *velocidad instantánea es el límite hacia el cual tiende la velocidad media cuando el intervalo de tiempo considerado tiende a cero.*

63. Espacio recorrido en un movimiento variado. — De lo dicho en los párrafos 59 y 60 se desprende que el espacio recorrido por un móvil que se mueve con movimiento variado, en un intervalo dado de tiempo, estará dado por el área limitada por el eje del tiempo (fig. 99), la curva que representa la velocidad y las dos ordenadas trazadas por los extremos del lapso considerado.

64. Aceleración. — *Es el cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo de tiempo en que se produjo dicha variación.*

EJEMPLO. — Consideremos un móvil que en determinado instante tenga una velocidad igual a 5 m/seg y que al cabo de 8 seg su velocidad sea de 85 m/seg. La variación de la velocidad ha sido:

$$\text{Variación de velocidad} = 85 \text{ m/seg} - 5 \text{ m/seg} = 80 \text{ m/seg.}$$

Como esta variación de velocidad se produjo en un intervalo de tiempo de 8 seg, la aceleración será:

$$\text{Aceleración} = \frac{\text{variación de velocidad}}{\text{tiempo}} = \frac{80 \text{ m/seg}}{8 \text{ seg}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}.$$

Esto nos dice que la velocidad aumentó en 10 m/seg en cada segundo. La *unidad de aceleración*, en el sistema técnico, *es la de un móvil cuya velocidad aumenta en 1 m/seg en cada segundo.*

65. Aceleración instantánea. — La aceleración que acabamos de definir es la *aceleración media* en el intervalo de tiempo considerado. La *aceleración instantánea*, en determinado momento, es la aceleración media correspondiente a un intervalo de tiempo suficientemente pequeño, que comprenda al instante dado.

66. Movimiento uniformemente variado. — *Un movimiento es uniformemente variado cuando su aceleración es constante.* Consideremos que la aceleración del móvil del ejemplo del parágrafo 64 se mantenga constante, o sea, siempre igual a 10 m/seg^2. En cada segundo la velocidad aumentará en 10 m/seg, por lo cual los valores sucesivos de la velocidad serán:

En el instante 0 seg	Velocidad	= 5 m/seg;
,, ,, ,, 1 seg	,,	= 5 m/seg+10 m/seg=15 m/seg;
,, ,, ,, 2 seg	,,	= 15 m/seg+10 m/seg=25 m/seg;
,, ,, ,, 3 seg	,,	= 25 m/seg+10 m/seg=35 m/seg;

y así sucesivamente.

En general llamando V_0 a la velocidad inicial y V a la velocidad que adquiere el móvil al cabo del tiempo t, la aceleración a, constante, estará dada de acuerdo a su definición por la fórmula:

$$a = \frac{V - V_0}{t}; \quad \text{y de aquí:} \quad V = V_0 + at. \qquad [1]$$

Apliquemos esta fórmula para calcular la velocidad que adquiere el móvil del ejemplo al cabo de 8 seg:

$$V = 5 \frac{\text{m}}{\text{seg}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \times 8 \text{ seg} = 5 \frac{\text{m}}{\text{seg}} + 80 \frac{\text{m}}{\text{seg}} = 85 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

67. **Movimiento uniformemente acelerado y uniformemente retardado.** — Si la aceleración (constante) es positiva el movimiento se llama uniformemente acelerado; si es negativa uniformemente retardado. Si la velocidad inicial es V_0, la velocidad V al cabo del tiempo t está dada, en uno u otro caso, por la fórmula que ya hemos establecido. Poniendo de manifiesto el signo se tendrá:

$$V = V_0 + at; \qquad [2]$$

mov. unif. acelerado.

$$V = V_0 - at; \qquad [3]$$

mov. unif. retardado.

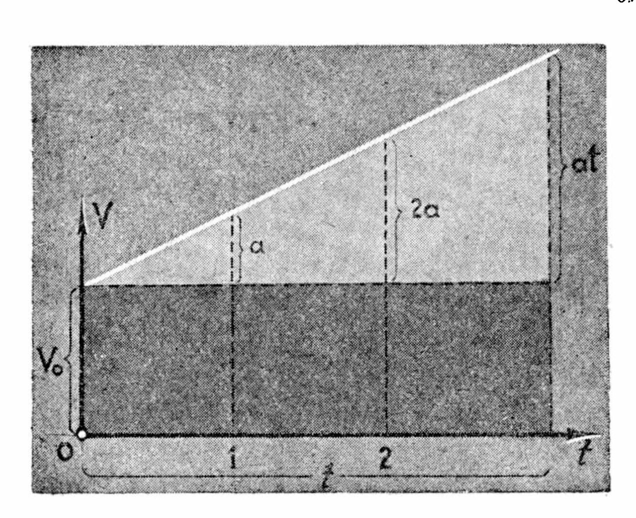


Fig. 100. — Movimiento uniformemente acelerado.

68. **Representación gráfica.** — La figura 100 representa la velocidad en función del tiempo en un movimiento uniformemente acelerado y la figura 101, en un movimiento uniformemente retardado. Como la aceleración es constante, se obtiene en ambos casos, como representación de la velocidad, una recta que forma cierto ángulo con el eje del tiempo.

69. **Cálculo del espacio.** — El espacio recorrido en el movimiento uniformemente acelerado estará dado numéricamente por el área sombreada del trapecio de la figura 100. Esa área es igual

al área del rectángulo $V_0 \times t$ más el área del triángulo $^1/_2\ at \times t$, que se ve en la figura. Luego:

$e = V_0t + 1/2\ at^2$ [4]
mov. unif. acelerado.

En el movimiento uniformemente retardado, el área del trapecio, que mide el espacio recorrido (fig. 101) es igual al área del rectángulo $V_0 \times t$ *menos* el área del triángulo $^1/_2\ at \times t$. Luego:

$e = V_0t - 1/2\ at^2$ [5]
mov. unif. retardado.

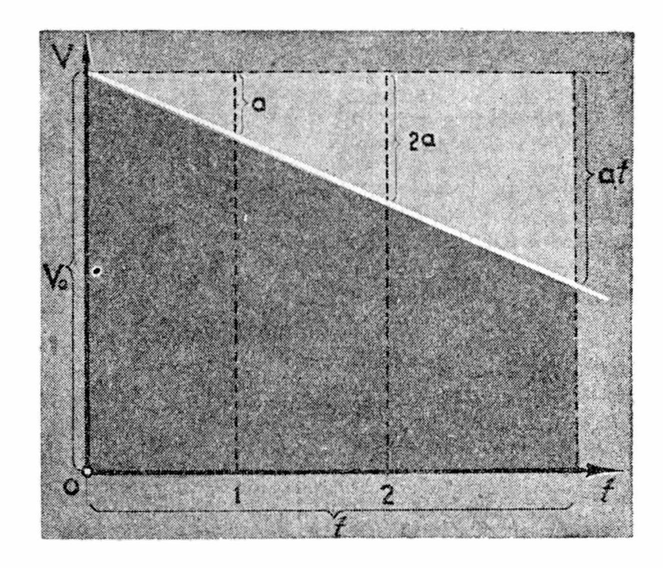


Fig. 101. — Movimiento uniformemente retardado.

70. Caso de velocidad inicial nula. — En un movimiento uniformemente acelerado, de velocidad inicial nula ($V_0 = 0$), las fórmulas de la velocidad y el espacio son:

$$V = at; \qquad e = 1/2\ at^2. \qquad [6]$$

Estas fórmulas se han obtenido, haciendo en las fórmulas ya establecidas del movimiento uniformemente acelerado, $V_0 = 0$.

71. Leyes del movimiento uniformemente acelerado. — Para un movimiento uniformemente acelerado, *cuya velocidad inicial es cero,* pueden enunciarse de acuerdo a las fórmulas últimamente establecidas las siguientes leyes:

1ª LEY. — *La velocidad en un instante dado es proporcional al tiempo transcurrido desde el comienzo del movimiento.*

2ª LEY. — *Los espacios recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos empleados.*

PROBLEMAS

1. *La velocidad de un móvil aumenta en 20 m/seg en 5 seg. Siendo un movimiento uniformemente acelerado, hallar la aceleración.*

$$a = \frac{20}{5} = 4 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}.$$

2. *Un auto al comenzar la marcha, adquiere en 4 seg una velocidad de 9 Km/hora. Hallar la aceleración admitiendo que se trate de un movimiento uniformemente acelerado.*

$$9\frac{\text{Km}}{\text{hora}} = \frac{9000\ \text{m}}{3600\ \text{seg}} = 2{,}5\frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

$$a = \frac{2{,}5\ \text{m/seg}}{4\ \text{seg}} = 0{,}625\frac{\text{m}}{\text{seg}^2}.$$

3. *Hallar el espacio recorrido por el auto del ejemplo anterior en los 4 primeros segundos.*

$$e = {}^1/_2\, at^2 = {}^1/_2 \times 0{,}625 \times 16 = 5\ \text{m}.$$

4. *Un auto marcha con una velocidad de 72 Km/hora y frena completamente en un trayecto de 50 metros. Hallar la aceleración y el tiempo empleado. Se admite que el movimiento es uniformemente retardado.*

Se tiene:

$$e = V_0 t - {}^1/_2\, at^2; \qquad V = V_0 - at.$$

Como la velocidad final V es cero tenemos:

$$0 = V_0 - at, \quad \text{de donde:} \quad V_0 = at; \quad \text{o sea:} \quad t = \frac{V_0}{a}.$$

Llevando este valor de t a la fórmula del espacio se tiene:

$$e = V_0\frac{V_0}{a} - \frac{1}{2}a\frac{V_0^2}{a^2}; \qquad e = \frac{V_0^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{a}$$

o sea:

$$e = \frac{V_0^2}{2a}.$$

En esta fórmula conocemos e y V_0; podemos despejar a:

$$a = \frac{V_0^2}{2e}.$$

La velocidad $V_0 = 72$ Km/hora es igual a 20 m/seg, luego:

$$a = \frac{20^2}{2 \times 50} = 4 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$$

y para el tiempo t:

$$t = \frac{V_0}{a} = \frac{20}{4} = 5 \text{ seg.}$$

5. *Un móvil parte con velocidad inicial nula; siendo la aceleración $a = 10$ m/seg^2, recorre con movimiento uniformemente acelerado 45 metros. Hallar el tiempo empleado y la velocidad adquirida.*

Las fórmulas a emplearse son:

$$e = {}^1/_2\, at^2; \qquad V = at.$$

De la primera obtenemos para t:

$$t = \sqrt{\frac{2e}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 45}{10}} = \sqrt{9} = 3 \text{ seg.}$$

Reemplazando el valor de t en la fórmula de la velocidad se tiene:

$$V = a\sqrt{\frac{2e}{a}} = \sqrt{2ea}.$$

Numéricamente:

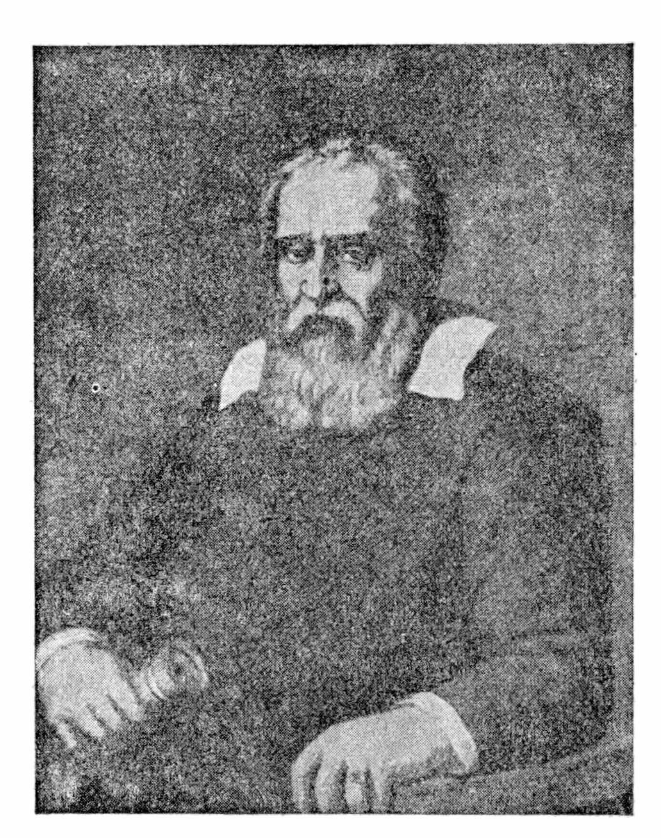
$$V = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

CAÍDA DE LOS CUERPOS

72. **Experimentos de Galileo. Su significado.** — En el año 1604 descubrió GALILEO GALILEI, experimentalmente, en su ciudad natal, *Pisa*, las leyes de la caída de los cuerpos.

Si se ha de elegir una fecha de nacimiento para la prodigiosa ciencia moderna, esa fecha debería coincidir con la de los experimentos del célebre sabio italiano.

Antes de Galileo, siguiendo sobre todo a ARISTÓTELES, el insigne filósofo de la clásica Grecia, se creía que el hombre tenía la facultad de encontrar, por mero razonamiento, el modo de comportarse del mundo exterior. Sin duda alguna, influía en esta creencia, la obra llevada a cabo por los geómetras, que culminó con la sistematización hecha por EUCLIDES.



Galileo Galilei (1564 - 1642).

La arquitectura del edificio geométrico se caracteriza, en efecto, por constituir una cadena de razonamientos eminentemente lógicos, que parten de ciertos postulados o axiomas, cuya verdad se admite, "por presentarse al espíritu como evidentes".

Los teoremas que se demuestran en geometría de este modo, se aplican luego al mundo real: la suma de los ángulos de cualquier triángulo formado por hilos tirantes o por rayos de luz es igual a dos rectos; el cuadrado de la hipotenusa resulta ser igual a la suma de los cuadrados de los catetos, etc. ¿Por qué no aplicar entonces ese método geométrico a la física y a las demás ciencias?

Se encontró que muchas cosas que parecían evidentes no eran verdaderas, e inversamente, muchas cosas verdaderas, no son, de ningún modo, evidentes.

La Tierra que parece estar fija se mueve, mientras que la bóveda estrellada que vemos girar, permanece fija.

Se podrá lograr un conocimiento del mundo procediendo a la manera geométrica, por vía deductiva, pero habrá que partir para ello, no de "verdades que nos parezcan evidentes por sí mismas" sino de *hechos establecidos experimentalmente.* En la parte que ya hemos estudiado, la estática, hemos procedido en *forma deductiva* a

partir de la regla del *paralelogramo de las fuerzas, que se estableció en forma experimental.*

73. Leyes de la caída. — Antes de Galileo se argumentaba más o menos así: "Los cuerpos más pesados son solicitados por fuerzas mayores, luego, caerán más de prisa". Esto, veremos en seguida que es falso. Pero Galileo, no refutó estos argumentos con otros argumentos. Se limitó a dejar caer desde lo alto de la torre de Pisa, esferas de volúmenes aproximadamente iguales y pesos diferentes: de hierro, madera, corcho, etc. Observó que todas ellas llegaban al suelo al mismo tiempo *.

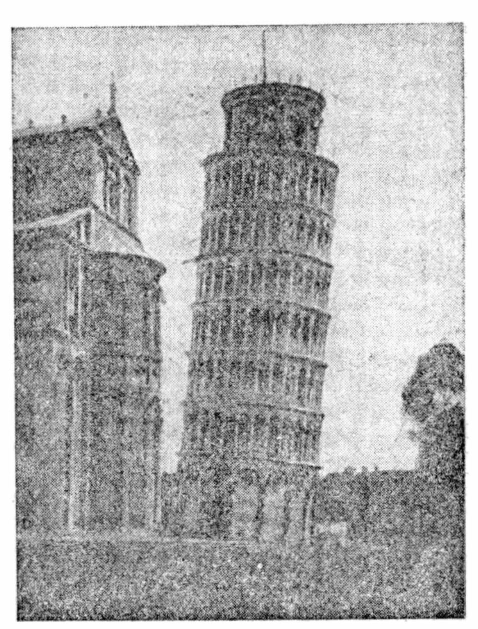


Fig. 103. — Torre de Pisa.

Luego, haciendo rodar esferas pulidas por largos planos inclinados, vió que su movimiento era uniformemente acelerado. Enunció, pues, las dos leyes siguientes referentes a la caída de los cuerpos.

1ª LEY.—*Cuerpos diferentes, de cualquier forma y naturaleza, tardan en caer desde una misma altura, el mismo tiempo, siempre que se elimine la resistencia del aire.*

2ª LEY.—*Todos los cuerpos caen con movimiento uniformemente acelerado si se elimina la resistencia del aire.*

Comprobación de la 1ª ley. — Tómese una moneda y un trozo de papel. Si se deja caer a ambos desde cierta altura se verá que la moneda llega antes al suelo. Si en cambio formamos con el trozo de papel una apretada bolita, eliminaremos así, en gran parte, la resistencia del aire y observaremos que moneda y bolita de papel llegan al suelo al mismo tiempo.

Extrayendo el aire de un tubo de vidrio, que contiene objetos diversos tales como un disco de metal, una pluma, etc., se observa al invertir el tubo que todos los cuerpos caen juntos. Este experimento es atribuído a Newton (fig. 104).

Comprobación de la 2ª ley. — Con un plano inclinado y un metrónomo (fig. 105), se comprueba fácilmente esta ley. El metrónomo es un aparato de relojería que da golpes sucesivos sepa-

* Véase problema 9 de pág. 83.

rados por intervalos iguales de tiempo. Puede adoptarse como unidad de tiempo el intervalo comprendido entre dos golpes consecutivos. Corriendo una pesa de la varilla oscilante del metrónomo se logra que los golpes se sucedan con mayor o menor rapidez. Esto significa que la unidad de tiempo la podemos acortar o alargar a voluntad. Si regulamos el metrónomo de manera que al tercer golpe el cuerpo pase por la división 9 del plano, se observará lo siguiente:

En el golpe *cero* comienza la caída en *cero*.
En el golpe *uno* el cuerpo pasa por *uno*.
En el golpe *dos* el cuerpo pasa por *cuatro*.
En el golpe *tres* el cuerpo pasa por *nueve*.
En el golpe *cuatro* el cuerpo pasa por *diez y seis*, etc.

Se constata así que *los espacios recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos*.

Esto significa (71) que el movimiento de caída es uniformemente acelerado.

Fig. 104. — Tubo de Newton.

74. Aceleración de la gravedad. — A medida que se aumenta la inclinación del plano inclinado se observa que la aceleración de caída va siendo mayor. Si el plano es vertical el movimiento es el que corresponde a la caída libre. Tomando cinematográficamente el movimiento de caída de un cuerpo, que se efectúe junto a una regla vertical graduada, se constata que el movimiento es uniformemente acelerado.

La aceleración de caída en el vacío, igual para todos los cuerpos, se llama aceleración de la gravedad. Se la designa con la letra g y su valor es aproximadamente:

$$g = 9{,}80 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}.$$

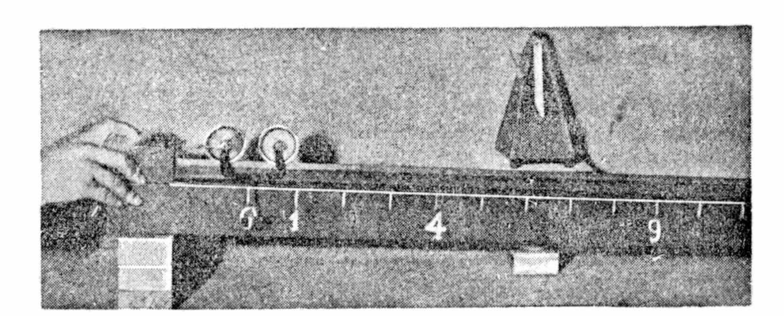


Fig. 105. — Caída por un plano inclinado.

El valor de g varía con la latitud y también algo con la altura sobre el nivel del mar.

En lo que se refiere a la latitud se obtienen para g, aproximadamente, estos valores:

Latitud	g m/seg²
0° (*Ecuador*)	9,78
45°	9,806
90° (*Polos*)	9,83

75. **Fórmulas de la caída en el vacío: a) Caída sin velocidad inicial.** — Si se deja caer un cuerpo desde cierta altura, sin velocidad inicial, la velocidad adquirida V, al cabo del tiempo t será:

$$V = gt; \quad [1]$$

y el espacio recorrido:

$$e = \tfrac{1}{2} gt^2; \quad [2]$$

de acuerdo a lo establecido en (70).

b) Velocidad inicial vertical hacia abajo. — En este caso se tendrá si la velocidad inicial es V_0:

$$V = V_0 + gt; \quad [3] \qquad e = V_0 t + \tfrac{1}{2} gt^2. \quad [4]$$

c) Velocidad inicial vertical hacia arriba. — En este caso siendo la velocidad inicial V_0, el movimiento será uniformemente retardado:

$$V = V_0 - gt; \quad [5] \qquad e = V_0 t - \tfrac{1}{2} gt^2. \quad [6]$$

PROBLEMAS

1. *Un cuerpo tarda 5 seg en caer en el vacío. Hallar la altura a que se encontraba y la velocidad con que choca contra el suelo.*

   La altura h es igual al espacio recorrido, luego por [1] y [2] se tiene:

$$h = 122{,}50 \text{ m} \qquad V = 49 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

NOTA. — Consideramos en todos los problemas $g = 9{,}80$ m/seg². El cálculo se realiza fácilmente considerando $g = 10$

m/seg² y descontando luego del resultado el 2 %. El cálculo precedente de la altura se realiza mentalmente así:

$$t^2 = 5^2 = 25; \quad 25 \times 10 = 250; \quad \text{la mitad } 125.$$

El 1 % de 125 es 1,25; el 2 % 2,50.

$$125 - 2,50 = 122,50.$$

2. *Un cuerpo cae desde una altura* h = *490 m. Hallar el tiempo empleado en la caída y la velocidad adquirida al finalizar el recorrido.*

En las fórmulas [1] y [2] se conoce $e = h$, y g; habrá que determinar t y V; de la [2] se obtiene para t:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

valor que llevado a la [1] nos da:

$$V = g\sqrt{\frac{2h}{g}}; \qquad V = \sqrt{2gh}.$$

Reemplazando:

$$t = 10 \text{ seg}; \qquad V = 98\frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

3. *Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial* $V_0 = 98$ *m/seg. Hallar el espacio recorrido en 9 seg y la velocidad adquirida al cabo de ese tiempo.*

Aplicando [5] y [6] resulta:

$$e = 485,1 \text{ m}; \qquad V = 9,8 \text{ m/seg}.$$

4. *Hallar la altura máxima alcanzada por un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial* $V_0 = 98$ *m/seg.*

Al alcanzar la altura máxima la velocidad del cuerpo es cero, luego:

$$0 = V_0 - gt; \quad \text{de donde:} \quad t = \frac{V_0}{g}.$$

Llevando este valor a la [6] se tiene, llamando ahora al espacio H (altura máxima):

$$H = \frac{V_0^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{g}, \quad \text{o sea:} \quad H = \frac{V_0^2}{2g}.$$

Reemplazando:

$$H = 490 \text{ m.}$$

5. *Representar gráficamente el espacio recorrido en función del tiempo, de un cuerpo que cae libremente en el vacío sin velocidad inicial.*

La fórmula del espacio es la [2]. Reemplazando g por su valor numérico resulta:

$$e = 4{,}90\ t^2.$$

Dándole a t sucesivamente los valores 0, 1, 2, 3, etc., resulta la tabla siguiente:

t (seg)	e (m)
0	0
1	4,90
2	4,90 × 4
3	4,90 × 9
4	4,90 × 16

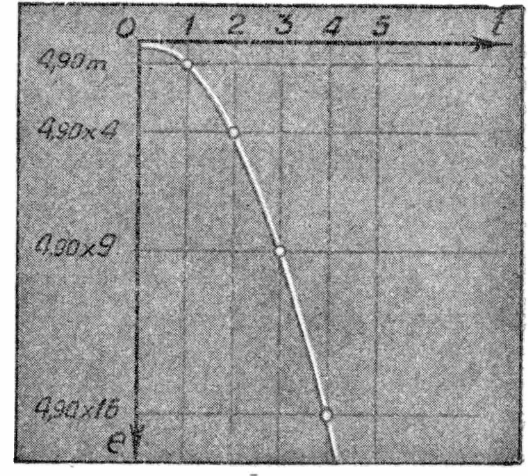


Fig. 106.

En la figura 106 están representados los puntos correspondientes, habiendo tomado en el eje de las abscisas el tiempo y en el de las ordenadas, hacia abajo, el espacio recorrido. *La curva obtenida uniendo los puntos es una parábola.*

76. **Otros modos de comprobar las leyes de la caída.** — La figura 107 representa el aparato de MORIN, consistente en un cilindro envuelto por una banda de papel que gira uniformemente alrededor de un eje vertical por medio de un aparato de relojería. Para

lelamente a una generatriz del cilindro se encuentra un alambre tirante, fijo y vertical, que sirve de guía al cuerpo que cae, provisto de un lápiz que se apoya sobre el cilindro. Sobre la banda de papel queda diseñada así, una curva (fig. 108). Esta curva es una parábola. Trazando sobre el papel, por el punto en que ha comenzado la caída, una recta vertical y otra horizontal, si se divide ésta en segmentos iguales, dichos segmentos podrán representar unidades iguales de tiempo, constatándose entonces que los espacios son proporcionales a los cuadrados de los tiempos empleados en recorrerlos.

Fig. 107. — Aparato de Morin.

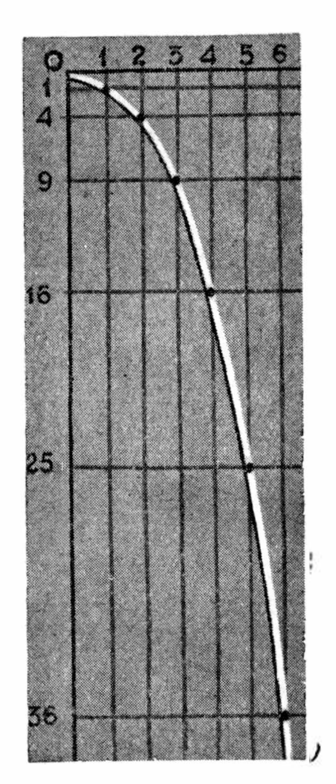


Fig. 108. — Gráfica de la caída.

Veremos más adelante otros dispositivos con los cuales pueden verificarse igualmente las leyes de la caída.

FUERZAS RESISTENTES

77. Rozamiento. — Para hacer que un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal comience a desplazarse (fig. 109) es necesario ejercer sobre él cierta fuerza. El valor de la fuerza necesaria para producir el desplazamiento depende del peso del cuerpo y de la naturaleza de las superficies puestas en contacto. Si las superficies son lisas, la fuerza necesaria será menor, y menor todavía, si se coloca entre las mismas una capa de grasa o aceite. Se observa experimentalmente que la fuerza del roce no depende de la extensión de las superficies que están en contacto:

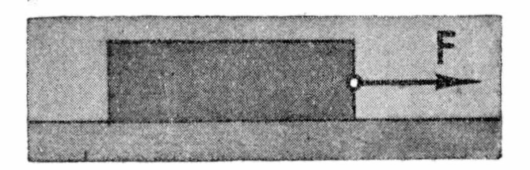


Fig. 109.

la fuerza necesaria para producir el deslizamiento del paralelepípedo de madera representado en la figura 110 es la misma, tanto que se apoye aquél sobre una u otra cara. Se llama coeficiente de roce ς, entre dos superficies determinadas, al cociente entre la fuerza mínima necesaria para producir el deslizamiento F y la fuerza normal N, con que una superficie se aplica sobre la otra:

$$\varsigma = \frac{F}{N}.$$

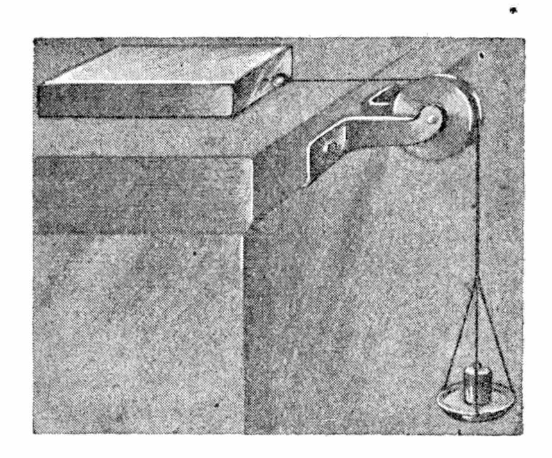


Fig. 110. — Rozamiento.

Se determina fácilmente el coeficiente de rozamiento colocando el cuerpo sobre la superficie e inclinando ésta poco a poco (fig. 111) hasta que el cuerpo comienza a deslizarse. Como se ve en la figura, el cociente F/N es igual a la tangente trigonométrica del ángulo φ en que comienza el deslizamiento. Por lo tanto:

$$\varsigma = tg\,\varphi.$$

EJEMPLO. — Si se coloca una hoja de acero (hoja de afeitar) sobre una tabla de madera, el deslizamiento comienza cuando el ángulo es, aproximadamente, de 20°. Resulta entonces para el coeficiente de roce entre el acero y la madera utilizada:

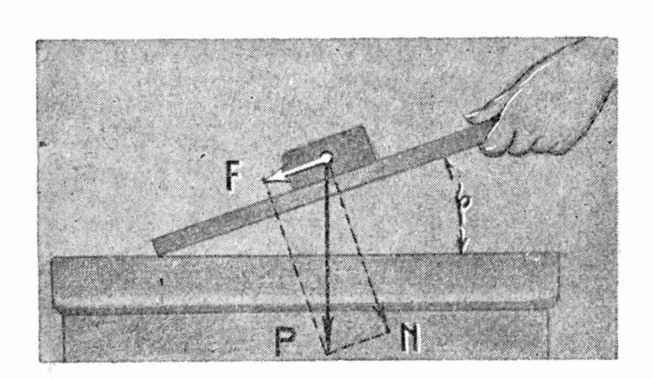


Fig. 111. — Coeficiente de rozamiento.

$$\varsigma = tg\ 20° = 0{,}36.$$

En realidad debe distinguirse entre el *coeficiente de roce al partir* y el *coeficiente de roce durante la marcha*. Este último es siempre menor que el primero.

Rozamiento por rodadura. — El coeficiente de roce por rodadura, caso de un cilindro, una esfera, una rueda, etc., es mucho

menor que el de deslizamiento. Por esta razón los vehículos se apoyan sobre ruedas. Pero entre el eje y el cojinete de la rueda existe frotamiento por deslizamiento, que se aminora con una lubrificación apropiada. Puede transformarse en los ejes el roce por deslizamiento en roce por rodadura, colocando esferas pulidas de acero entre el eje y el cojinete (fig. 112).

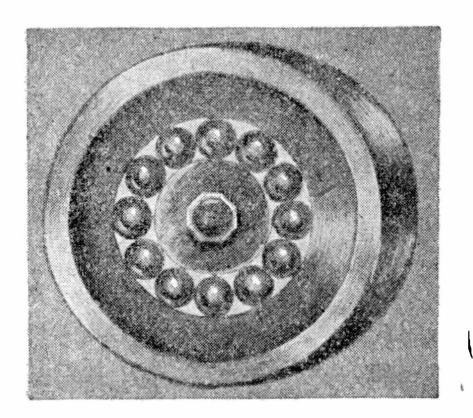


Fig. 112.

Sobre un camino liso el coeficiente de roce correspondiente a un automóvil es, aproximadamente, 0,03. Esto significa que por cada 1 000 Kgr de peso debe efectuarse en un camino horizontal una fuerza de tracción de unos 30 Kgr.

78. Resistencia del aire. — La fuerza del viento, que mueve las aspas de los molinos, impulsa a los barcos, sostiene a las cometas, etcétera, se manifiesta también sobre los cuerpos que se mueven en el seno del aire, aun estando éste en reposo. Se manifiesta esta fuerza ostensiblemente cuando se marcha a gran velocidad en un vehículo descubierto.

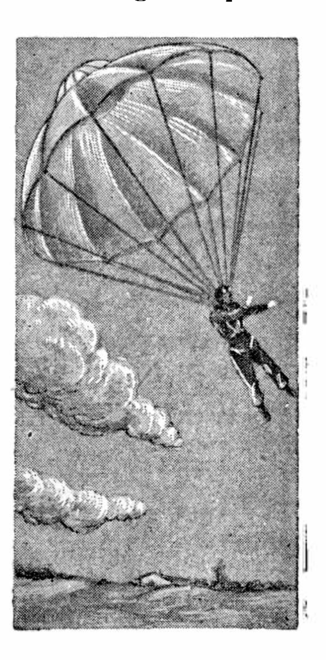


Fig. 113. — Paracaídas.

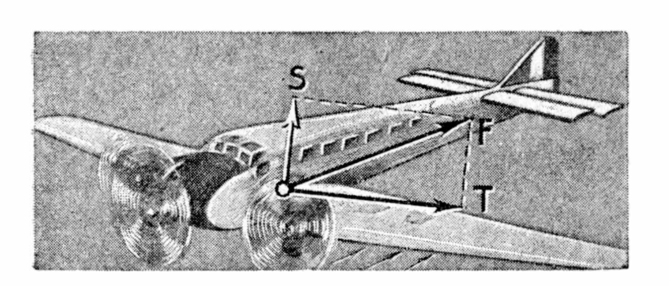


Fig. 114. — Avión trimotor.

En los paracaídas (fig. 113) la resistencia del aire llega a ser igual al peso del paracaidista, para una velocidad de descenso relativamente pequeña. La fuerza de resistencia que ofrece el aire a un cuerpo en movimiento depende de la velocidad y fundamentalmente de la forma del cuerpo. Para un mismo cuerpo — y entre ciertos límites — puede considerarse que dicha resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad.

En los aeroplanos es la resistencia del aire la que produce la fuerza sustentadora. El aparato avanza merced a una hélice accionada por un motor. El aire al chocar contra las alas débilmente inclinadas (fig. 114) ejerce una fuerza *F*, cuya componente vertical *S* equilibra o supera el peso del aparato.

El pilotaje de un avión se logra por medio de timones que aprovechan también la resistencia del aire. El timón de profundidad es un plano situado próximo a la cola que puede girar alrededor de un eje horizontal. Si se levanta el timón, el aparato se eleva, e inversamente. El timón de dirección es un plano que gira alrededor de un eje vertical.

CAPÍTULO VI

DINÁMICA

79. Principio de inercia. — Sea un plano inclinado unido a otro horizontal (fig. 115). Si dejamos caer una esferita por el plano inclinado, al llegar al plano horizontal seguirá moviéndose con movimiento uniforme, lo que se puede constatar con un metrónomo. La velocidad del movimiento uniforme está medida por el trayecto recorrido por la esfera en la unidad de tiempo. La velocidad de la esfera sobre el plano horizontal es igual a la velocidad final correspondiente al movimiento acelerado de la misma, sobre el plano inclinado *.

En realidad, el movimiento de la esfera sobre el plano horizontal no es rigurosamente uniforme, sino algo retardado. Prueba de ello es que la esfera acaba por detenerse al cabo de cierto tiempo, si el plano es suficientemente largo. La esfera se detiene debido al rozamiento y a la resistencia del aire. Si se pudieran eliminar ambas resistencias en absoluto, un cuerpo en movimiento, apoyado sobre un plano horizontal, *se movería siempre en línea recta y con movimiento uniforme.*

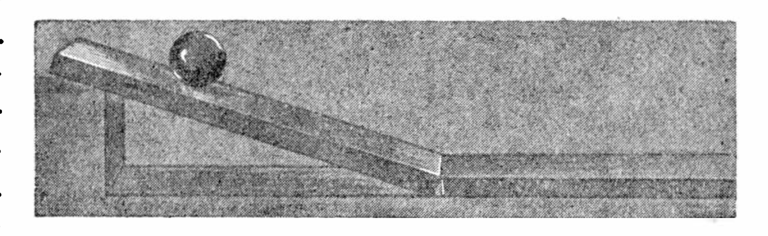


Fig. 115.

El principio de inercia enunciado por GALILEO afirma:

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza y está en reposo, permanece en reposo; y si está en movimiento continúa moviéndose indefinidamente en línea recta y con movimiento uniforme.

$$\text{Si: fuerza} = \text{cero:} \quad \text{velocidad} = \text{constante.}$$

Que la velocidad es constante significa no sólo que no varía la magnitud de la misma, sino también que permanece invariable su dirección, o sea que el movimiento es rectilíneo.

* De esta manera se puede comprobar que la velocidad en un movimiento uniformemente acelerado es proporcional al tiempo, cuando la velocidad inicial es nula.

Inversamente:

Si: **velocidad = constante: fuerza = cero.**

Si un auto marcha en línea recta con una velocidad constante de 60 Km/hora, podemos asegurar que la resultante de todas las fuerzas que sobre él se ejercen (fuerza de tracción, fuerzas de rozamiento, de resistencia del aire, del peso, de la reacción del suelo) es nula.

La tendencia de los cuerpos a perseverar en su estado de reposo o de movimiento se manifiesta a cada paso. Cuando un vehículo inicia la marcha los pasajeros se sienten impulsados hacia atrás, como si "quisieran" quedarse donde estaban, en reposo; si el vehículo se detiene bruscamente los pasajeros son impulsados hacia adelante, perseverando en el mantenimiento de la velocidad que tenían.

En una curva es como si actuara sobre los cuerpos una fuerza que los tiende a alejar del centro de giro y ello es debido también a la persistencia en conservar la dirección de la velocidad. Empleando un lenguaje no muy científico por cierto, podría decirse que la inercia es una especie de capricho de la materia.

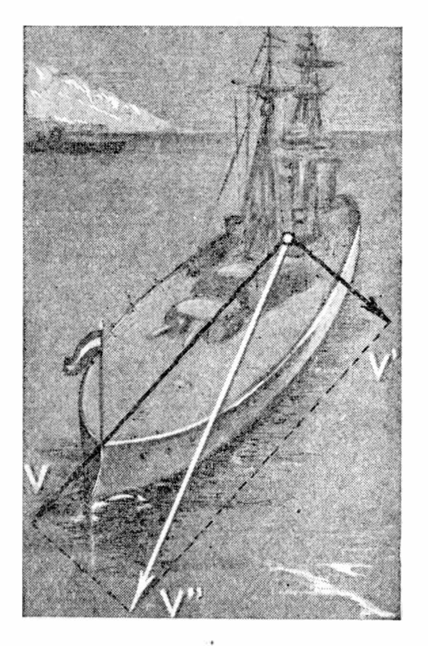


Fig. 116. — Composición de velocidades.

80. Composición de movimientos. — Consideremos el siguiente caso. Un barco se desplaza con respecto a las orillas del río con velocidad V (fig. 116); sobre cubierta un pasajero se pasea con una velocidad V' respecto al propio barco. ¿Cuál será la velocidad del pasajero con respecto a la tierra firme?

La velocidad es una magnitud vectorial. Representando a V y V' por medio de vectores, la velocidad resultante V'' *está dada por la regla del paralelogramo.*

Composición de un movimiento uniforme con otro uniformemente acelerado. — Supongamos que en el interior de un vehículo (fig. 117) que se desplaza con movimiento uniforme con velocidad V se deja caer un cuerpo. El cuerpo cae en el interior del vehículo *exactamente de la misma manera como caería si aquél estuviera en reposo.* Es decir, que los pasajeros del interior del

mismo, observan que el cuerpo cae verticalmente (siguiendo una línea recta) y con movimiento uniformemente acelerado.

¿Cuál es la trayectoria que sigue el cuerpo con respecto a un observador colocado al costado del camino y que no participa del movimiento del vehículo? Esta trayectoria será una parábola de acuerdo a lo visto en el problema 5 del párrafo 75. Luego, lo que es una trayectoria rectilínea para los observadores del interior del vehículo, es curvilínea para los que están fuera de él. Que la fuerza del peso actúa por igual sobre un cuerpo que inicialmente está en reposo como sobre otro animado de cierta velocidad, se prueba con el aparato de la figura 118. Dos esferas iguales *A* y *B*, están dispuestas de tal modo que golpeando una varilla *V* con el martillo *M* se le imprime a la esfera *A* una velocidad horizontal V_0, en tanto que la *B* cae verticalmente. Ambas llegan simultáneamente al suelo: luego la fuerza de gravedad actúa por igual sobre ambas. El experimento puede realizarse sin ningún aparato por medio de dos bolitas. Se coloca la una en el borde de una mesa y se sostiene la otra con la mano izquierda a la misma altura. Se deja caer ésta en el preciso instante en que a la otra se la impulsa con un papirotazo.

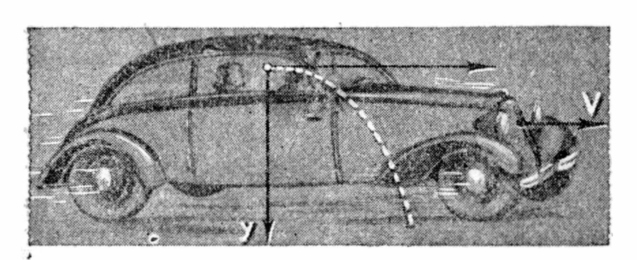


Fig. 117.

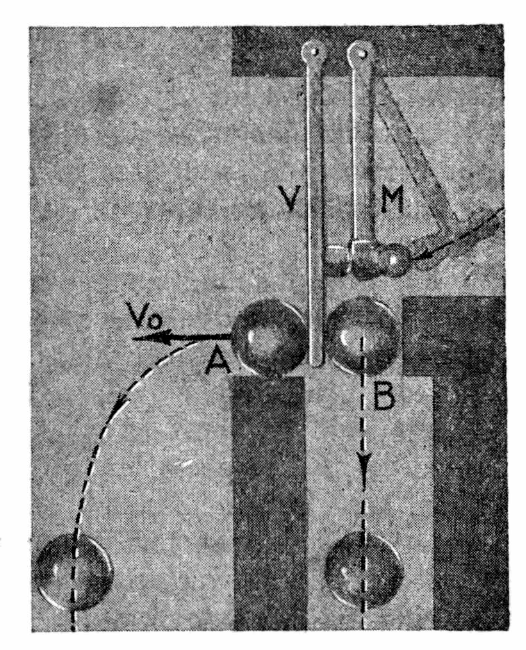


Fig. 118. — Igual tiempo de caída.

Si en el interior de un vagón de tren, que se traslada con movimiento uniforme, un pasajero tira verticalmente hacia arriba un cuerpo, éste caerá sobre sus manos. Desde afuera del tren se verá que el cuerpo recorre una parábola. Puede realizarse este experimento por medio de un carrito provisto de un cañoncito vertical. El proyectil es impulsado por un resorte. Se deja caer el carro por un plano inclinado unido a otro horizontal. Un tope especial, fijo

entre las vías del plano horizontal, hace que el cañón al pasar por allí dispare. Se observa que el proyectil, luego de describir una parábola, cae en la embocadura del cañón.

NOTA. — El aparato tendría que ser de extraordinaria precisión para que esto sucediera exactamente. Por esta razón la embocadura del cañón va provista de un embudo.

81. **Principio de superposición.** — Los experimentos que preceden y otros muchos que podrían citarse nos llevan al enunciado

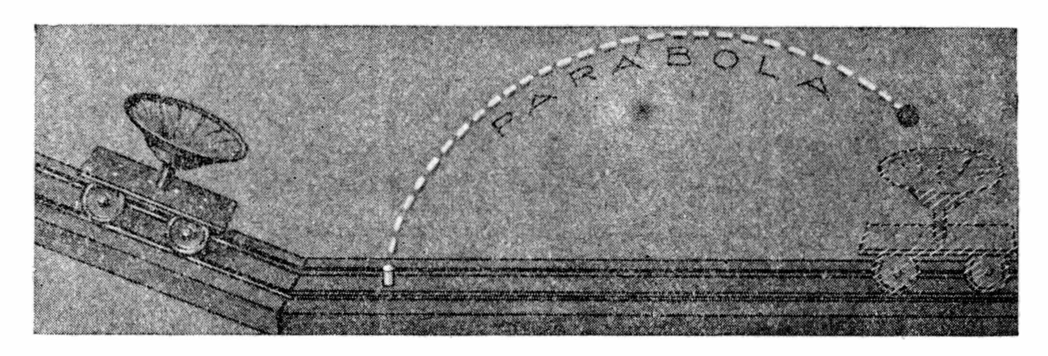


Fig. 119. — Composición de movimientos.

del principio de superposición, llamado también de la independencia de los movimientos:

El efecto de una fuerza, al actuar sobre un cuerpo, no depende del estado de reposo o de movimiento en que aquél pueda hallarse.

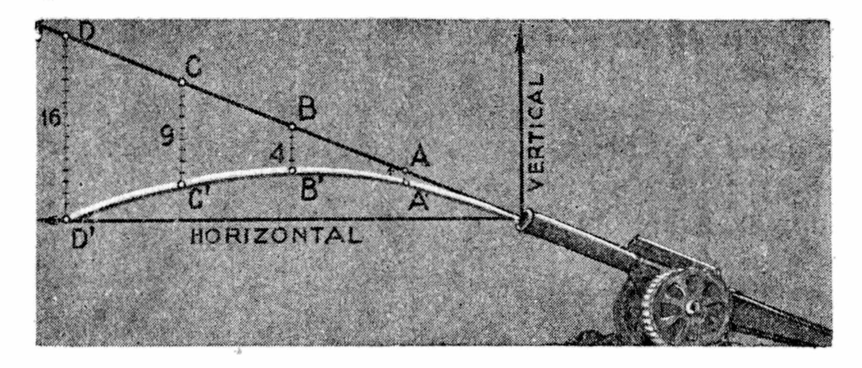


Fig. 120. — Tiro oblicuo.

Un cuerpo cae con movimiento uniformemente acelerado. La aceleración vertical, hacia abajo, es producida por una fuerza: el propio peso del cuerpo. Esta aceleración es constante: igual tanto al principio de la caída, cuando la velocidad es pequeña, como cuando lleva ya 10 ó 20 segundos de caída en que la velocidad es grande.

Esta aceleración de caída tiene el mismo valor aunque el cuerpo esté dotado de un movimiento uniforme en dirección horizontal u oblicua.

82. **Trayectoria de un proyectil en el vacío.** — Supongamos que desde *O* (fig. 120) se lanza un proyectil en la dirección *OD* (*O* es la boca del cañón). Si no actuara sobre el proyectil la fuerza de su propio peso, en virtud del principio de inercia recorrería la recta *OD* con movimiento uniforme. Si los segmentos *OA*, *AB*, *BC*, etc., son iguales, serían recorridos en intervalos también iguales de tiempo. En el trayecto de *O* a *A* el proyectil *caerá* un cierto espacio *e*. Si el tiempo empleado fuera igual a un segundo el espacio *e* sería igual a 4,90 m. En el trayecto de *O* a *B* el cuerpo *caerá* un espacio cuádruple, de *O* a *C*, nueve veces más y así sucesivamente. La trayectoria resulta ser una parábola.

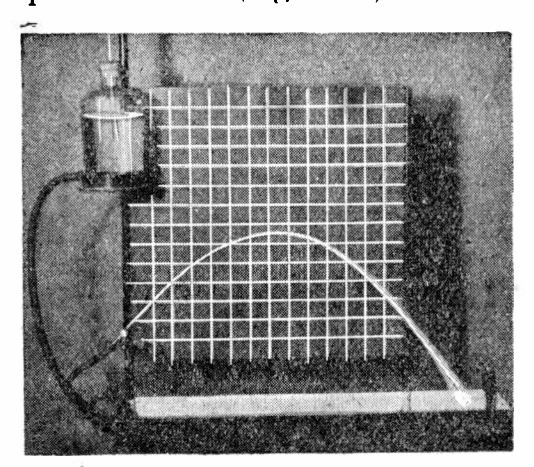


Fig. 121. — Chorro "parabólico".

La figura 121 muestra un dispositivo en que la trayectoria parabólica queda determinada por un chorro de agua. En la figura 122 se ve el llamado plano de Packard consistente en un plano inclinado sobre el cual se deja caer una esfera de acero. Utilizando un papel de calcar la trayectoria parabólica de la esfera queda impresa sobre un papel.

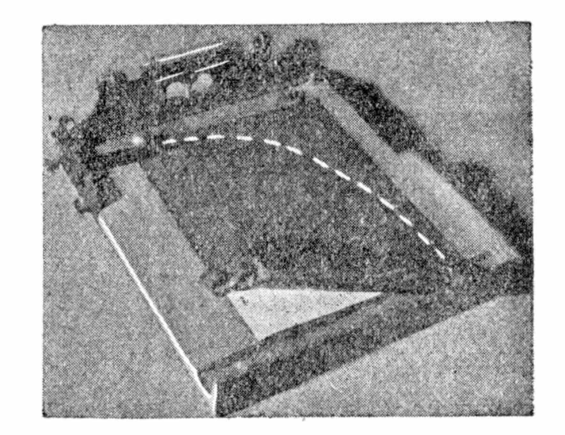


Fig. 122. — Plano de Packard.

PROBLEMAS

1. *La velocidad inicial con que sale una bala del caño de un fusil es de 300 m/seg. Se quiere hacer blanco en un punto distante en 300 metros. ¿A qué punto debe dirigirse el caño del arma?* (fig. 123).

El proyectil tardará en alcanzar el blanco 1 seg. En ese tiempo (en el vacío) desciende 4,90 metros. Luego debe diri-

girse el caño a un punto situado 4,90 metros más elevado que el punto donde quiere hacerse impacto.

2. *Si el blanco estuviera situado a 600 metros, ¿dónde deberá apuntarse suponiendo las condiciones del problema anterior?*

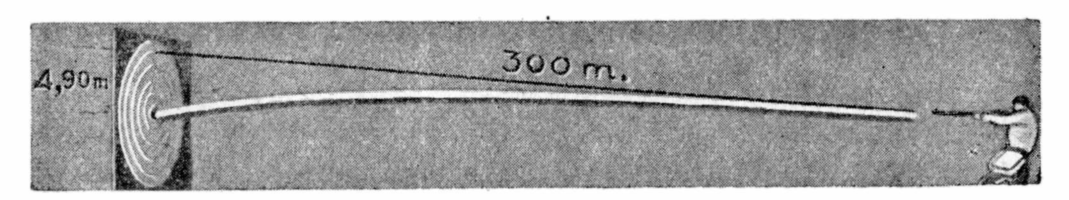


Fig. 123.

El proyectil tardará en llegar 2 seg. En ese tiempo cae $4{,}90 \times 4 = 19{,}60$ m. Se dirigirá el arma 19,60 m más arriba del blanco.

3. *Un avión vuela horizontalmente a 490 metros de altura con una velocidad de 360 Km/hora = 100 m/seg.*

¿A qué distancia, antes de llegar a pasar sobre el blanco, deberá dejar caer una bomba para que haga impacto?

Como el cuerpo tardará en caer 10 seg y se mueve horizontalmente con la velocidad de 100 m/seg, deberá dejarlo caer 1 000 metros antes de pasar sobre el blanco.

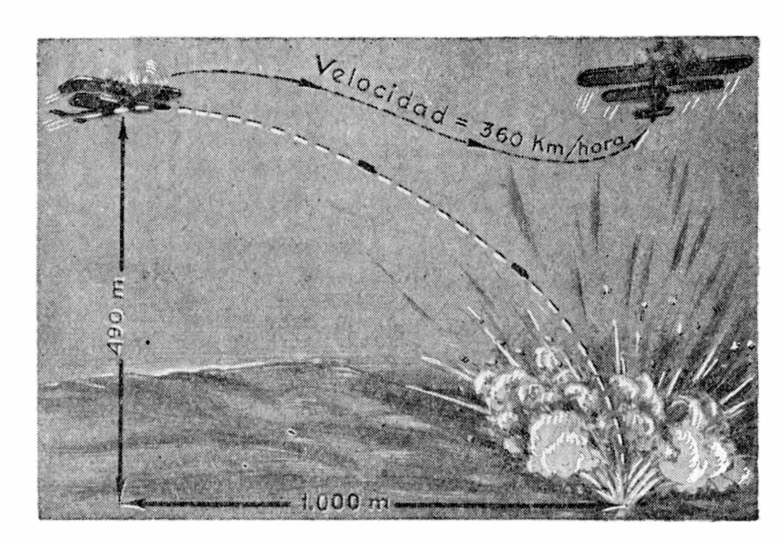


Fig. 124.

4. *Desde el avión del ej. anterior se dispara en el sentido del movimiento con fusiles del tipo del problema 1. ¿Qué velocidad tendrá el proyectil con respecto a tierra firme?*

$$V = 300 + 100 = 400 \text{ m/seg.}$$

5. *Y si se dispara perpendicularmente a la dirección del movimiento?* Aplicando la regla del paralelogramo y el teorema de Pitágoras resulta:

$$V = \sqrt{300^2 + 100^2} = 316{,}2 \text{ m/seg.}$$

NOTA. — En todos estos casos se ha supuesto nula la resistencia del aire.

83. Composición de aceleraciones. — Siendo la aceleración un vector, dos aceleraciones se componen de acuerdo a la regla del paralelogramo en virtud del principio de superposición.

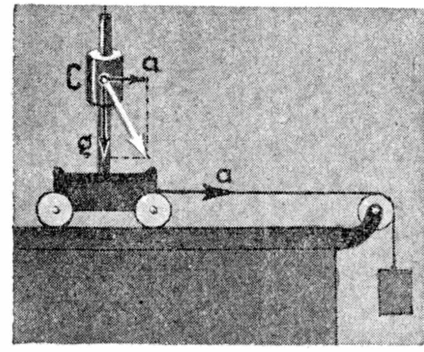


Fig. 125. — Composición de aceleraciones.

EJEMPLO. — Supongamos un carrito que se desliza por la acción de un peso por un plano horizontal (fig. 125). Su movimiento es uniformemente acelerado. Sea una varilla vertical fija al carro que sirve de guía a un cuerpo que cae *C*. La aceleración de este cuerpo será la resultante entre *g* y *a*, siendo *a* la aceleración del carro a lo largo del plano horizontal.

PRINCIPIO DE MASA

84. Fuerza y aceleración. — Sabemos ya, por el principio de inercia, que si sobre un cuerpo no actuara fuerza alguna el cuerpo se movería con *velocidad constante*, siendo en consecuencia la *aceleración igual a cero*. Sabemos también que si sobre un cuerpo actúa una fuerza constante, la aceleración que adquiere es también constante. En el caso de la caída la fuerza actuante es el peso, la aceleración, la de la gravedad.

Si un cuerpo rueda a lo largo de un plano inclinado, se mueve también con movimiento uniformemente acelerado (73). La fuerza que lo hace caer por el plano es, según vimos (45):

$$F = \frac{h}{l} P;$$

siendo ahora *h*, la altura, *l* la longitud y *P* el peso del cuerpo que en el párrafo 45 habíamos designado con la letra *R* para indicar que era la resistencia.

Se observa experimentalmente que la aceleración de caída a lo largo del plano depende, para una misma longitud, de la altura. He aquí el resultado de unas medidas:

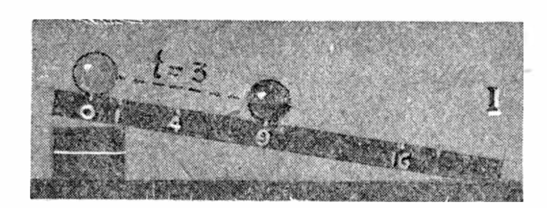
Utilizamos un plano al que inclinamos con *dos tacos* de madera (fig. 126 I). Regulamos el metrónomo, de modo que al tercer golpe el cuerpo pase por *nueve*, habiéndolo soltado en el golpe cero.

Colocamos ahora *4 tacos* (II). Observamos (sin variar ya el metrónomo) que al tercer golpe pasa por la división 18.

En este segundo caso la aceleración ha sido el doble que en el primero. La fuerza que actuaba en el sentido de la longitud también se había hecho doble.

Concluímos de aquí:

La aceleración que adquiere un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza que la produce, teniendo su misma dirección y sentido.



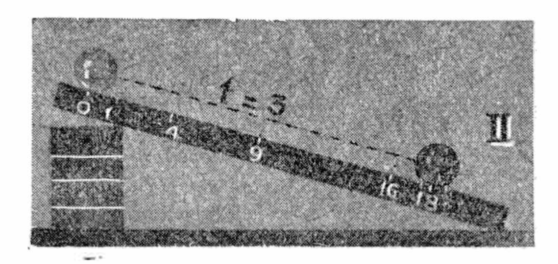


Fig. 126. — Fuerza y aceleración.

Aceleración de caída en un plano inclinado. — Suponiendo nulo el rozamiento la fuerza que hace deslizar el cuerpo a lo largo del plano inclinado con la aceleración a es como sabemos $P\ h/l$. Si el cuerpo cae libremente bajo la acción del peso P la aceleración de caída es la de la gravedad g. Por lo tanto:

$$F = \frac{h}{l} P \text{ produce una aceleración} = a;$$

$$\text{Peso} = P \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad = g.$$

De aquí, y de la proporcionalidad entre fuerzas y aceleraciones deducimos, luego de eliminar P:

$$\frac{F}{P} = \frac{a}{g}; \quad \frac{h}{l} = \frac{a}{g}; \quad \text{o sea:} \quad a = g\frac{h}{l}.$$

Como vemos, la aceleración a lo largo de un plano inclinado no depende del peso del cuerpo, lo mismo que ocurre en la caída libre.

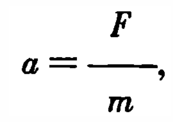
85. Principio de masa. — Para comunicar a un cuerpo cierta aceleración se necesita que actúe sobre él una fuerza. Para producir una aceleración de un metro *por segundo y por segundo* sobre una locomotora se requerirá mayor fuerza que para producir la misma aceleración en una bicicleta. Diremos que la locomotora ofrece una resistencia mayor al cambio de movimiento (aceleración) que la bicicleta.

La magnitud que mide la resistencia que opone un cuerpo al cambio de velocidad se denomina masa del cuerpo.

Podemos ya enunciar el principio de masa de Newton en la forma siguiente:

La aceleración que adquiere un cuerpo bajo la acción de una fuerza, es directamente proporcional a la misma y está en razón inversa de la masa del cuerpo.

Llamando a a la aceleración producida por la fuerza F al actuar sobre un cuerpo de masa m se tiene:



$$a = \frac{F}{m},$$

fórmula que corresponde al principio de masa.

86. Comparación de masas. — Apliquemos el principio de masa al caso de la caída libre en el vacío. La fuerza es en este caso el peso del cuerpo; la aceleración, la de gravedad g; luego:

$$g = \frac{P}{m}.$$

Para otro cuerpo de peso P' y masa m', como cae, de acuerdo a la *ley experimental de la caída* con la misma aceleración g se tendrá

$$g = \frac{P'}{m'}.$$

De ambas igualdades obtenemos:

$$\frac{P}{m} = \frac{P'}{m'}; \quad \text{o sea:} \quad \frac{m}{m'} = \frac{P}{P'};$$

que nos dice *que las masas son proporcionales a los pesos.* Para

comparar, entonces, las masas de dos cuerpos ***basta con pesarlos***: la relación entre sus pesos da la relación entre sus masas.

87. **Medida y dimensiones de la masa.** — De la relación que vincula g, P y m obtenemos:

$$m = \frac{P}{g}.$$

REGLA. — *Para hallar la masa de un cuerpo se divide su peso por la aceleración de la gravedad.*

En el sistema práctico el peso se mide en kilogramos y la aceleración en metros sobre segundos al cuadrado, por lo que:

$$[m] = \left[\frac{\text{Kgr seg}^2}{\text{m}}.\right]$$

Observación. — Si el peso se mide con una *balanza de platillos* sea cualquiera el lugar de la Tierra donde se efectúe la medida. lo que se hace es compararlo con las pesas patrones, que indican lo que pesarían esas pesas llevadas a la latitud de 45° y al nivel del mar. Sea un cuerpo que en una balanza de platillos (de brazos iguales) equilibra a una pesa marcada como de 1 Kgr. En cualquier lugar de la Tierra seguirán, pesa y cuerpo, en equilibrio. Ese cuerpo pesaría entonces 1 Kgr llevado a la latitud de 45° donde g tiene el valor:

$$g = 9{,}806 \text{ m/seg}^2.$$

Luego es por este valor de g que se debe dividir el peso para obtener la masa.

Si se pesara con una balanza de resorte habría que dividir por el valor de la aceleración de la gravedad en el lugar de observación. Las balanzas de resorte no son nunca balanzas de precisión, por lo cual este último caso jamás se presenta.

Nosotros, en lo que sigue, emplearemos por lo general, para g, el valor 9,80 m/seg^2.

88. **Peso y latitud.** — Sea un cuerpo cuyo *peso normal*, el que tendría llevado a la latitud de 45° (donde $g = 9{,}806$) es P_N. Su peso P (el que acusaría una balanza de resorte) en cierta latitud donde la aceleración de la gravedad es g será tal que:

$$\frac{P}{P_N} = \frac{g}{9{,}806}; \qquad P = P_N \frac{g}{9{,}806}.$$

Una pesa de 1 Kgr, pesa a los 45° de latitud 1 000 gramos peso; en el polo 1 002 gramos pues allí $g = 9,83$ y en el Ecuador 997 gramos (74).

PROBLEMAS

1. *¿Qué tensión produce sobre un hilo una pesa de 1 Kgr en una latitud donde* g = *9,79 m/seg²?*

   El peso P será:

$$P = \frac{1}{9,806} 9,79 = 0,9985 \text{ Kgr.}$$

2. *¿Cuánto debe valer el peso normal de un cuerpo para que su masa, expresada en el sistema práctico, sea igual a la unidad?*

   Como la masa se halla dividiendo el peso normal por 9,806 el peso normal deberá ser igual a 9,806 Kgr.

   Luego, un cuerpo, que al pesarlo con una balanza de platillos acuse un peso de 9,806 Kgr tiene una masa igual a la unidad práctica.

3. *¿Qué aceleración adquiere un cuerpo de masa igual a la unidad práctica (que pesa casi 10 Kgr) bajo la acción de una fuerza de 1 Kgr?*

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1}{1} = 1 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}.$$

4. *¿Por qué en el problema anterior se ha puesto m/seg²?* Porque la dimensión de la masa es:

$$[m] = \text{Kgr}: \frac{\text{m}}{\text{seg}^2};$$

   y también, simplemente, porque operando con el sistema práctico, la aceleración debe estar expresada en esas unidades.

5. *¿Qué aceleración produce una fuerza de 20 Kgr al actuar sobre una pesa de 20 Kgr?* Si actúa una fuerza igual al peso, la aceleración tendrá que ser la de la gravedad, pues en los cuerpos que caen ocurre eso.

6. *Un auto pesa 1 500 Kgr. Al partir adquiere una aceleración de 1,96 m/seg². ¿Cuánto vale la fuerza?*

Siendo:

$$a = \frac{F}{m}; \quad \text{resulta:} \quad F = ma;$$

o sea:

$$F = \frac{1\,500}{9{,}8} 1{,}96 = 300 \text{ Kgr.}$$

7. *El auto anterior, marchando en cierto camino a 36 Km/hora se detiene por completo, al cesar de actuar el motor, en 20 seg. ¿Cuánto valen las resistencias* (roce más resistencia del aire) *que se oponen al movimiento?*

La velocidad resulta ser de 10 m/seg. Como se detiene en 20 seg la aceleración es:

$$a = \frac{10}{20} = 0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$$

y la fuerza:

$$F = \frac{1\,500}{9{,}8} 0{,}5 = 76{,}5 \text{ Kgr.}$$

8. *¿Cuánto tiempo tardará en detenerse un auto de 1 500 Kgr que marcha a razón de 72 Km/hora si se le opone una fuerza de 200 Kgr?*

$$a = \frac{200 \text{ Kgr}}{1\,500 \text{ Kgr}/g} = \frac{200}{1500} 9{,}8 = 1{,}307 \text{ m/seg}^2.$$

Siendo la velocidad inicial $V_0 = 20$ m/seg, el tiempo será:

$$t = \frac{V_0}{a} = 15{,}3 \text{ seg.}$$

9. *Admitiendo que en un cuerpo que cae en el aire la resistencia que opone éste es constante e igual a* R, *hallar la aceleración*

a *de caída*. Si designamos al peso con P y a la masa con m se tendrá:

$$a = \frac{P - R}{m} = g - \frac{R}{m}.$$

Esto demuestra que en el *aire* dos esferas de igual radio pero de diferente masa caen con aceleraciones diferentes. GALILEO ya había observado que las esferas que dejaba caer desde la torre de Pisa no llegaban al suelo exactamente juntas.

IMPULSO

89. **Impulso y cantidad de movimiento.** — Sea un cuerpo de masa m sobre el que actúa la fuerza F. La aceleración será:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Si esta fuerza F actúa durante un tiempo t el cuerpo adquirirá al cabo del mismo la velocidad: $v = at$, o sea:

$$v = \frac{F}{m} t.$$

Con esta velocidad seguirá moviéndose el cuerpo al cesar de actuar la fuerza.

De la última relación obtenemos:

$$Ft = mv.$$

El primer miembro de esta igualdad o sea *el producto de la fuerza por el tiempo durante el cual ha actuado recibe el nombre de impulso;* el segundo miembro: *masa por velocidad, es lo que se llama cantidad de movimiento.* Ambas magnitudes, impulso y cantidad de movimiento, son iguales. En el caso del arco con que se disparan las flechas, o en el de las armas de fuego, o al dar un puntapié a una pelota, etc., se trata de una fuerza actuando sobre un cuerpo durante cierto tiempo con lo cual le comunica cierta velocidad.

La ecuación que hemos establecido se puede leer también invirtiendo el orden de sus miembros:

$$mv = Ft.$$

En este caso se trata de una masa dotada de cierta velocidad que puede producir una fuerza durante cierto tiempo. Es el caso de la masa del martillo al golpear sobre un clavo; o la locomotora al presionar los paragolpes de la estación; o la pelota que para ser detenida requiere que se ejerza sobre ella cierta fuerza durante cierto tiempo, etc.

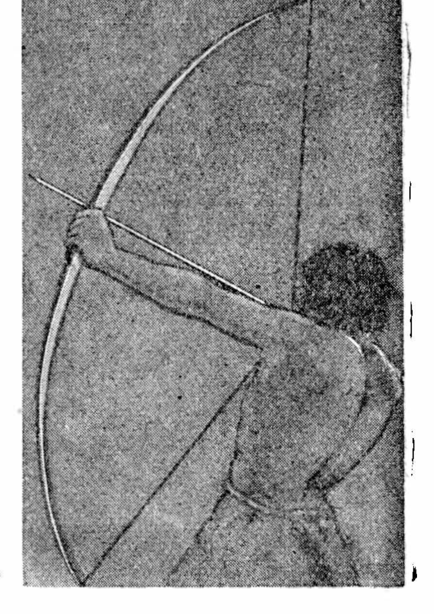


Fig. 128. — Impulso.

90. Principio de acción y reacción. — Hemos visto ya (52) la noción de acción y reacción. Lo que vimos en estática es consecuencia de un principio general enunciado por NEWTON y que se cumple en todos los casos *haya o no equilibrio entre las fuerzas.* Este principio puede enunciarse así:

Si un cuerpo A, *ejerce sobre otro* B, *una fuerza* F *llamada acción, el cuerpo* B *ejercerá sobre el* A *otra fuerza, reacción, igual y opuesta a la primera* (fig. 129).

Un remero para alejarse de la orilla ejerce con el remo sobre ésta una fuerza; el bote se separa de la orilla por la reacción (fig. 130). La fuerza con que un imán atrae a un trozo de hierro es exactamente igual a la fuerza con que el hierro atrae el imán.

La figura 131 indica un experimento ilustrativo. Una lámina elástica colocada entre dos carritos tiende a separarlos. Cortando el hilo que los une se observará que ambos se mueven en sentidos opuestos. Siendo, de acuerdo al principio de acción y reacción, las fuerzas que se ejercen sobre ambos carros iguales, como el tiempo en que actúan es el mismo, el impulso, fuerza por tiempo, será igual en ambos carros. Por esto si llamamos m_1 y m_2 a las masas de los carros y V_1 y V_2 a las respectivas velocidades que adquieren se tendrá:

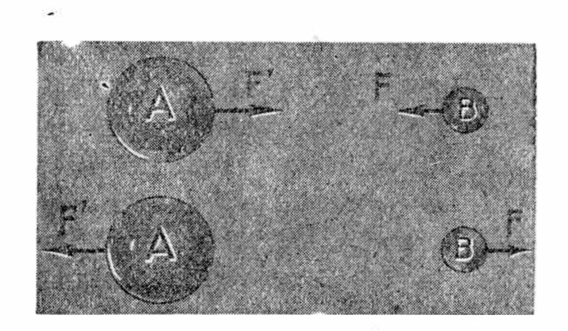


Fig. 129. — Acción y reacción.

$$m_1V_1 = m_2V_2.$$

Si uno de los carros tiene masa doble de la del otro su velocidad será igual a la mitad de la de aquél. El retroceso de las armas de fuego es consecuencia del principio de la igualdad de la acción y la reacción.

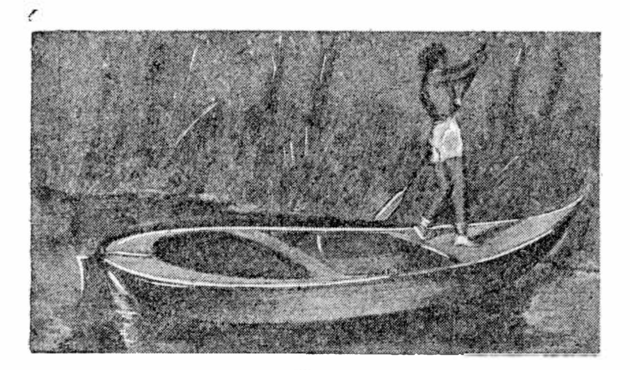


Fig. 130. — Acción y reacción.

Este principio es también responsable del fracaso del "inventor" que, según se cuenta, colocó sobre un bote a vela un fuelle para accionarlo (fig. 132). La fuerza que se ejerce sobre la vela es en todo momento igual y opuesta a la que se ejerce sobre el fuelle. El bote se desplazaría, si el fuelle estuviera fijo en la orilla. Estando el fuelle fijo en el bote, éste se desplazaría en sentido opuesto al de la salida del aire, si se saca la vela. Al ponerse en marcha una locomotora se puede asegurar que toda la Tierra se pone también en marcha en sentido opuesto. La enorme masa de la Tierra hace inapreciable estos movimientos. Si los rieles sobre los que se desplaza un tren estuvieran a su vez apoyados sobre ruedas en otros rieles fijos al piso, se observaría que los rieles en contacto con las ruedas marchan en sentido opuesto al de la máquina.

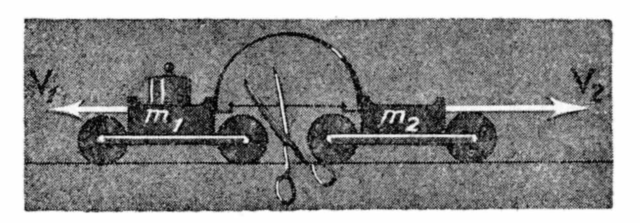


Fig. 131. — Acción y reacción.

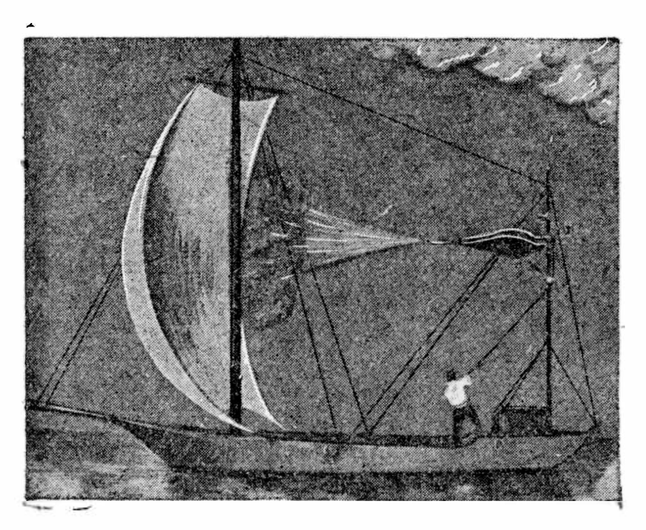


Fig. 132. — Fracaso de un invento.

Si un caballo tira de un carro con cierta fuerza, el carro ejerce sobre el caballo otra fuerza exactamente igual y opuesta. Pero el caballo al apoyarse en el suelo ejerce contra éste una fuerza

que debe ser exactamente igual a la ejercida sobre el carro. Si se colocaran al carro y al caballo sobre una plataforma con ruedas, la plataforma se movería en sentido opuesto al del vehículo.

El novelista JULIO VERNE relata el caso de dos personajes que, para aprovechar unas minas que suponían situadas en la región polar de la Tierra, pretendían hacer variar la inclinación del eje terrestre lanzando desde un punto apropiado de la misma un enorme proyectil a gran velocidad. La reacción sería la que cambiaría la posición de la Tierra.

91. Los principios de la dinámica. — NEWTON estableció, en su gran obra *Principia mathematica* publicada en 1687 los tres principios siguientes:

de *inercia;*
de *masa;*
de *acción y reacción.*

El *principio de superposición* fué considerado por él como una consecuencia del principio de masa.

Sobre estos principios se apoya toda la dinámica, cuyo objeto es el estudio del movimiento relacionado con las fuerzas que lo modifican, y teniendo en cuenta las masas de los cuerpos que se mueven.

UNIDADES

92. Sistema C. G. S. y técnico. — El sistema de unidades que hemos usado hasta ahora es el sistema técnico. En él las unidades fundamentales son:

Sistema técnico

De longitud	*el metro* (*m*).
De tiempo	*el segundo* (*seg*).
De fuerza	*el kilogramo-peso* (*Kgr*).

En el sistema cegesimal (C. G. S.) centímetro, gramo, segundo, las unidades fundamentales son:

Sistema C. G. S.

De longitud	*el centímetro* (*cm*).
De tiempo	*el segundo* (*seg*).
De masa	*el gramo-masa* (*g*).

El gramo masa es la milésima parte de la masa de la pesa kilogramo patrón. Por lo tanto un gramo masa tiene un peso igual a un gramo peso en la latitud de 45° y al nivel del mar.

En el sistema práctico la unidad de masa era una unidad derivada como ya hemos visto. En el sistema C. G. S., en cambio, la masa es una magnitud fundamental, siendo la fuerza una magnitud derivada.

93. **La dina.** — La unidad de fuerza en el sistema C. G. S. recibe el nombre de *dina.* De la ecuación fundamental de la dinámica, fuerza igual masa por aceleración:

$$F = ma,$$

deducimos que F valdrá 1, si $m = 1$ y $a = 1$.

Luego *la fuerza es de una dina cuando aplicada a la masa de un gramo le comunica la aceleración de un centímetro por segundo y por segundo.*

El peso P, de un cuerpo, hemos visto que es igual a su masa m por la aceleración g de la gravedad:

$$P = mg.$$

Calculemos de acuerdo a esto a cuántas dinas equivale un gramo peso. Un gramo peso, es lo que pesa un gramo masa en un lugar donde el valor de g es:

$$g = 980{,}6 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

Por lo tanto:

$$\textbf{1 gramo peso} = \textbf{1 gramo masa} \times 980{,}6 \frac{\textbf{cm}}{\textbf{seg}^2} = 980{,}6 \textbf{ dinas.}$$

La dina es en consecuencia poca cosa mayor que un miligramo peso.

94. **Densidad.** — Se llama densidad o masa específica de una sustancia al cociente entre la masa y el volumen de una porción de la misma:

$$d = \frac{m}{V}.$$

Cuando se pesa un cuerpo con una balanza de platillos se determina en realidad la masa del mismo. Si un cuerpo equilibra a una pesa de 100 gramos, en cualquier lugar de la Tierra cuerpo y pesa seguirán en equilibrio. A igualdad de peso corresponde igualdad de masa, y la masa de ese cuerpo, será de 100 gramos. Si el volumen del cuerpo fuera igual a 50 cm³ su densidad sería:

$$d = \frac{100}{50} = 2 \frac{\text{gramo - masa}}{\text{cm}^3}.$$

El *peso específico* del cuerpo sería también exactamente igual a 2 (gramo - peso sobre centímetro cúbico) a los 45° de latitud, porque sólo allí 100 gramos masa pesan 100 gramos peso.

En general como el peso es igual a mg, el peso específico será:

$$Pe = \frac{mg}{V} \left[\frac{\text{dina}}{\text{cm}^3} \right];$$

y en gramos - peso será:

$$Pe = \frac{mg}{980{,}6\, V} \left[\frac{\text{gramo - peso}}{\text{cm}^3} \right].$$

De esta última relación, reemplazando m/V por la densidad d resulta:

$$Pe = d \frac{g}{980{,}6} \left[\frac{\text{gramo - peso}}{\text{cm}^3} \right].$$

Como g varía poco con la latitud, puede considerarse, sin cometer error apreciable, que en todas partes vale 980,6 resultando así que el mismo número que expresa la densidad en gramos - masa por centímetro cúbico, expresa también el peso específico en gramos - peso por centímetro cúbico.

En rigor esto es cierto solamente a los 45° de latitud y al nivel del mar.

PROBLEMAS Y APLICACIONES

* PRINCIPIO DE D'ALEMBERT

1. *El carrito de masa* m *se desliza sin roce sobre un plano horizontal* (fig. 133) *por la acción del peso de la masa* M. *Hallar la aceleración común con que se mueven ambas masas.*

La fuerza que actúa es Mg, y la masa puesta en movimiento es $M + m$. Por lo tanto:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Mg}{M + m};$$

o lo que es lo mismo:

$$a = g\frac{M}{M + m}.$$

EJEMPLO NUMÉRICO. — Si $M = 20$ gramos y $m = 80$ gramos la aceleración resulta igual a un quinto de g.

Podría también haberse razonado así: si se toman las dos masas juntas y se las deja caer, caerán con la aceleración g. La fuerza que actúa entonces es el peso de ambas (100 gramos). Con el dispositivo de la figura se hace actuar sobre la misma masa total una fuerza que es la quinta parte del peso; la aceleración será en consecuencia la quinta parte de g.

2. *De los extremos de un hilo que pasa por la garganta de una polea penden dos pesas iguales, cada una de masa* M. *Sobre una de ellas se agrega una pesa adicional de masa* m (fig. 134). *Hallar la aceleración.*

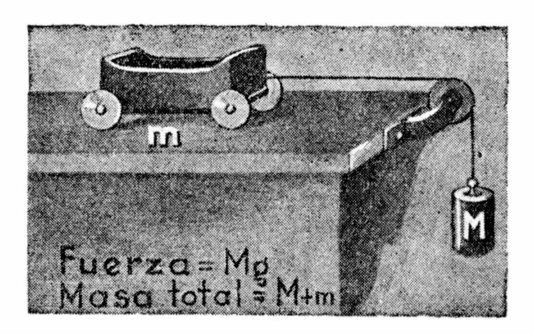


Fig. 133.

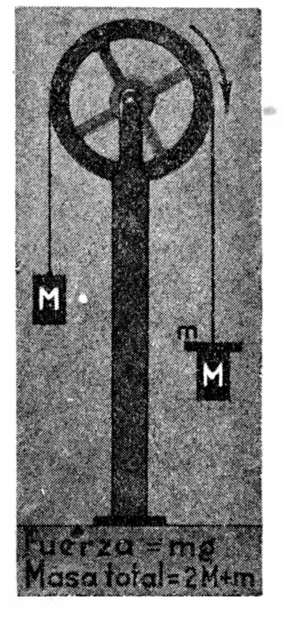


Fig. 134.

Como las dos masas M se equilibran, la fuerza que pone en movimiento a la masa total $2\,M + m$, es el peso mg de la masa adicional. Luego:

$$a = \frac{mg}{2\,M + m}.$$

En este caso, como en el anterior, no se ha tenido en cuenta, ni la masa del hilo, ni la de la polea.

EJEMPLO NUMÉRICO. — Si $M = 45$ gramos y $m = 10$ gramos la aceleración resulta ser igual a un décimo de la aceleración g de la gravedad.

El dispositivo que precede no es otro, en esencia, que la máquina de ATWOOD. Con este aparato se pueden verificar las leyes del movimiento uniformemente acelerado. Para medir la velocidad en un instante dado de la caída, se hace que la pesa al pasar por un anillo deje sobre él la masa adicional. A partir de ese momento el movimiento se convierte en uniforme.

3. *Un carrito de masa* m *se desliza sin roce por un plano inclinado de altura* h *y longitud* l. *Este carrito* (fig. 135) *está atado al extremo de un hilo, paralelo a la longitud, que pasa por una polea, pendiendo del otro extremo del hilo la masa* M. *Hallar la aceleración.*

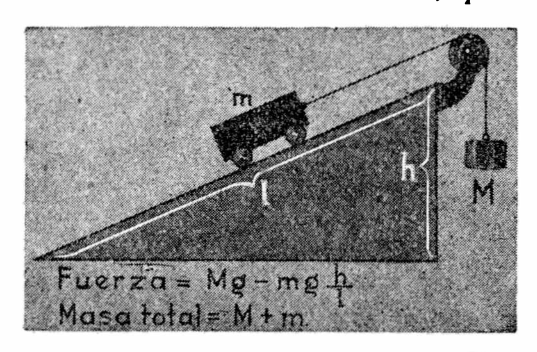


Fig. 135.

El carro tiende a descender por la acción de una fuerza igual a su peso mg por la altura h y sobre la longitud del plano; y tiende a subir por la acción del peso Mg de la masa M. La fuerza total actuante será:

$$F = Mg - mg\frac{h}{l} = g\left(M - m\frac{h}{l}\right).$$

La masa total puesta en movimiento es $M + m$, por lo que:

$$a = g\frac{M - \dfrac{mh}{l}}{M + m}.$$

*** 95. — Principio de D'Alembert.** — La manera como hemos razonado para resolver los problemas precedentes está muy lejos de ser satisfactoria. Se justifica únicamente porque conduce de un modo sencillo al resultado exacto. Y no es satisfactoria porque el principio de masa se refiere a la aceleración que adquiere un único

cuerpo bajo la acción de una fuerza y no nos dice nada de cómo se comportará un sistema de cuerpos vinculados por hilos, vigas, soportes, etc. Pensemos en el problema 1. Supongamos que el carro y la pesa sean de 1 kilogramo cada uno. Si fijamos nuestra atención sobre el carro podríamos decir que sobre él actúa el peso de un kilogramo y como su masa es también de un kilogramo llegaríamos a la conclusión falsa de que se debe mover con una aceleración igual a g.

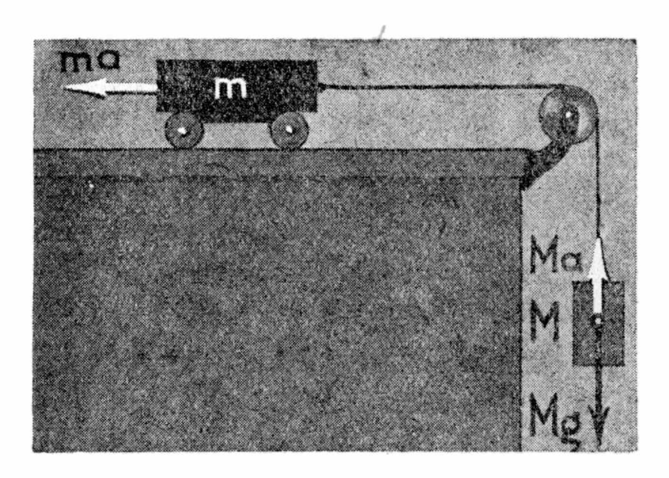


Fig. 136. — Principio de D'Alembert.

En el año 1743 el gran matemático francés D'ALEMBERT, estableció una regla general que permite resolver en forma sencilla complicados problemas de dinámica. He aquí el enunciado de la regla, conocida con el nombre de principio: *Si sobre un conjunto de cuerpos vinculados, actúan fuerzas, de manera que cada uno de ellos adquiere determinada aceleración, el sistema estaría en equilibrio, si se supone que sobre cada cuerpo actúa una fuerza igual y opuesta al producto de su masa por su respectiva aceleración.* Estas fuerzas se llaman *fuerzas ficticias* y en las figuras que siguen las representamos en blanco.

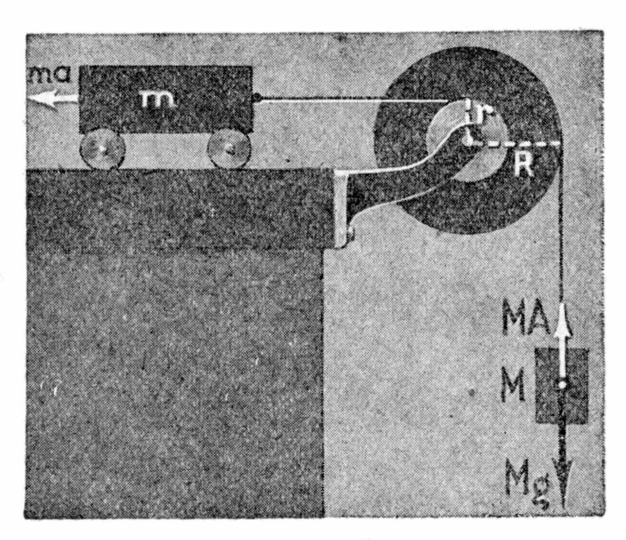


Fig. 137.

Apliquemos este principio para resolver el problema 1. Llamemos a a la aceleración que buscamos. Si aplicáramos al carro una fuerza igual y opuesta a ma (fig. 136) y a la masa M, la fuerza igual y opuesta a Ma, el sistema se hallaría en equilibrio. Como se trata de una polea, la condición de equilibrio es que las fuerzas que obran sobre el hilo

en ambos sentidos sean iguales. Por lo tanto, la diferencia entre la fuerza real Mg y la ficticia Ma debe ser igual a la fuerza ma:

$$Mg - Ma = ma.$$

De aquí se obtiene el valor de a que ya hemos establecido. La tensión del hilo es como se comprende igual a cualquiera de ambos miembros de la fórmula anterior.

PROBLEMAS (*cont.*)

*4. *Hallar la aceleración* A *de la masa* M *y la aceleración* a *de la masa* m, *que se desliza horizontalmente, estando ambas vinculadas en la forma que indica la figura 137.*

Llamaremos R y r a los radios de los cilindros, que giran sobre un eje común, y cuya masa no tomaremos en cuenta.

Si se supone que se agregan las fuerzas ficticias MA y ma el sistema estaría en equilibrio, de acuerdo al principio de D'ALEMBERT, con lo que el momento de la fuerza $Mg - MA$ deberá ser igual al momento de la fuerza ma:

$$(Mg - MA)\, R = mar. \qquad [1]$$

Dada la manera como están vinculadas ambas masas, se ve que los espacios recorridos por las mismas en cierto tiempo serán proporcionales a los radios de los cilindros, con lo que, las aceleraciones serán también proporcionales a los radios:

$$\frac{A}{a} = \frac{R}{r}. \qquad [2]$$

Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas: A y a. Resolviendo el sistema resulta:

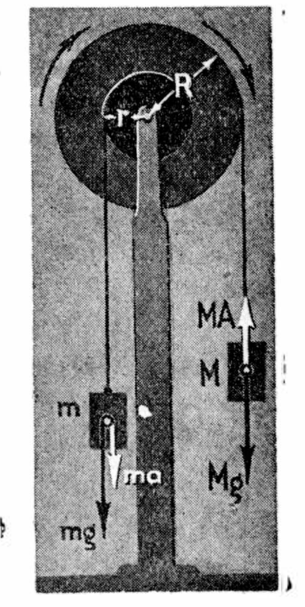


Fig. 138.

$$A = \frac{MR^2}{MR^2 + mr^2}\, g; \qquad a = \frac{MRr}{MR^2 + mr^2}\, g.$$

*5. *Hallar las aceleraciones* A *y* a *con que se mueven las masas* M *y* m *de la figura 138.*

Se tendrá además de la [2] del problema anterior la ecuación siguiente:

$$(Mg - MA)\, R = (mg + ma)\, r. \qquad [3]$$

La [2] y la [3] resuelven el problema.

Se ve pues, cómo, por el principio de D'Alembert, los problemas de dinámica se reducen a problemas de estática.

* ADVERTENCIA SOBRE ALGUNAS DEFINICIONES

La definición corriente de que la *velocidad* de un móvil es igual al *espacio* recorrido por el mismo en la unidad de tiempo, no es del todo correcta. Si un móvil en un segundo recorre 5 m, su velocidad **no** es el espacio 5 m, sino 5 m/seg. Por eso la definición usual da el valor numérico de la velocidad, pero no sus dimensiones. En el mismo caso se encuentran otras definiciones, como se indica en el cuadro siguiente:

DEFINICIONES INCORRECTAS	DEFINICIONES CORRECTAS
Peso específico *es el peso de la unidad de volumen.*	**Peso específico** *es el cociente entre el peso y el volumen.*
Velocidad *es el espacio recorrido en la unidad de tiempo.*	**Velocidad** *es el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado.*
Aceleración *es la variación de la velocidad en la unidad de tiempo.*	**Aceleración** *es el cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo de tiempo en que se produjo aquélla.*
Masa *de un cuerpo es la fuerza capaz de comunicarle la aceleración unidad.*	**Masa** *de un cuerpo es el cociente entre la fuerza que sobre él actúa y la aceleración que le comunica.*

Un ejemplo en que se advierte bien la no equivalencia de ambos modos de expresión, lo proporcionan las definiciones usuales de **caloría** y **calor específico**, enteramente análogas, a pesar de que las dimensiones del calor específico son las de una cantidad de calor (*caloría*) dividida por una masa y por una diferencia de temperatura *.

* La definición usual, *incorrecta*, del calor específico, es: "*Calor específico de una substancia es la cantidad de calor necesaria para aumentar en 1° C la temperatura de un gramo de dicha substancia*".

La definición de caloría, *correcta*, es: "*Caloría es la cantidad de calor necesaria para aumentar en 1° C la temperatura de un gramo de agua*".

CAPÍTULO VII

TRABAJO Y ENERGÍA

96. Noción de trabajo mecánico. — Cuando se levanta un peso hasta cierta altura se dice que se efectúa cierto trabajo. Si se sostiene el cuerpo, sin elevarlo, lo que se efectúa es una fuerza, pero no un trabajo. Para realizar un trabajo debe haber fuerza y desplazamiento. Al estar sentados, ejercemos sobre el asiento una fuerza igual a nuestro peso; como no hay desplazamiento el trabajo es nulo.

El trabajo mecánico T *es, por definición, el producto de la intensidad de la fuerza* F *por el camino o desplazamiento,* e, *efectuado por la misma, en su propia dirección*:

$$T = Fe.$$

Supongamos que una persona se traslade por un camino empinado de la posición A a la B (fig. 139). Si el peso de la persona es P, el trabajo que habrá realizado *en contra de la fuerza de gravedad*, será Ph, siendo *h la proyección del camino real sobre una recta vertical*, pues la fuerza del peso es vertical.

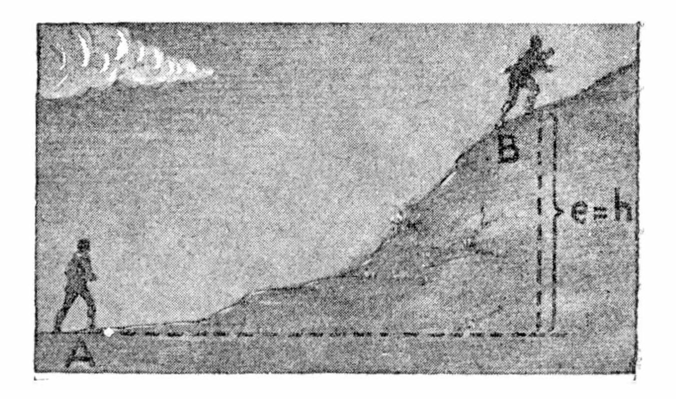


Fig. 139. — Trabajo.

Si se arrastra un cuerpo sobre un camino horizontal el trabajo será igual a la fuerza que se efectúa horizontalmente, por el camino recorrido. Si el movimiento es uniforme la fuerza será igual a la fuerza de rozamiento. En este caso el trabajo de la fuerza de gravedad es nulo.

Unidades de trabajo. — Si la fuerza es 1 (uno) y el espacio 1 (uno) el trabajo será igual a la unidad.

En el sistema técnico la unidad de trabajo es el *kilográmetro, que es el trabajo que se realiza al desplazar en un metro, la fuerza de un kilogramo.* Concretamente, *se realiza el trabajo de un kilográmetro al elevar un peso de un kilogramo a un metro de altura.*

En el sistema C. G. S. la unidad de trabajo es el erg o ergio, que es el trabajo que se realiza al desplazar una dina en un centímetro.

1 kilográmetro = 1 Kgr - peso $\times$ 1 metro.
1 ergio = 1 dina $\times$ 1 centímetro.

Como un kilogramo - peso, tiene 1000 gramos peso, y como un gramo - peso es igual a 980,6 dinas, por ser además 1 metro igual a 100 centímetros resulta:

$$1 \text{ Kgmt} = 980{,}6 \times 1000 \times 100 = 98\,060\,000 \text{ erg.}$$

Luego *un kilográmetro es igual,* aproximadamente, *a 98 millones de ergios.*

Como el ergio es una unidad muy pequeña se emplea un múltiplo del mismo llamado *joule* o *julio* (en honor del físico Joule) que es igual a diez millones de ergios:

$$1 \text{ julio} = 10^7 \text{ erg.}$$

97. **Aplicación a las máquinas simples.** — Cuando una máquina está, en equilibrio, ni la potencia ni la resistencia se desplazan, por lo cual el trabajo de cada una de esas fuerzas es nulo.

A pesar de esto, estando la máquina en equilibrio, podemos imaginar que se efectúa cierto desplazamiento. Al desplazamiento *imaginado* lo llamaremos desplazamiento *virtual.*

Al producto de la potencia por el desplazamiento virtual de la misma, lo llamaremos trabajo virtual de la potencia. Análogamente definiríamos el trabajo virtual de la resistencia.

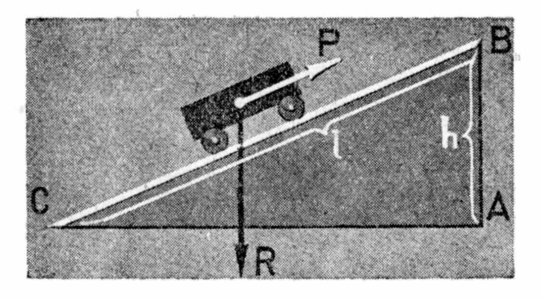


Fig. 140. — Trabajos virtuales.

Caso del plano inclinado. — Supongamos que la potencia P (fig. 140) y la resistencia R (peso del cuerpo) están en equilibrio. Consideremos un desplazamiento virtual de C a B. El trabajo virtual de la potencia será:

El trabajo de la resistencia será el producto de la fuerza R por *el desplazamiento medido en la dirección de la fuerza.* Este desplazamiento es la proyección de la longitud del plano sobre una recta vertical, es decir *la altura.* Resulta así:

$$T_R = Rh.$$

Si el cuerpo se halla en equilibrio debe cumplirse (45):

$$\frac{P}{R} = \frac{h}{l} \quad \text{o sea:} \quad Pl = Rh.$$

Concluímos de aquí, que habiendo equilibrio, *el trabajo virtual de la potencia es igual al trabajo virtual de la resistencia.*

NOTA. — En realidad ambos trabajos son iguales en valor absoluto y de signos contrarios. Si el desplazamiento fuera de C a B el trabajo de la potencia sería positivo, pues fuerza y camino tienen el mismo sentido. En cambio el camino que debe tomarse en cuenta para la resistencia. va de A hacia B, o sea hacia arriba, en tanto que la fuerza está dirigida hacia abajo. El trabajo de la resistencia sería negativo.

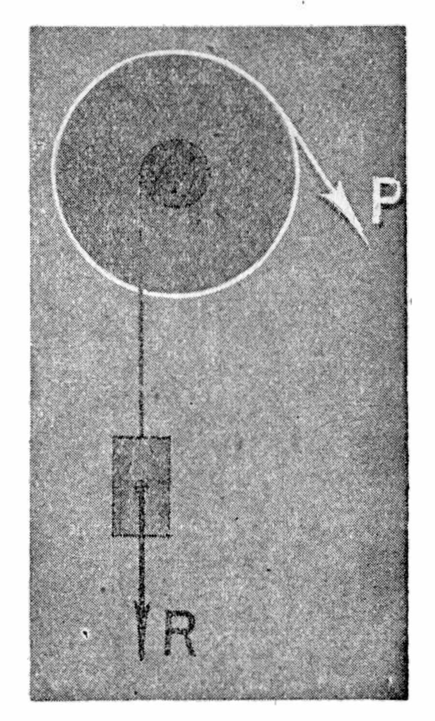


Fig. 141. — Torno.

Caso del torno. — Si llamamos R_1 al radio de la circunferencia que describe la potencia y R_2 al radio de la circunferencia del cilindro, la ley de equilibrio del torno expresa:

$$PR_1 = RR_2.$$

Si multiplicamos ambos miembros de esta igualdad por un ángulo α arbitrario que representa un desplazamiento virtual, el producto αR_1 será el desplazamiento virtual de la potencia y el producto αR_2 el desplazamiento virtual correspondiente de la resistencia. Por lo tanto también en esta máquina se cumple:

$$T_P = T_R.$$

Si el ángulo α es igual a 2 π radianes el desplazamiento virtual correspondería a una vuelta.

98. Principo de los trabajos virtuales. — *En todas las máquinas que están en equilibrio se cumple siempre que el trabajo virtual de la potencia es igual al de la resistencia.* — Los desplazamientos virtuales que se imaginen deben ser *compatibles* con los vínculos: en el caso del plano inclinado no hubiera sido lícito considerar un desplazamiento que hiciera salir al cuerpo del plano inclinado. En un cuerpo que se apoya sobre una curva (fig. 142) habrá que considerar un desplazamiento virtual infinitamente pequeño.

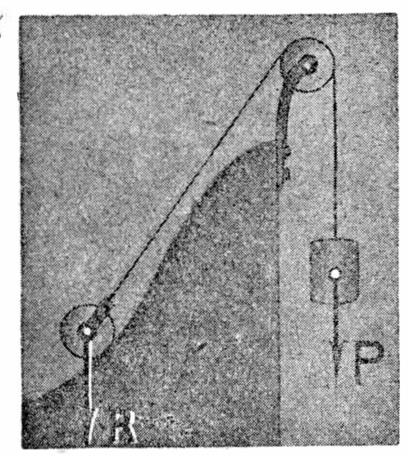


Fig. 142.

El principio que estamos considerando se suele expresar en la forma siguiente: *lo que se gana en fuerza se pierde en camino.*

Quiere decir que si en una máquina, la potencia de 1 Kgr equilibra a una resistencia de 10 Kgr, a un desplazamiento de la potencia de 1 centímetro corresponde un desplazamiento de la resistencia de sólo un milímetro.

Este principio permite hallar la ley de equilibrio de un mecanismo cualquiera sin entrar a estudiar detalle por detalle del mismo. Supongamos un *cric* o *gato* (fig. 143) para el cual, por un desplazamiento de 20 centímetros de la manivela *M*, el soporte se eleva 1 milímetro. Siendo el desplazamiento de la potencia 200 veces mayor que el de la resistencia podremos asegurar que con la fuerza de 1 Kgr en *M*, equilibraremos 200 Kgr en *R*. El gato podrá ser hidráulico, a cremallera, con complicados engranajes, pero en todos los casos el resultado será el mismo.

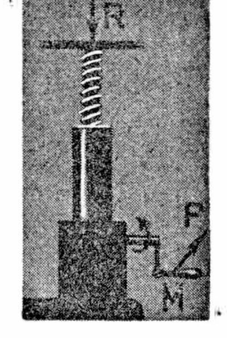


Fig. 143. — Gato.

ENERGÍA

99. Concepto de energía. — *Cuando un cuerpo o sistema de cuerpos es capaz de realizar cierto trabajo se dice que posee energía. La energía se mide por el trabajo que el cuerpo o sistema es capaz de realizar.*

Un resorte comprimido o un cuerpo pesado (fig. 144) que se encuentre a cierta altura, poseen energía, pues son capaces de realizar un trabajo, ya que podrían elevar a otro cuerpo hasta cierta altura. Un montón de pólvora posee energía, pues con él se puede efectuar trabajo; al dar cuerda a un reloj almacenamos

en él cierta cantidad de energía que luego realiza el trabajo de mover los engranajes en contra de la fuerza del roce. Al subir una escalera efectuamos un trabajo, para lo cual empleamos cierta energía, que hemos tomado, en última instancia, de los alimentos, que la proporcionan por medio de complicadas reacciones químicas.

100. Energía potencial. — La energía almacenada en un cuerpo en reposo se llama energía en potencia o potencial. Tal por ejemplo la energía elástica de un resorte comprimido o dilatado.

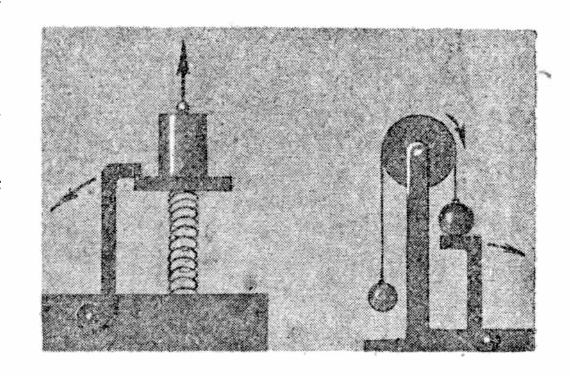


Fig. 144. — Energía potencial.

Nos ocuparemos aquí de la energía potencial gravitatoria. Esta energía potencial es la que posee un cuerpo de masa m que se encuentra a una altura h con respecto a un nivel que arbitrariamente se considera como nivel cero. Este nivel cero, puede ser el piso, la superficie de una mesa, el nivel de un lago, etc.

El trabajo que habría sido necesario efectuar para elevar al cuerpo desde el nivel cero hasta la altura a que se encuentra, es la energía potencial del cuerpo con respecto a ese nivel. Si la masa es m, el peso del cuerpo es mg; el trabajo habría sido mgh; luego la energía potencial será:

$$E_P = mgh.$$

101. Energía cinética. — Si un cuerpo de masa m se mueve con cierta velocidad v dicho cuerpo posee cierta energía, desde el momento que es capaz de efectuar cierto trabajo. Una bicicleta en marcha, continúa moviéndose durante cierto trayecto, aunque el ciclista no pedalee, efectuando un trabajo en contra de las fuerzas de roce y resistencia del aire. Es posible también que pueda subir una cuesta durante cierto trayecto. Una bala es capaz de atravesar un muro, para lo cual deberá ejercer contra el mismo, una fuerza en cierto recorrido, es decir un trabajo.

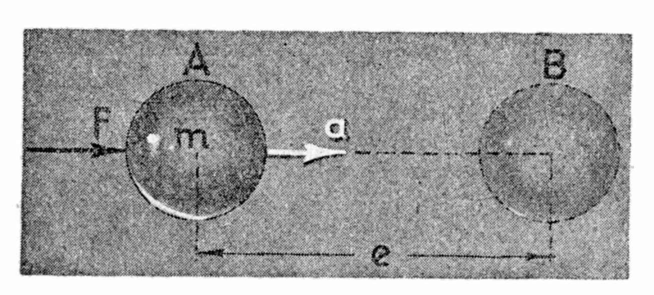


Fig. 145. — Sobre energía cinética.

Calculemos el trabajo necesario para comunicar a un cuerpo de masa m la velocidad v. Sobre el cuerpo, inicialmente en reposo (fig. 145), aplicamos la fuerza F, con lo cual el cuerpo adquiere la aceleración a, tal que:

$$F = ma.$$

Supongamos que la fuerza actúe sobre el cuerpo durante un trayecto e. El espacio e será recorrido con movimiento uniformemente acelerado por lo cual:

$$e = {}^1/_2\ at^2.$$

De estas expresiones, calculamos el trabajo efectuado multiplicando fuerza por espacio:

$$Fe = {}^1/_2\ ma^2t^2.$$

El producto at es igual a la velocidad v adquirida por el cuerpo, por lo que, el trabajo será:

$$T = {}^1/_2\ mv^2.$$

El trabajo realizado para comunicar al cuerpo de masa m la velocidad v, es igual al trabajo que realizaría el cuerpo si su velocidad pasara del valor v al valor cero. Por esto, la energía cinética del cuerpo es:

$$E_C = {}^1/_2\ mv^2.$$

102. Transformación de energía potencial en cinética y viceversa. — Si un cuerpo se encuentra a la altura h, en reposo, se tiene:

Energía potencial $= mgh$.
Energía cinética $= 0$.

Dejamos que el cuerpo caiga. Al llegar al nivel cero se tendrá:

Energía potencial $= 0$.
Energía cinética $= {}^1/_2\ mv^2$;

siendo v la velocidad que ha adquirido al caer desde la altura h.

Hemos visto (pág. 66) que esta velocidad es igual a $\sqrt{2gh}$. Llevando este valor a la expresión de la energía cinética del cuerpo, al pasar por el nivel cero, obtenemos:

$$E_C = mgh.$$

La energía potencial que tenía el cuerpo se ha transformado íntegramente en energía cinética.

En un proyectil que se lanza verticalmente hacia arriba, la energía cinética inicial se convierte totalmente en energía potencial cuando alcanza el punto más alto.

En cualquier punto del recorrido la suma de la energía potencial y la energía cinética se mantiene constante.

103. **Teorema de las fuerzas vivas.** — Al producto de la masa de un cuerpo por el cuadrado de su velocidad se le llama fuerza viva.

La energía cinética, es, en consecuencia, igual a la mitad de la fuerza viva.

Sea un cuerpo de masa m y velocidad v. Supongamos que al cabo de cierto tiempo la velocidad del cuerpo sea menor, e igual a v'. La energía cinética inicial era:

$$E\text{c} = {}^1/_2\ mv^2; \quad \text{y la final:} \quad E'\text{c} = {}^1/_2\ mv'^2.$$

La disminución de la energía cinética debe ser igual al trabajo que, en cualquier forma, haya realizado el cuerpo. Luego, llamando a ese trabajo T, resulta:

$$T = {}^1/_2\ (mv^2 - mv'^2).$$

Lo que nos dice que el trabajo realizado por un cuerpo es igual a la mitad de la variación de la fuerza viva del mismo. Más simplemente: *el trabajo es igual a la variación de la energía cinética.*

104. **Potencia.** — *Se llama potencia de una máquina o motor al cociente entre el trabajo que es capaz de realizar y el tiempo que tardaría en efectuarlo.*

En el sistema técnico la unidad de potencia sería la de una máquina que pudiera realizar un trabajo de un kilográmetro en un segundo. Se utiliza en la práctica, *como unidad de potencia, el H. P. (Horse Power) caballo de fuerza, que es la potencia de una máquina que puede realizar en un segundo un trabajo de 75 kilográmetros.*

Otra unidad de potencia utilizada en la práctica es el *vatio o watt* (en honor de Watt) *que es la potencia de una máquina que puede realizar en un segundo el trabajo de un julio.*

El kilovatio es igual a 1000 vatios o sea 1000 julios sobre segundo.

Se utiliza también como unidad de trabajo *el kilovatio - hora que es el trabajo que efectuaría durante una hora, una máquina cuya potencia fuera igual a un kilovatio.*

Si la potencia es de un kilovatio la máquina realiza el trabajo de 1000 julios en un segundo, y en una hora (= 3 600 seg) realizará 3 600 000 julios; luego:

1 kilovatio - hora = 3 600 000 julios.

Esta unidad se emplea sobre todo en la medida de la energía eléctrica.

Medida de la potencia. Freno de Prony. — Para medir la *potencia* de una máquina se ajusta al *árbol motor* de la misma un freno cuya presión se regula por medio de las tuercas 1 y 2 (fig. 146). Se logra así, que el árbol motor efectúe un número de revoluciones por segundo, igual al número de revoluciones que realiza la máquina cuando funciona normalmente. El freno tiende a seguir al árbol giratorio en su movimiento. Colocando en el platillo de la izquierda determinado conjunto de pesas, puede lograrse que el freno se mantenga en equilibrio entre los topes *T*. El contrapeso *C*, sirve para equilibrar a la palanca y al platillo descargado. Las fuerzas debidas al rozamiento, e indicadas en blanco en la figura, equivalen a una única fuerza *F*, cuyo momento *Fr*, tiende a hacer girar al freno en el sentido de las flechas blancas. El peso *P* de las pesas del platillo, tiene un momento *Pl* que tiende a producir una giración en sentido opuesto. Cuando se logra el equilibrio del freno debe cumplirse:

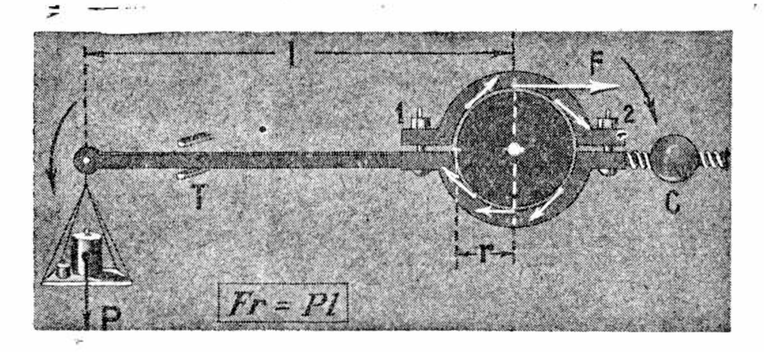


Fig. 146. — Freno de Prony.

$$Fr = Pl; \qquad F = P \times \frac{l}{r}.$$

Cuando el árbol da una vuelta completa, el trabajo de las fuerzas del roce es igual a la fuerza *F* por el camino $2\,\pi r$:

$$T = P\frac{l}{r} \times 2\,\pi r.$$

Si se efectúa un número *N* de revoluciones por segundo, la potencia *W* de la máquina será:

$$W = P \times 2\,\pi l \times N.$$

Ejemplo. $P = 4{,}77$ Kgr; $l = 1$ m; $N = 10$ revoluciones por segundo:

$$W = 4{,}77 \times 2\pi \times 1 \times 10 \simeq 300 \frac{\text{Kgmt}}{\text{seg}}.$$

Para hallar la potencia en caballos de fuerza dividimos por 75 obteniendo:

$$W = 4 \ H.P.$$

PROBLEMAS

1. *Una persona de 60 Kgr de peso sube una escalera; si la diferencia de nivel entre la parte inferior y superior es de 5m, ¿qué trabajo ha realizado en contra de la fuerza de gravedad?*

$$T = Fh = 60 \times 5 = 300 \text{ kilográmetros.}$$

2. *Expresar el trabajo anterior en julios.*
   Como 1 Kgmt vale 9,8 julios (es el valor que adoptaremos en todas las reducciones) se tiene:

$$T = 300 \times 9{,}8 = 2940 \text{ julios.}$$

3. *Si el tiempo empleado por la persona al subir la escalera es igual a 16 seg, ¿qué potencia ha desarrollado?*
   Designando la potencia por W se tendrá, siendo T el trabajo y t el tiempo:

$$W = \frac{T}{t} = \frac{300}{16} = 18{,}75 \frac{\text{Kgmt}}{\text{seg}}.$$

4. *Expresar la potencia anterior en H. P.* Debemos dividir el resultado por 75, pues un H. P. es igual a 75 Kgmt/seg:

$$W = \frac{300}{16 \times 75} = {}^1/_4 \text{ H.P.}$$

5. *Expresar la misma potencia en vatios.* Dividimos el trabajo expresado en julios por el tiempo en segundos:

$$W = \frac{2940}{16} = 183{,}75 \frac{\text{julios}}{\text{seg}} = 183{,}75 \text{ vatios.}$$

6. *Expresar esa potencia en kilovatios.* Tendremos que dividir el resultado anterior por 1000:

$$W = 0{,}18375 \text{ kilovatios.}$$

7. *Hallar la energía potencial almacenada con respecto al nivel del suelo, en un tanque situado a 10 m de altura de ese nivel y lleno con 1000 litros de agua.*

Considerando que los 1000 litros de agua *pesen* 1000 kilogramos la energía potencial será:

$$E_P = 1000 \times 10 = 10\,000 \text{ Kgmt.}$$

Hagamos el cálculo empleando unidades del sistema C. G. S. (supondremos que $g = 980$ cm/seg^2). La masa es igual a un millón de gramos, la altura h es de 1000 centímetros, luego:

$$E_P = 1\,000\,000 \times 1000 \times 980 = 98 \times 10^{10} \text{ ergios.}$$

En julios:

$$E_P = 98 \times 10^3 \text{ julios.}$$

Para reducir a kilográmetros dividiremos por 9,8 y obtendremos el resultado que ya habíamos hallado.

8. *Hallar la energía cinética de una bala de 200 gramos cuya velocidad es igual a 300 m/seg.*

La velocidad anterior es de 30 000 cm/seg, luego:

$$E_C = {}^1/_2\; 200\,(30\,000)^2 = 9 \times 10^{10} \text{ erg} = 9 \times 10^3 \text{ julios} = 918 \text{ kilográmetros.}$$

9. *Un auto de 980 kilogramos de peso, animado con la velocidad de 72 Km/hora, sube una pendiente sin que actúe el motor. Se reduce la velocidad en cierto trayecto a 36 Km/hora. Hallar el trabajo que ha realizado en contra de la fuerza de gravedad y de las resistencias pasivas (roce y resistencia del aire).*

Aplicaremos el teorema que dice que el trabajo es igual a la disminución de la energía cinética. Las velocidades consideradas son iguales a 20 y 10 m/seg. Calculemos en el sistema técnico. La masa del auto es:

$$m = \frac{980}{9{,}8} = 100.$$

Luego:

$$T = {}^1/_2\ 100\ (20^2 - 10^2) = 15\,000 \text{ kilográmetros.}$$

10. *¿Cuál es la parte de la potencia de un motor de automóvil de 980 kilogramos de peso, empleada para hacer pasar al vehículo de la velocidad de 10 a la velocidad de 20 m/seg en 20 seg?*
De acuerdo al problema anterior la potencia será:

$$W = \frac{15\,000}{20} = 750 \frac{\text{Kgmt}}{\text{seg}} = 10 \text{ H.P.}$$

11. *Hallar la ley de equilibrio del torno diferencial aplicando el principio de los trabajos virtuales.* Al dar vuelta la manivela (fig. 147), la cuerda se enrolla en un cilindro y se desenrolla en el otro. Sea r_1 el radio del cilindro más grueso y r_2 el radio del otro. Al dar una vuelta con la manivela la cuerda se arrolla en una longitud igual a $2\,\pi r_1$ en el cilindro grueso, desarrollándose en $2\,\pi r_2$ en el otro cilindro. Como la carga o resistencia Q pende de una polea móvil, lo que se eleva dicha carga al dar una vuelta la manivela, será:

$$\frac{2\,\pi r_1 - 2\,\pi r_2}{2} = \pi\,(r_1 - r_2).$$

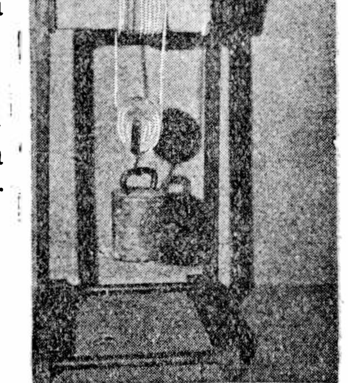


Fig. 147. — Torno diferencial.

El trabajo virtual de la potencia P durante una vuelta de la manivela de radio R es: $P \times 2\,\pi R$. El trabajo virtual correspondiente de la resistencia es: $Q\,\pi\,(r_1 - r_2)$. Luego:

$$P \times 2\,\pi R = Q\,\pi\,(r_1 - r_2)$$

o sea:

$$\frac{P}{Q} = \frac{r_1 - r_2}{2R}.$$

CAPÍTULO VIII

PÉNDULO. MOVIMIENTO CIRCULAR

MOVIMIENTO OSCILATORIO

105. Péndulo; definiciones. — Un cuerpo rígido sometido a la acción de su peso y que pueda girar libremente alrededor de un eje horizontal, constituye un péndulo.

Sea el cuerpo de la figura 148; el eje de giro supondremos que pasa por O, siendo G el centro de gravedad del cuerpo. En G está aplicada la fuerza del peso igual a Mg, si llamamos M a la masa del cuerpo y g a la aceleración de la gravedad. La posición de equilibrio del cuerpo es aquélla en que el *centro de gravedad está sobre la vertical OV* que pasa por el eje de suspensión. Si se aparta al cuerpo de la posición de equilibrio tiende a volver a ella. Si el roce en el eje es pequeño, así como la resistencia del aire, se observa que el péndulo abandonado a sí mismo adquiere un movimiento de vaivén.

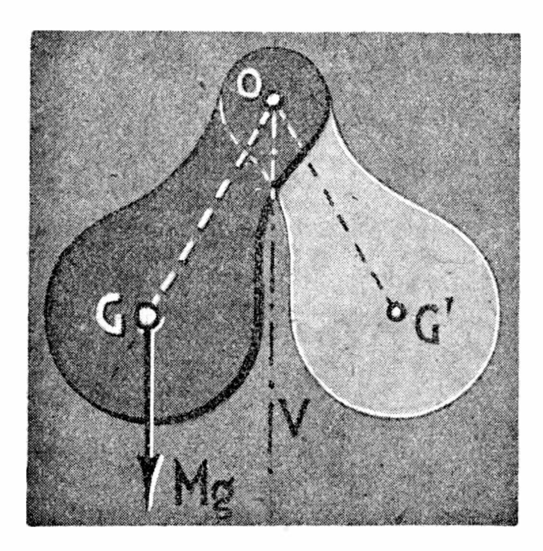


Fig. 148. — Péndulo.

Se llama amplitud del movimiento pendular al valor máximo que adquiere el ángulo GOV. Es pues el ángulo formado por la vertical y la posición extrema del péndulo.

Tiempo de oscilación o período es el tiempo empleado por el péndulo entre la partida de una posición extrema y su retorno a la misma. En el caso de la figura sería el tiempo empleado por el punto G en ir a G' más el tiempo que tarda en volver de G' a G suponiendo que el ángulo GOV sea la amplitud.

106. Péndulo simple. — Se facilita el estudio del péndulo si se considera que se trata de una pequeña esfera pesada, suspendida por medio de un hilo (fig. 149). Si el peso del hilo es despreciable en comparación con el peso de la esferita, y el radio de ésta muy

pequeño comparado con la longitud del hilo, se tiene de este modo un péndulo simple. Claro está que debe considerarse al hilo como inextensible: una goma no serviría para la realización de un péndulo de esta clase.

Si queremos ser rigurosos, definiríamos al péndulo simple, ideal o matemático diciendo que se trata de *un punto material pesado, suspendido de un hilo inextensible y sin masa.*

Longitud del péndulo es la longitud del hilo; en la práctica se toma como longitud la distancia entre el punto de suspensión y el centro de la pequeña esfera pendular.

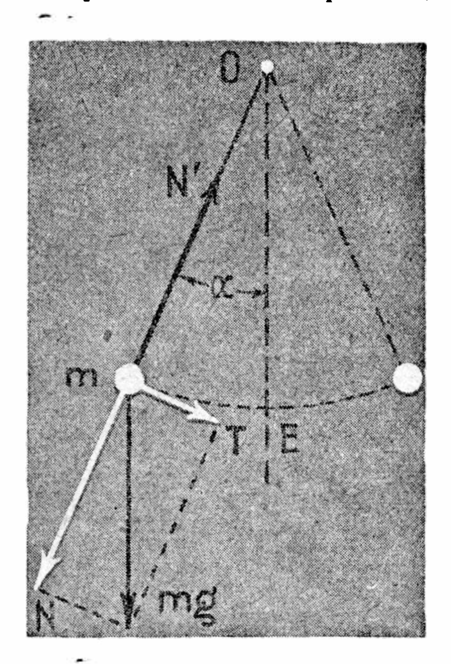


Fig. 149. — Péndulo simple.

Descompongamos la fuerza mg del peso de la esferita de masa m en otras dos fuerzas: la N, en la dirección del hilo y la T perpendicular a la misma dirección. El efecto de la fuerza mg será igual al efecto que producen las fuerzas N y T. La fuerza N se anula por la reacción N' del hilo, y queda por lo tanto únicamente la fuerza T. Esta fuerza T es en todo momento tangente al arco de circunferencia con centro en el punto de suspensión, y es la que produce el movimiento de caída de la masa pendular a lo largo del arco. Esta fuerza T *no es constante.* Va disminuyendo hasta anularse en la posición E. A partir de allí el péndulo continúa su movimiento por inercia, pero la fuerza tangencial se opone ahora al movimiento.

107. **Juego de la energía.** — En el movimiento pendular se transforma continuamente energía potencial en cinética y cinética en potencial. Cuando el péndulo alcanza su posición extrema llega al punto más alto de su recorrido. Allí su velocidad es nula y toda su energía es potencial. Al pasar por la posición de equilibrio ocupa el nivel más bajo posible. Midiendo la energía potencial, con respecto a ese nivel, se tendrá que en la posición de equilibrio la energía potencial es nula. En esa posición adquiere la energía cinética máxima. Comienza el ascenso y tiene lugar la transformación inversa y así indefinidamente. En el vacío y sin rozamiento en el punto de suspensión, un péndulo oscilaría eternamente.

Se entiende así porqué el péndulo alcanza sensiblemente la misma altura a ambos lados de la posición de equilibrio cuando la resistencia no es muy grande.

108. **Leyes del péndulo.** — Fué GALILEO el primero en establecer las siguientes leyes:

Ley del isocronismo. — *En un mismo péndulo el tiempo de oscilación no depende de la amplitud.* Si se mide con un cronómetro el tiempo de una oscilación cuando la amplitud es pequeña, 5° ó 6°, y luego cuando la amplitud es mayor, 20° ó 30°, se observa que se obtiene muy aproximadamente el mismo resultado (fig. 150). Conviene medir el tiempo de 10 ó 20 oscilaciones para que el error sea menor.

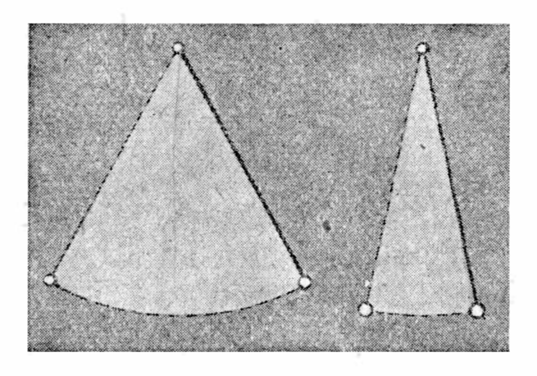


Fig. 150. — Ley del isocronismo.

En realidad se observa, si se mide cuidadosamente, que cuando la amplitud es grande, el tiempo de oscilación es algo mayor. Por eso la ley es válida únicamente para amplitudes que no excedan de 5° ó 6°. O sea el tiempo de oscilación para una amplitud de 1° es igual al tiempo de oscilación para una amplitud de 2°.

Ley de las masas. — Dos péndulos de igual longitud, uno de hierro y otro de madera, tardan en oscilar el mismo tiempo. Igual cosa ocurre con cualquier otra substancia. Luego:

El tiempo de oscilación no depende de la masa pendular.

Esta ley es una *consecuencia de la* primera *ley de la caída de los cuerpos en el vacío.*

Ley de las longitudes. — Se observa que a medida que aumenta la longitud del péndulo el tiempo de oscilación se hace mayor.

He aquí el resultado de algunas medidas (fig. 151):

Longitud del péndulo	Tiempo de 10 oscilaciones	$\frac{l}{T^2}$
25 cm	10,0 seg	25,00
50 „	14,1 „	25,15
75 „	17,3 „	25,06
100 „	20,0 „	25,00

Al hacerse la longitud 4 veces mayor el tiempo se duplica, luego: el tiempo de oscilación es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud.

Esto significa que el cuadrado del tiempo será proporcional a la longitud, y en consecuencia, el cociente entre la longitud y el cuadrado del tiempo debe ser constante. Es lo que se aprecia en la última columna del cuadro de la página anterior.

Las diferencias son inferiores al 1 %. Pueden ser atribuídas a errores en la medida del tiempo inferiores a un décimo de segundo. Si, en la segunda medida, hubiéramos tomado para 10 oscilaciones 14,2 en lugar de 14,1, habríamos obtenido:

$$50/1{,}42^2 = 24{,}80.$$

109. Fórmula del péndulo. — Se puede demostrar que el tiempo de oscilación de un péndulo simple, cuando la amplitud es pequeña, está dado por la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Como en esta fórmula no interviene ni la amplitud ni la masa, ello nos dice que el tiempo de oscilación no depende ni de la una ni de la otra; se ve también que el tiempo es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud y que depende del valor de la aceleración de la gravedad en el lugar de observación.

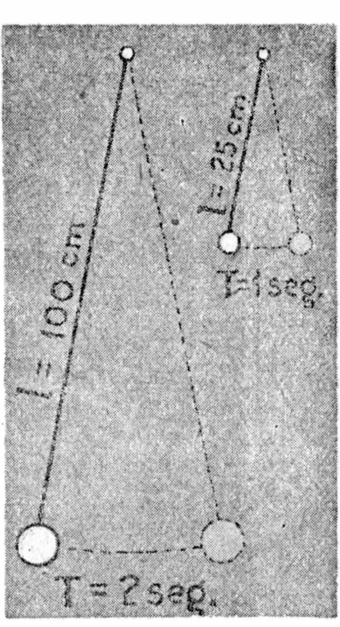


Fig. 151. — Ley de las longitudes.

110. Determinación de *g* con el péndulo. — Midiendo la longitud l y el período T puede hallarse la aceleración g de la gravedad. Elevando al cuadrado la fórmula anterior se tiene:

$$T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g}; \quad \text{de aquí:} \quad g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

Disponiendo de un cronómetro que aprecie el décimo de segundo, para una longitud del orden de un metro, apreciada al milímetro, deberá tomarse el tiempo de unas 100 oscilaciones, pudiéndose así hallar g con un error inferior al dos o tres por mil.

111. Aplicaciones. Aplicación a los relojes. — Empleando un péndulo igual tiempo en efectuar cada una de sus oscilaciones, aun cuando varíe algo la amplitud, en virtud de la ley del isocronismo, puede utilizársele en la medida del tiempo. El problema que debe resolverse es suministrar al péndulo en forma continua la energía que va perdiendo debido al roce y a la resistencia del aire. Esto se logra por medio del llamado escape de áncora (fig. 152). En cada oscilación el péndulo deja pasar un diente del escape cuyo eje está unido a un muelle de acero o bien a un cilindro en el que se arrolla una cuerda, del extremo de la cual pende un peso. Si el reloj atrasa, el péndulo debe acortarse, y alargarse si adelanta. Para evitar una marcha irregular, debido a las dilataciones térmicas originadas al variar la temperatura, se construye la varilla del péndulo de una aleación especial llamada *invar* que se dilata en forma inapreciable.

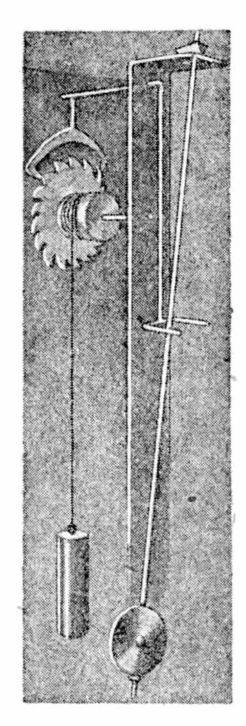


Fig. 152. — Péndulo de reloj.

Comprobación de la rotación terrestre. — El plano de oscilación de un péndulo permanece invariable aun haciendo girar el soporte que lo sostiene (fig. 153 *a*).

Un péndulo que se hiciera oscilar en un polo terrestre (fig. 153 *b*) mantendría también invariable su plano de oscilación con respecto a las estrellas, pero no con respecto al soporte fijo en la Tierra. Dicho soporte da una vuelta

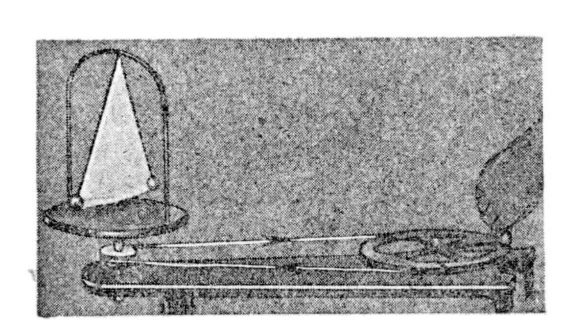


Fig. 153 *a*. — Invariabilidad del plano de oscilación.

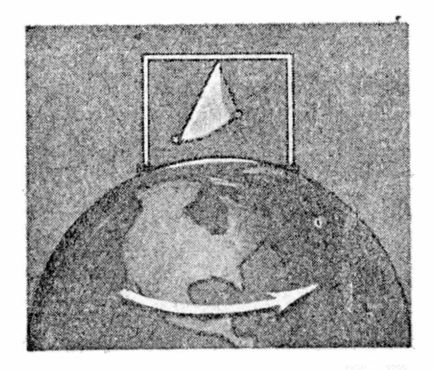


Fig. 153 *b*. — Péndulo de Foucault.

completa con respecto al plano del péndulo en 24 horas. Al observador fijo a la Tierra le parece que es el plano del péndulo el que gira. En el Ecuador esta rotación aparente es nula. FOUCAULT, en

1851, comprobó la rotación terrestre con un enorme péndulo suspendido de la cúpula del *Panteón* de París. A la latitud de París una vuelta completa del plano de oscilación se efectúa en unas 32 horas.

PROBLEMAS

1. *La longitud de un péndulo es 100 cm. Tarda 3m20s 4/5 en efectuar 100 oscilaciones. Hallar g.*

   El tiempo en segundos es igual a 200 seg y 8 décimos, o sea para una oscilación:

$$T = 2{,}008 \text{ seg.}$$

   Aplicando la fórmula resulta:

$$g = 979{,}1 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

2. *Si el tiempo medido hubiera sido 1/5 seg mayor, ¿qué valor se obtendría para* g?

$$g = 977{,}1 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

3. *Un reloj de péndulo marcha perfectamente bien en la latitud de 45° donde* g *vale*:

$$g = 980{,}665 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

Transportado a otro lugar de la Tierra se observa que atrasa un minuto por día. ¿Cuánto valdrá g *en este lugar?*

Si el péndulo efectuara una oscilación por seg efectuaría a los 45° de latitud 86 400 oscilaciones en un día. En el nuevo lugar efectúa por día sólo 86 340 oscilaciones. Llamando g' a la aceleración de la gravedad en este lugar se tendrá:

$$\frac{g'}{g} = \frac{T^2}{T'^2} = \frac{86\,340^2}{86\,400^2}$$

de donde:

$$g' = 979{,}303 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

MOVIMIENTO CIRCULAR

112. Velocidad angular y tangencial. — Sea una rueda o disco que gira alrededor de un eje O (fig. 154 a) de modo que un radio cualquiera describa ángulos iguales en intervalos también iguales de tiempo. Cada punto de la rueda recorrerá una circunferencia de centro en O con movimiento uniforme.

A este movimiento se le llama *circular uniforme.*

Se llama período T al tiempo empleado por un punto cualquiera

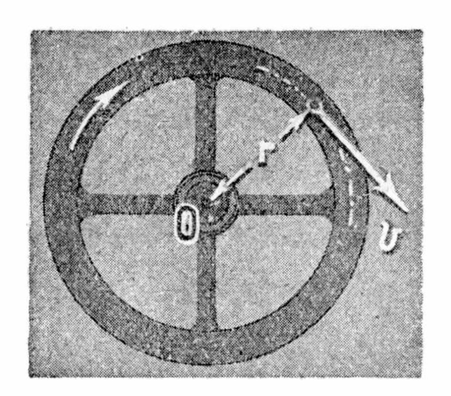



Fig. 154 *a.* — Movimiento circular.

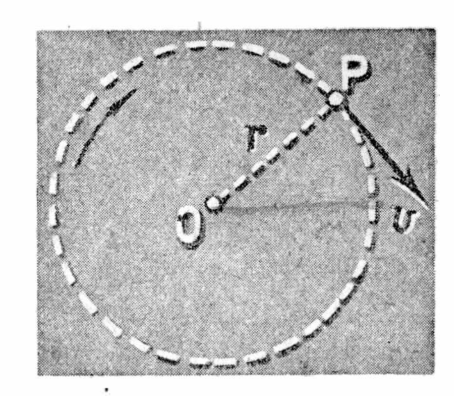


Fig. 154 *b.* — Velocidad tangencial.

en recorrer una circunferencia completa. Es el tiempo que tarda la rueda en dar una vuelta.

Velocidad angular. — *Es el cociente entre el ángulo recorrido por un radio cualquiera y el tiempo empleado en recorrerlo.* Si la rueda tarda 4 seg en dar una vuelta la velocidad angular será de noventa grados por segundo. Claro está, que todos los puntos de la rueda tienen, en cualquier momento, igual velocidad angular. Es más ventajoso medir los ángulos en radianes (19). En el ejemplo anterior la velocidad sería de $\pi/2$ radianes por segundo. En el tiempo de un período el ángulo recorrido es igual a 360°, o sea 2π radianes. La velocidad angular ω será entonces:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad [1]$$

Consideremos un punto cualquiera P de la rueda situado a la distancia r del eje (fig. 154 *b*). Como en el tiempo T recorre el camino $2\pi r$ su velocidad lineal será:

$$v = \frac{2\pi r}{T}. \quad [2]$$

Esta velocidad tiene en todo momento la dirección de la tangente a la circunferencia que recorre el punto, por lo cual se la llama *velocidad tangencial* (figs. 154 *a* y *b*).

Reemplazando en la expresión de v, al valor $2\pi/T$ por su igual la velocidad angular, resulta:

$$v = \omega r. \quad [3]$$

La velocidad tangencial es igual a la velocidad angular por el radio.

113. **Aceleración centrípeta.** — Supongamos que un punto material P recorre la circunferencia de radio r y centro O con movimiento uniforme, o sea con velocidad tangencial constante.

¿Habrá aceleración? Hemos visto que la aceleración es el cociente entre la variación de la velocidad y el tiempo en que se produjo dicha variación. Parecería entonces, que la aceleración debiera ser nula ya que la velocidad *parece* que no varía. Pero, *¿la velocidad no varía?* La velocidad se mantiene constante en magnitud pero *varía continuamente en dirección.* Debe tenerse presente que *la velocidad es una magnitud vectorial.*

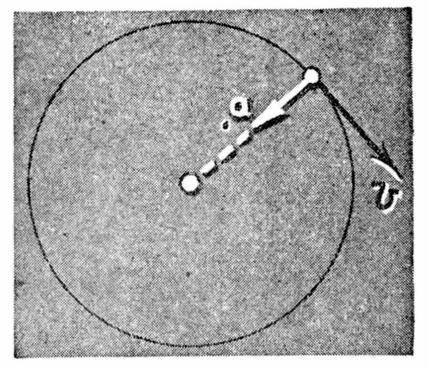


Fig. 155. — Aceleración centrípeta.

Si la velocidad varía en dirección es porque existe una aceleración. Esta aceleración, llamada *aceleración centrípeta, es un vector que tiene la dirección del radio y dirigido siempre hacia el centro* (fig. 155). Se puede demostrar que la aceleración centrípeta a tiene el valor:

$$a = \frac{v^2}{r},$$

o bien, reemplazando v por su igual ωr:

$$a = \omega^2 r.$$

La aceleración centrípeta, igual al cuadrado de la velocidad angular por el radio, es constantemente normal a la velocidad tangencial (fig. 155).

114. Fuerza centrípeta. — Hagamos dar vuelta a una bolita en el interior de una copa (fig. 156). En la figura 157 se supone la copa vista desde arriba. Sea A una posición de la esferita móvil. El vector blanco que parte de A representa su velocidad en ese momento. Si no existiera la pared de vidrio, la esferita, por inercia, seguiría una línea recta y al cabo de cierto tiempo se encontraría en B. Por la acción de la pared se encuentra, sin embargo, en C. Luego *la pared ejerce sobre la esfera* una fuerza F dirigida constantemente hacia el centro de la circunferencia que ésta recorre. Esta fuerza es la *fuerza centrípeta*. Su valor será igual a la masa m del cuerpo por la aceleración centrípeta, de acuerdo al principio de masa. Llamando F a la fuerza se tendrá:

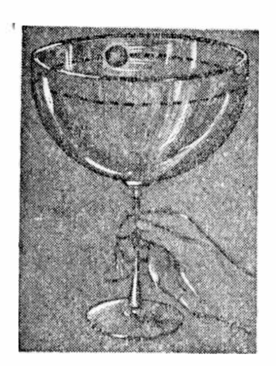


Fig. 156.

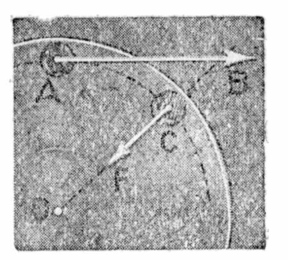


Fig. 157. — Fuerza centrípeta.

$$F = m\,\omega^2\,r.$$

Si se hace girar una piedra atada a un hilo, ejercemos con la mano (fig. 158) sobre la piedra una fuerza F dirigida hacia el centro. La fuerza centrípeta es la que obliga al cuerpo a desviarse de la línea recta.

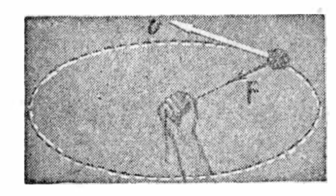


Fig. 158.

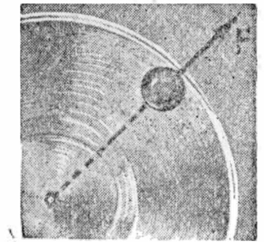


Fig. 159. — Fuerza centrífuga.

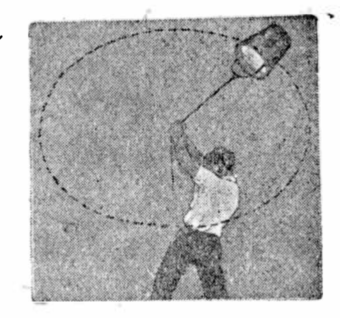
115. Fuerza centrífuga. — Si la pared de vidrio del ejemplo del párrafo anterior ejerce sobre la esfera móvil cierta fuerza, en virtud del principio de acción y reacción, la *esfera ejercerá contra la pared una fuerza igual y opuesta.* Ésta es la fuerza centrífuga, cuya dirección es la del radio (fig. 159), siendo su sentido opuesto al de la fuerza centrípeta. El valor de la fuerza centrífuga es también:

$$F = m\,\omega^2\,r,$$

o en función de la velocidad tangencial:

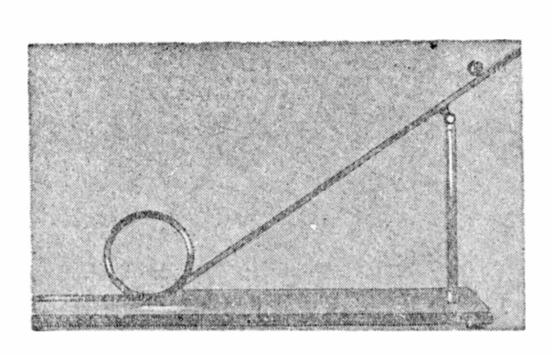
$$F = \frac{m v^2}{r}.$$

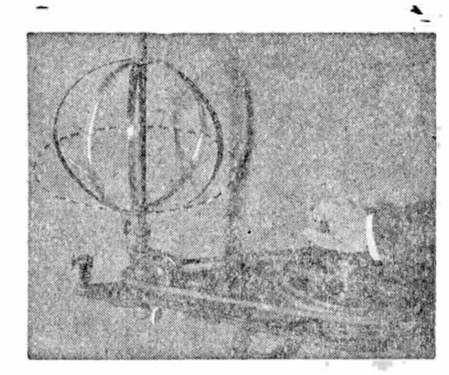
Si en un momento dado deja de actuar la fuerza centrípeta (se suelta el hilo) desaparece también la fuerza centrífuga. El cuerpo continúa moviéndose en línea recta siguiendo la dirección de la tangente.


Fig. 160.

116. Ejemplos y experimentos. — Si un vehículo marcha a gran velocidad, en un viraje cerrado se expone a volcar por efecto de la fuerza centrífuga. En las curvas, los caminos se construyen con una elevación mayor en la parte exterior, para que la resultante R entre el peso P y la fuerza centrífuga F sea normal al pavimento. (Véase problema 2).

Puede hacerse dar una vuelta completa a un balde lleno de agua sin que se derrame una gota (fig. 160), y una esferita que se deja caer por un riel inclinado (fig. 161) recorre una circunferencia vertical sin caerse. Con la máquina centrifugadora (fig. 162), pueden efectuarse interesantes experimentos y comprobarse

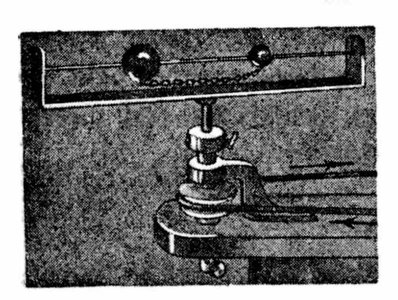

Fig. 161. — "Looping the loop".


Fig. 162. — Máquina centrifugadora.

las leyes de la fuerza centrífuga. Los aros metálicos flexibles y circulares adoptan la forma de elipses, explicándose así el achatamiento de la Tierra que se supone, con fundamento, originado por su rotación. Las masas m_1 y m_2 ligadas con una cadenilla (fig. 163) permanecerán en su posición, aunque se gire rápidamente la máquina, si se cumple:

$$m_1 r_1 = m_2 r_2,$$

siendo r_1 y r_2 las distancias respectivas de las masas al eje de giro. El equilibrio relativo se explica porque siendo la velocidad angular común, las fuerzas centrífugas son entonces iguales. Si no se cumple la relación anterior la masa para la cual la fuerza centrífuga es mayor arrastrará a la otra.



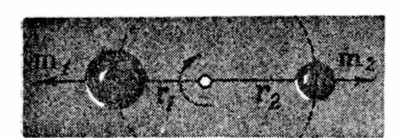


Fig. 163.

*** 117. Cálculo de la aceleración centrípeta.** — El punto móvil que recorre la circunferencia de radio r, tiene la velocidad V_1 al pasar por el punto 1 (fig. 164). Inmediatamente después, al pasar por 2 su velocidad es V_2. Los vectores V_1 y V_2 son de igual longitud, pues consideramos que se trata de un movimiento circular uniforme. Para saber en cuánto varió la velocidad al pasar el móvil de la posición 1 a la 2, tracemos por 2 un vector igual y paralelo a V_1. Es el vector V'_1. Unamos el extremo de V'_1 con el extremo de V_2 y completemos el paralelogramo del cual la diagonal es V_2. *El vector* h *es la velocidad que hubo que agregarle a* V'_1 *para obtener* V_2. Luego h representa la variación que experimentó la velocidad al pasar el móvil de 1 a 2. Si en ese pasaje se empleó el tiempo t, la aceleración sería:

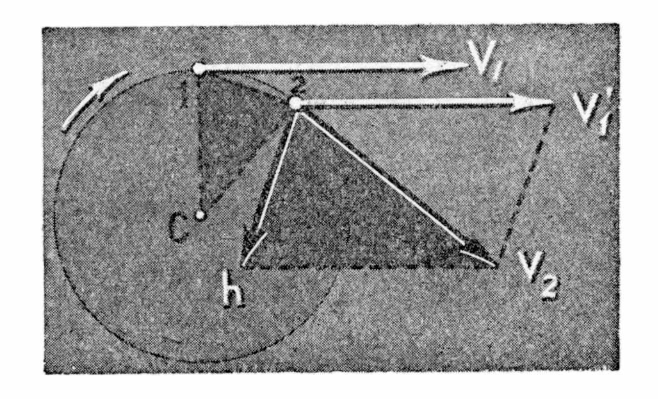


Fig. 164.

$$a = \frac{h}{t}.$$

Se ve en la figura la semejanza de los dos triángulos sombreados. Si a la longitud del vector V_2 la llamamos v (valor de la velocidad tangencial), siendo la cuerda 1-2 igual a e, tenemos:

$$\frac{h}{v} = \frac{e}{r}; \qquad h = \frac{ev}{r}.$$

Llevando este valor a la expresión de a:

$$a = \frac{ev}{tr}.$$

El cociente de la cuerda e por el tiempo, es *en el límite, al tender el tiempo a cero,* igual a la velocidad v, ya que entonces la cuerda se confundirá con el arco. Tenemos así:

$$a = \frac{v^2}{r}.$$

Cuando el punto 2 tiende hacia el punto 1, en el límite, el ángulo en C del triángulo *1-C-2* valdrá cero, y los ángulos en la base 1-2 del triángulo isósceles valdrán cada uno 90°. Entonces el vector h será normal al vector V_2, y el vector aceleración, límite del cociente de h por t, cuando t tiende a cero, será normal a la tangente y dirigido, por lo tanto, hacia el centro de la circunferencia.

PROBLEMAS

1. *A una esfera de 100 gramos atada al extremo de un hilo de 1 metro, se le hace dar 10 vueltas por segundo. Hallar la fuerza centrífuga, o lo que es lo mismo la tensión del hilo.*

$$F = m\omega^2 r; \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}1} = 20\pi \left[\frac{\text{radián}}{\text{seg}}\right].$$

Siendo $r = 100$ cm resulta:

$$F = 39\,478\,400 \text{ dinas} \simeq 40 \text{ Kgr-peso}.$$

2. *Una parte de la pista de un velódromo tiene un radio de 90 metros y una inclinación de 45°. ¿A qué velocidad debe pasarse la curva para que la resultante entre la fuerza centrífuga y el peso sea normal a la calzada?* (fig. 165).

El peso mg deberá ser igual a la fuerza centrífuga, luego:

$$mg = \frac{mv^2}{R}; \qquad v = \sqrt{Rg}.$$

Resulta aproximadamente:

$$v = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}} = 108 \frac{\text{Km}}{\text{hora}}.$$

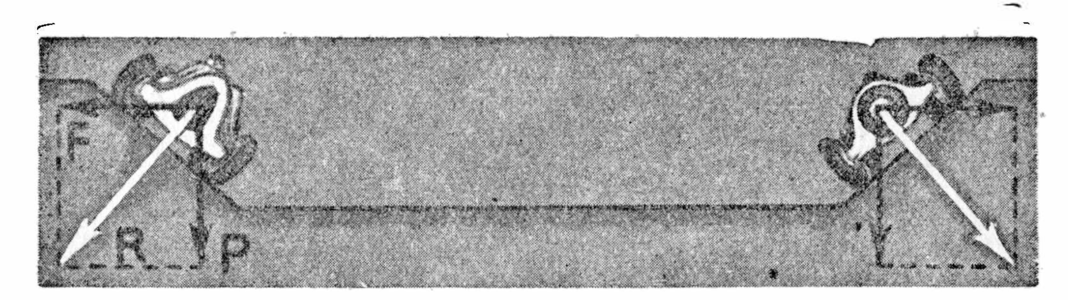


Fig. 165. — Velódromo.

3. *Siendo el radio ecuatorial igual a 6 380 kilómetros y empleando la Tierra en una rotación 23h56m4s, hallar la fuerza centrífuga que se ejerce sobre una masa de 1000 gramos situada en el Ecuador.*

Aplicando la fórmula resulta:

$$F = 3392 \text{ dinas} = 3{,}46 \text{ gramos-peso.}$$

Luego una masa de un kilogramo experimenta en el Ecuador una pérdida de peso de casi 3 gramos y medio debido a la fuerza centrífuga.

4. *Hallar la aceleración centrípeta de la Luna, considerando que su órbita alrededor de la Tierra es circular; el radio de dicha órbita igual a 384 400 Km y la velocidad tangencial de la Luna igual a 1023 m/seg.*

Aplicando la fórmula resulta:

$$a = \frac{V^2}{R} = 0{,}002\,722 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}.$$

En cuanto al valor de la velocidad tangencial se le calcula fácilmente conociendo el tiempo de revolución de la Luna alrededor de la Tierra, que es 27d7h43m. Verifique el alumno si está bien el valor de la velocidad que hemos dado en el enunciado del problema.

* ROTACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

*** 118. Aceleración tangencial y aceleración angular.** — Supongamos que arrollamos una cuerda alrededor de un cilindro cuyo eje coincide con el eje de rotación de un cuerpo rígido. Si tiramos de la cuerda (fig. 166) con una fuerza constante, la velocidad angular del cuerpo irá aumentando. Se *llama aceleración angular al cociente entre la variación de la velocidad angular y el intervalo de tiempo en que se produjo dicha variación.* Si en el tiempo t la velocidad angular ha aumentado en ω la aceleración angular γ será por definición:

$$\gamma = \frac{\omega}{t}.$$

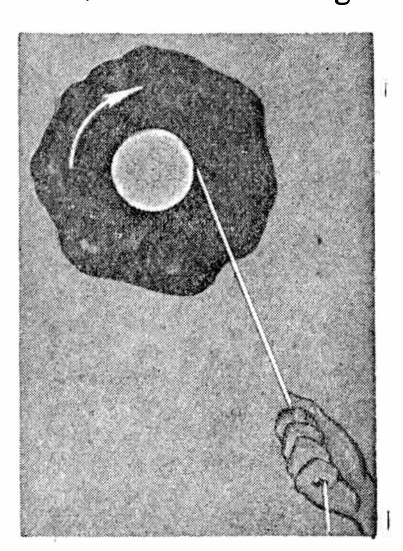


Fig. 166.

Un punto cualquiera del cuerpo recorrerá una circunferencia y su velocidad tangencial variará no sólo en dirección sino también en valor absoluto. *Aceleración tangencial es el cociente entre la variación del valor de la velocidad tangencial (módulo) y el tiempo en que se produjo dicha variación.* Si la velocidad tangencial en el tiempo t varía en v, la aceleración tangencial q será:

$$q = \frac{v}{t}.$$

Si el punto se encuentra a la distancia r del eje de giro, la variación v de la velocidad tangencial será igual a la variación ω de la velocidad angular por el radio r, de donde:

$$q = \gamma\, r.$$

La aceleración tangencial es igual a la aceleración angular por el radio de giro.

*** 119. Momento de inercia y aceleración angular.** — Si el radio del cilindro en que se arrolla la cuerda es R, el momento de la fuerza F será: FR (fig. 167).

Consideremos descompuesto al cuerpo en partes muy pequeñas de masas m_1, m_2, m_3, etc., situadas a las distancias r_1, r_2, r_3, etc.,

del eje de giro. Admitamos que en un momento dado estas masas tengan las aceleraciones tangenciales q_1, q_2, q_3, etc. De acuerdo al principio de D'ALEMBERT (95) el sistema estaría en equilibrio si aplicáramos a cada masa las fuerzas m_1q_1, $m_2q_2\ldots$ en sentido opuesto al de las aceleraciones. Entonces deberá ser el momento de la fuerza F igual en valor absoluto a la suma de los momentos de esas fuerzas ficticias:

$$FR = m_1q_1r_1 + m_2q_2r_2 + m_3q_3r_3 + \ldots$$

Siendo γ la aceleración angular se tiene:

$$q_1 = \gamma r_1; \quad q_2 = \gamma r_2; \quad q_3 = \gamma r_3 \ldots$$

de donde obtenemos, luego de sacar a γ de factor común:

$$FR = \gamma\ (m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots).$$

La suma entre paréntesis depende de las masas y de cómo están ellas distribuídas alrededor del eje. Esa suma es una constante que depende de la forma del cuerpo y que se llama *momento de inercia* del mismo con respeto al eje. Empleando el signo de suma y llamando I al momento de inercia:

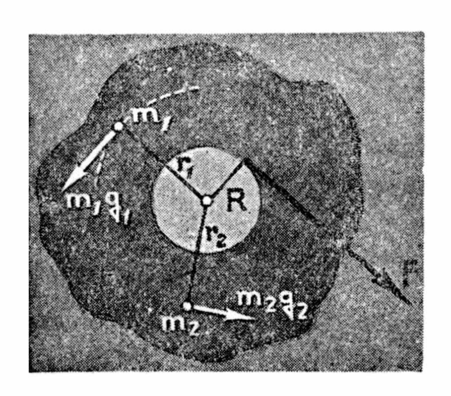


Fig. 167.

$$I = \Sigma\, mr^2.$$

El momento de inercia de un cuerpo con respecto a un eje es igual a la suma de los productos de las masas de sus partículas por los cuadrados de sus distancias al eje.

Llamando M al momento de la fuerza que hace girar al cuerpo tenemos:

$$M = I\gamma.$$

Esta fórmula es enteramente análoga a la que traduce el principio de masa:

$$F = ma.$$

En las rotaciones debe sustituirse *la fuerza* por *el momento*, *la masa* por *el momento de inercia*, *la aceleración* por *la aceleración angular*.

Se aprecia el papel desempeñado por el momento de inercia en las rotaciones por medio del aparato de la figura 168. Las pesas situadas sobre las varillas en cruz pueden acercarse o alejarse del

eje. Si la distancia de ellas al eje es pequeña el momento de inercia será también pequeño y el resorte que tira del hilo arrollado en el cilindro comunicará al sistema una aceleración angular grande. Estando las pesas en los extremos ocurre lo contrario.

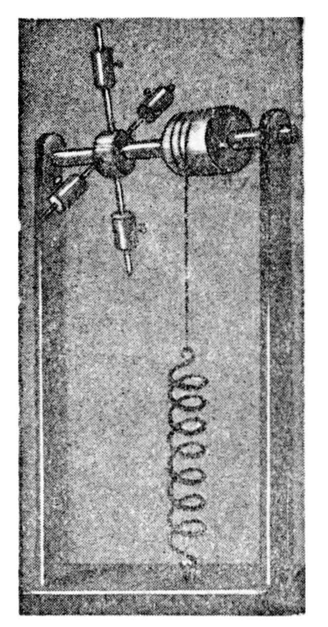


Fig. 168. — Momento de inercia.



Fig. 169. — "Yo - yo".

*** 120. Energía cinética de rotación. Volantes.** — En el aparato anterior, una vez que el sistema gira, se observa que al arrollarse el hilo en sentido contrario el resorte se estira. Un "yo-yo" (fig. 169) es capaz de elevarse debido a su energía cinética de rotación.

Supongamos que el cuerpo se encuentra inicialmente en reposo. Calculemos el trabajo que es necesario efectuar para comunicarle la velocidad angular ω. Si la fuerza F recorre el espacio e (fig. 170) el trabajo será:

$$T = Fe.$$

Este espacio será recorrido con movimiento uniformemente acelerado; si llamamos a a la aceleración:

$$e = {}^1/_2\, at^2.$$

Si el radio del cilindro es R, siendo γ la aceleración angular tendremos:

$$a = \gamma R.$$

De aquí:

$$T = {}^1/_2\, F R \gamma t^2.$$

Pero FR es el momento, igual a $I\gamma$, de donde:

$$T = {}^1/_2\, I \gamma^2 t^2.$$

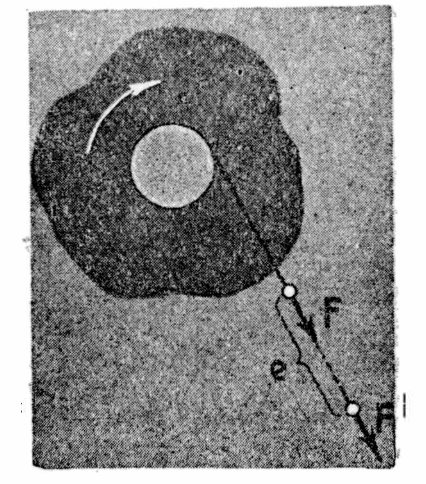


Fig. 170. — Energía cinética de rotación.

Como γt es igual a la velocidad angular ω adquirida, la energía cinética de rotación resulta:

$$Ec = {}^1/_2\, I \omega^2.$$

Puede verificarse que la energía cinética de rotación dada por la expresión anterior, es igual a la suma de las energías cinéticas de cada una de las partículas del cuerpo. (Véase problema 3).

Volantes. — Todas las máquinas, desde la simple del afilador hasta la imponente de los transatlánticos modernos, llevan en el eje una rueda llamada volante destinada a regularizar el movimiento. En el volante se acumula cierta cantidad de energía, por lo cual conviene que su momento de inercia sea grande. Esta energía es la que hace que la máquina pase los "puntos muertos" que son aquéllos en que biela y manivela tienen la misma dirección.

* 121. Impulso rotatorio. — Si el momento M actúa durante el tiempo t, y el cuerpo estaba inicialmente en reposo, adquirirá una velocidad angular ω, igual a γt, de modo que:

$$Mt = I\,\omega.$$

Al producto del momento de inercia del cuerpo por la velocidad angular se le llama impulso rotatorio. Si el sistema que gira está aislado del exterior el impulso rotatorio debe permanecer constante. Esto explica el porqué la velocidad angular con que gira una persona situada sobre una plataforma giratoria aumenta sensiblemente si encoge los brazos (fig. 171). El efecto es más sensible si tiene una pesa en cada mano. Al encoger los brazos disminuye el momento de inercia debiendo aumentar en consecuencia la velocidad angular.

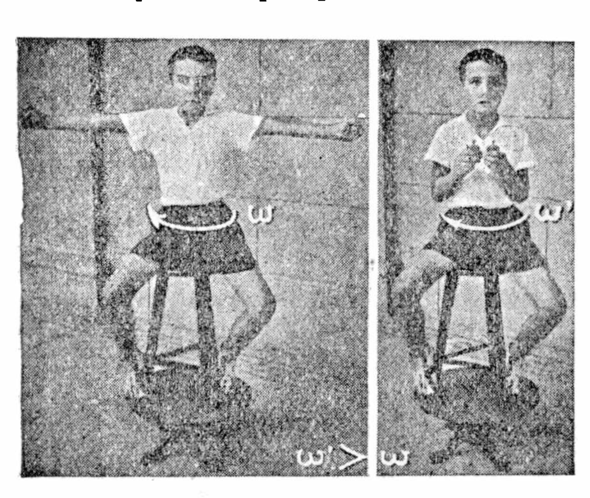


Fig. 171. — Impulso rotatorio.

La conservación del impulso rotatorio hace que estando sobre la plataforma anterior giremos en sentido contrario al sentido de giración que le imprimimos a un bastón o a una clava (fig. 172) por encima de nuestra cabeza. El salto mortal, simple y doble, se explica igualmente por el aumento oportuno de la velocidad angular del cuerpo, logrado merced a un encogimiento del mismo.

Los gatos aplican instintivamente el principio de la conservación del impulso rotatorio para caer de pie.

Si sentados sobre la plataforma giratoria tenemos con ambas manos, por el eje, una rueda de bicicleta en rotación, se observa que si estamos sin girar estando el eje de la rueda horizontal (fig. 173), comenzamos a girar apenas inclinamos a éste. Esto se explica porque el impulso rotatorio alrede-

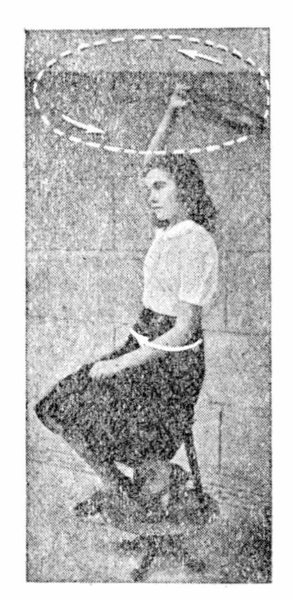


Fig. 172. — Conservación del impulso rotatorio.

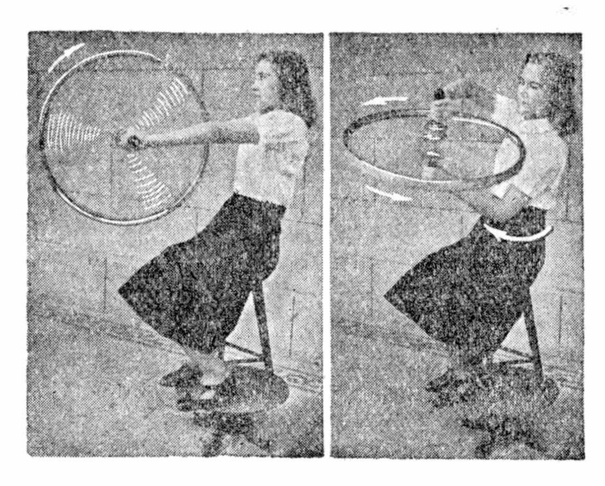


Fig. 173. — Impulso rotatorio.

dor del eje de la plataforma era inicialmente nulo. Debe seguir dicho impulso siendo nulo y por eso nuestro cuerpo adquirirá una rotación de sentido opuesto al de la rueda.

* 122. **Giróscopo.** — Un cuerpo simétrico que puede girar alrededor de un eje de simetría, que pasa por su centro de gravedad, es un giróscopo.

El trompo se mantiene sin caer mientras gira debido al movimiento de *precesión* que es el movimiento del eje de giro alrededor de un eje vertical que pasa por el apoyo (fig. 174).

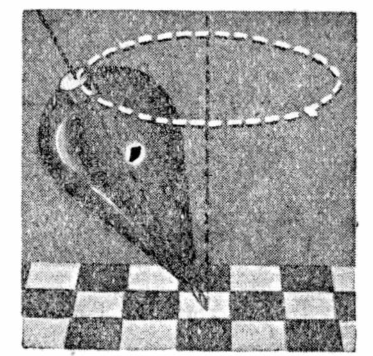


Fig. 174. — Movimiento de precesión.

Al movimiento de vaivén del eje de giro alrededor de una posición media, movimiento de cabeceo, se le llama *nutación*. La Tierra es un gran giróscopo que cumple su movimiento de precesión, una vuelta completa, en 26 000 años. En un giróscopo suspendido en forma apropiada (suspensión de Cardán) se constata que el eje de giro se

conserva paralelo a sí mismo, cualquiera sea la posición del soporte (fig. 175). Esta propiedad se utiliza en las brújulas giroscópicas. En el conocido juguete del *diábolo* (fig. 176) se aprovecha también esa propiedad.

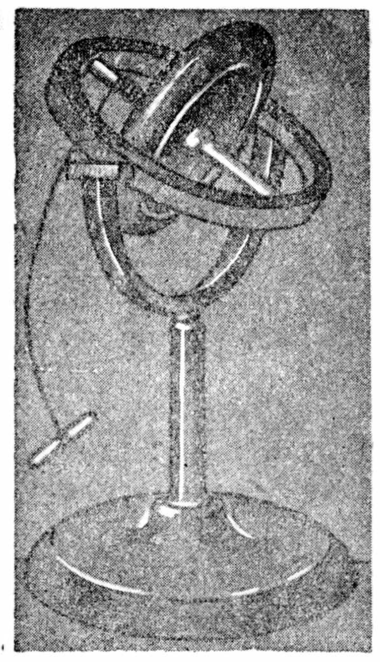


Fig. 175. — Giróscopo con suspensión cardánica. El eje del soporte es también eje de giro.

* 123. **Traslaciones y rotaciones.** — El cuadro que sigue es una especie de diccionario

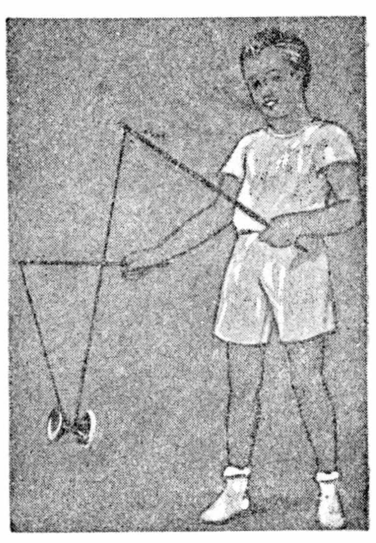


Fig. 176. — Diábolo.

donde se pueden comparar las magnitudes y fórmulas análogas de las traslaciones y las rotaciones.

Traslaciones	Rotaciones
Velocidad v	Velocidad angular ω
Fuerza F	Momento M
Masa m	Momento de inercia $I = \Sigma\, mr^2$
Aceleración a	Aceleración angular γ
$F = ma$	$M = I\,\gamma$
Energía cinética $= \frac{1}{2}\, mv^2$	Energía cinética $= \frac{1}{2}\, I\,\omega^2$
Impulso: $Ft = mv$	Impulso: $Mt = I\,\omega$
$mv = m'v'$	$I\,\omega = I'\,\omega'$

*** 124. Momento de inercia de algunos cuerpos regulares.** — De la definición de momento de inercia puede calcularse matemáticamente su valor para cuerpos de forma regular. Para un cilindro macizo homogéneo de masa M y radio R el momento de inercia con respecto al eje del mismo resulta:

$$I = \frac{1}{2} MR^2 \qquad \text{(cilindro)}$$

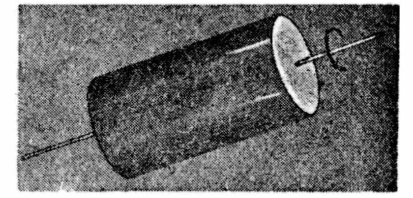


Fig. 177.

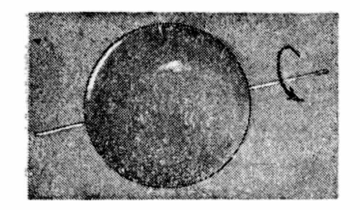


Fig. 178.

El momento de inercia de una esfera maciza y homogénea con respecto a un diámetro es:

$$\text{(esfera)} \qquad I = \frac{2}{5} MR^2.$$

*** Regla de Steiner.** — Si se conoce el momento de inercia Io de un cuerpo con respecto a un eje AB que pasa por su centro de gravedad (fig. 179), el momento de inercia I con respecto a un eje CD paralelo al primero y situado de él a la distancia d es:

$$I = Io + Md^2$$

siendo M la masa total del cuerpo.

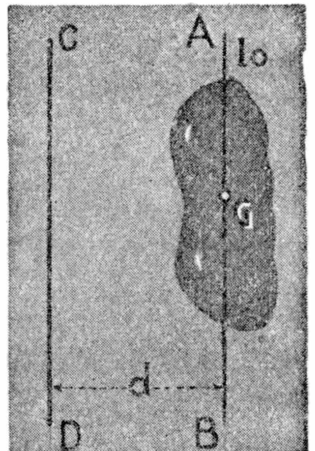


Fig. 179. — Regla de Steiner.

MOVIMIENTO OSCILATORIO

125. Movimiento oscilatorio. — Una varilla elástica (fig. 180) cumple un movimiento de vaivén que se llama oscilatorio. Un punto cualquiera de la varilla recorre un arco y se llama *amplitud* a la separación máxima del punto considerado de su posición media de equilibrio.

Período es el tiempo que tarda el punto en efectuar una oscilación completa.

Elongación es la distancia que en un momento dado media entre el punto y la posición central de equilibrio. La amplitud es igual a la elongación máxima.

Frecuencia n es el cociente entre el número N de oscilaciones efectuadas y el tiempo t en que se han efectuado.

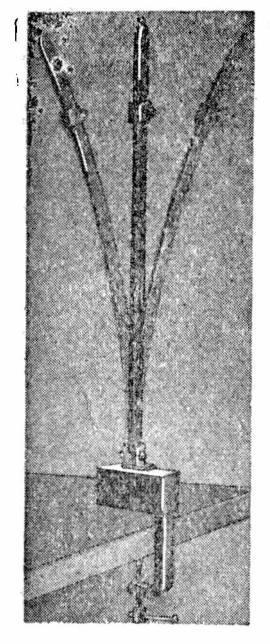


Fig. 180. — Movimiento oscilatorio.

EJEMPLO: Sea $N = 100$ y $t = 10$ seg:

$$n = N/t = 100/10 \text{ seg} = 10 \ [1/\text{seg}].$$

Se efectúan pues, 10 oscilaciones en un segundo. Considerando una sola oscilación ($N = 1$) el tiempo t es igual al período ($t = T$), por lo que:

$$n = \frac{1}{T}.$$ La frecuencia es la inversa del período.

126. **Movimiento vibratorio armónico.** — Es el movimiento oscilatorio más sencillo. Se le define como la proyección de un movimiento circular uniforme sobre uno de los diámetros. Si el punto P (fig. 181) recorre la circunferencia de centro O su proyección P' recorrerá el diámetro AB con un movimiento de vaivén. Llamemos x a la elongación OP'.

Consideremos el diámetro CD normal a AB. Si el punto P está situado sobre la circunferencia, en un punto tal que el ángulo COP sea igual a φ, la elongación x será en ese momento, (fig. 182):

$$x = R \text{ sen } \varphi; \qquad [1]$$

siendo R el radio de la circunferencia, igual a la amplitud del movimiento vibratorio armónico. La velocidad V de la proyección P' no es más que la proyección de la velocidad V_0 del movimiento circular (fig. 183):

$$V = V_0 \cos \varphi. \qquad [2]$$

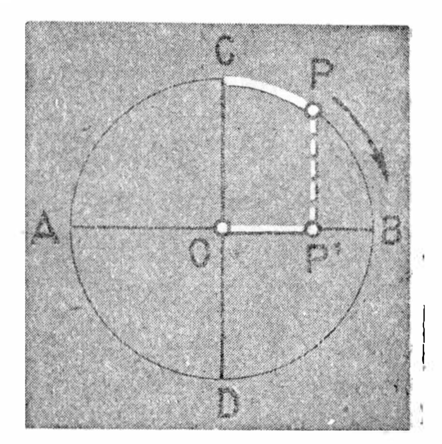


Fig. 181. — Movimiento vibratorio armónico.

La aceleración de P' es igualmente la proyección de la aceleración de P. Como el movimiento de P es circular uniforme, su aceleración es la aceleración centrípeta a_0 (fig. 184); luego la aceleración a de la proyección es:

$$a = -a_0 \text{ sen } \varphi. \qquad [3]$$

El signo menos significa que si x es positivo a es negativo; y si x es negativo a es positivo. La aceleración está, pues, dirigida constantemente hacia el centro O.

Se tiene además:

$$a_0 = \frac{V_0^2}{R}; \quad \text{y de la [1]:} \quad \text{sen } \varphi = \frac{x}{R}.$$

Resulta entonces para la aceleración a:

$$a = -\frac{V_0^2}{R^2} x.$$

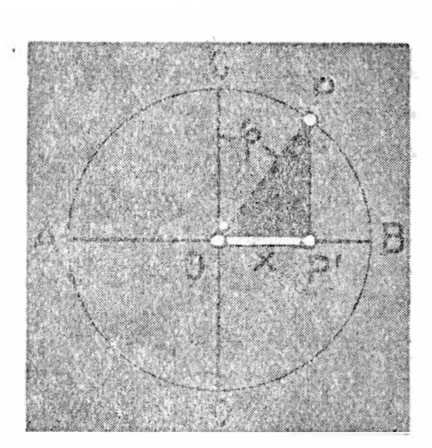


Fig. 182.

Siendo V_0 y R constantes resulta que *la aceleración es proporcional a la elongación.*

Siendo V_0 igual a $2 \pi R$ sobre el período T, podemos escribir:

$$a = -\frac{4 \pi^2}{T^2} x.$$

* **127. Condición para que se efectúe un movimiento vibratorio armónico.** — Debiendo ser la aceleración proporcional a la distancia x al centro, si el punto en movimiento tiene masa m, la

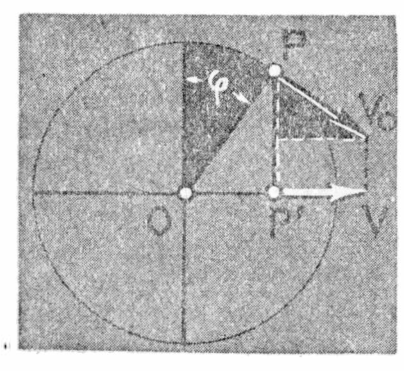


Fig. 183.

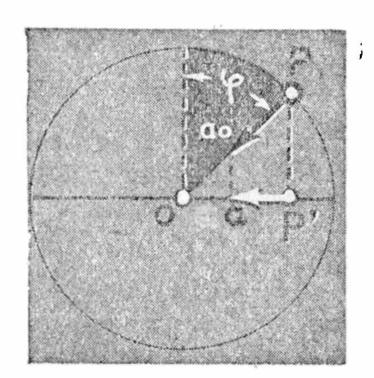


Fig. 184.

fuerza, igual masa por aceleración, tendrá que estar dirigida constantemente hacia el centro y ser proporcional a la elongación x:

$$F = -kx;$$

donde k es una constante positiva. En una lámina elástica se cumple, efectivamente, que la fuerza es proporcional al aparta-

miento. Por esta razón el movimiento de cada uno de sus puntos es vibratorio armónico.

Si la masa es m la fuerza será:

$$F = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x.$$

*** 128. Fórmula del péndulo simple.** — La fuerza F que solicita a la masa pendular cuando el hilo forma con la posición de equilibrio el ángulo α es mg sen α (fig. 185). Poniendo de manifiesto el signo, por estar esta fuerza dirigida siempre hacia C, escribiremos:

$$F = -mg \operatorname{sen} \alpha.$$

Pero siendo l la longitud del péndulo:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{x}{l}.$$

Si la amplitud es pequeña el segmento de cuerda x se confunde en todo momento con el arco. De la última fórmula establecida en el párrafo anterior y la que acabamos de establecer resulta:

$$-\frac{mgx}{l} = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x$$

y de aquí:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

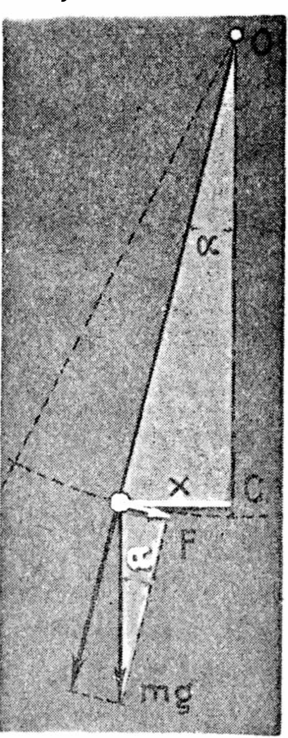


Fig. 185. — Fórmula del péndulo.

*** 129. Fórmula del péndulo compuesto.** — Sobre el péndulo compuesto (fig. 186) actúa la fuerza Mg cuyo momento con respecto a O es Mgd sen α, llamando d a la distancia OG del eje de giro al centro de gravedad G. Siendo I el momento de inercia del péndulo con respecto al eje de giro O se tendrá:

$$Mgd \operatorname{sen} \alpha = I \gamma,$$

siendo γ la aceleración angular (119).

Apliquemos esta fórmula a un péndulo simple de longitud l y masa m, tal que se mueva al unísono con el péndulo compuesto. El momento de inercia en el caso del péndulo simple es ml^2; luego:

$$mgl \text{ sen } \alpha = ml^2 \gamma.$$

Dividiendo estas dos expresiones miembro a miembro y despejando l se obtiene:

$$l = \frac{I}{Md}.$$

Esta longitud l es la llamada *longitud del péndulo simple sincrónico del compuesto,* llamado también péndulo físico. Llevando este valor a la fórmula del péndulo simple se obtiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}.$$

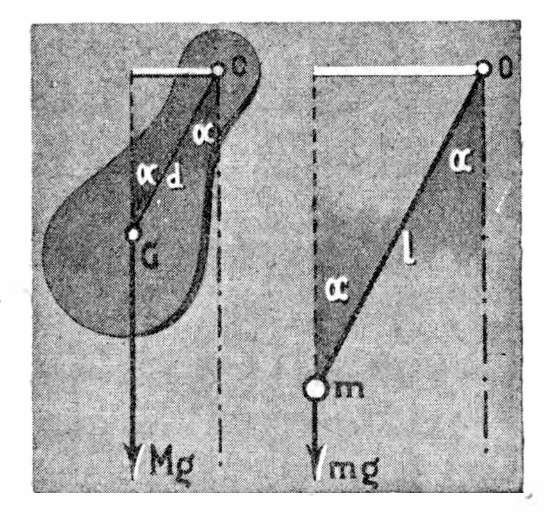


Fig. 186. — Péndulo compuesto.

Al producto Mgd, se le suele llamar, impropiamente, ya que es un momento, *fuerza directriz.*

Como el péndulo simple o ideal es irrealizable, en las determinaciones precisas de g debe aplicarse la fórmula del péndulo compuesto.

Se comprende también, cómo utilizando dicha fórmula, se podrá hallar experimentalmente el momento de inercia de cualquier cuerpo, con sólo hacerlo oscilar.

PROBLEMAS

*1. *Hallar el trabajo que se realiza en contra de la fuerza centrífuga al encoger los brazos en el experimento de la figura 171.*

Llamemos I al momento de inercia con respecto al eje de giro del sistema giratorio al tener los brazos extendidos. La velocidad angular es entonces igual a ω. Sea I' el momento de inercia al encoger los brazos, adquiriendo el sistema la velocidad angular ω'. La conservación del impulso rotatorio nos da:

$$I\omega = I'\omega'.$$

Hallemos la diferencia entre las energías cinéticas de rotación final e inicial:

$$E=\frac{1}{2}I'\omega'^2-\frac{1}{2}I\omega^2;\quad E=\frac{1}{2}I\omega(\omega'-\omega);$$

éste es el trabajo mecánico realizado.

*2. *Una esfera maciza y homogénea de 5 cm de radio se suspende de un punto, por un hilo de masa despreciable. La distancia entre el punto de suspensión y el centro de la esfera es de 25 cm. Hallar la longitud del péndulo simple sincrónico.*

$l=\frac{I}{Md}$. Por la regla de STEINER: $I=I_0+Md^2$:

$$l=\frac{I_0}{Md}+d.$$

Tratándose de una esfera: $I_0=2/5\ MR^2$, luego:

$$l=\frac{2}{5}\frac{MR^2}{Md}+d=d+\frac{2}{5}\frac{R^2}{d}.$$

$$l=25{,}4\ \text{cm}.$$

*3. *Demostrar que la energía cinética de rotación de un cuerpo es igual a la suma de las energías cinéticas de las partículas del mismo.*

Consideremos al cuerpo descompuesto en partículas de masas m_1, $m_2\ldots$, etc., animadas de las velocidades tangenciales V_1, $V_2\ldots$, etc. La suma E de las energías cinéticas de estas partículas es:

$$E=\frac{1}{2}m_1V_1^2+\frac{1}{2}m_2V_2^2+\ldots$$

Si las partículas distan del eje de giro en r_1, $r_2 \ldots$, etc., siendo ω la velocidad angular se tiene:

$$V_1 = \omega r_1, \quad V_2 = \omega r_2 \ldots,$$

de donde:

$$E = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 r_2^2 + \ldots =$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots) = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

CAPÍTULO IX

GRAVITACIÓN UNIVERSAL

130. Leyes de Kepler. — El gran astrónomo JUAN KEPLER estableció en los comienzos del siglo XVII, las siguientes leyes del movimiento planetario, que obtuvo luego de pacientes observaciones y minuciosos cálculos.

Juan Kepler (1571 - 1630).

PRIMERA LEY. — *Los planetas, en su movimiento de traslación, recorren elipses, ocupando el Sol uno de los focos* (fig. 188). Recordemos que la elipse es una curva plana en la cual la suma de las distancias de cualquiera de sus puntos a otros dos puntos fijos llamados focos es constante.

SEGUNDA LEY. — *Las áreas barridas por los radios vectores de los planetas, en su movimiento traslatorio, son proporcionales a los tiempos empleados en recorrerlas.*

Se llama radio vector al segmento que une el Sol con el planeta. Esta ley significa (fig. 189) que si al pasar el planeta de la posi-

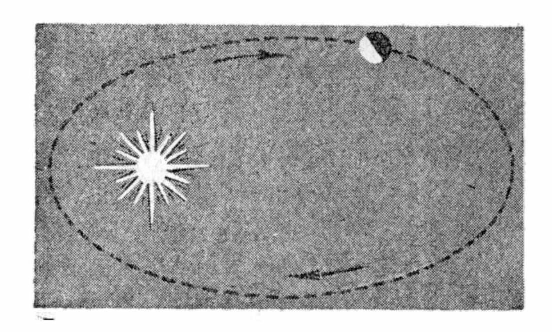


Fig. 188. — Primera ley de Kepler.

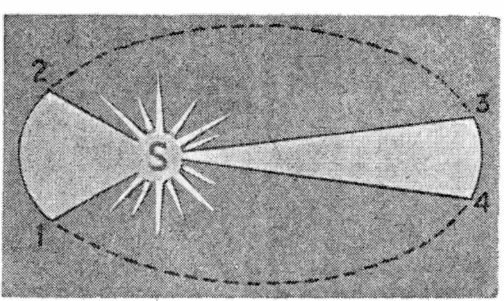


Fig. 189. — Segunda ley de Kepler.

ción 1 a la 2 el área del sector $1S2$ es igual al área del sector $3S4$, el tiempo que empleará en ir de 3 a 4 será igual al tiempo que

emplea en ir de 1 a 2. Los planetas adquieren entonces su velocidad máxima cuando su distancia al Sol es mínima (*perihelio*) y su velocidad mínima cuando pasan por el *afelio*, donde la distancia es máxima.

TERCERA LEY. — *Los cuadrados de los tiempos de revolución de los planetas son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol.* Entendemos aquí por distancia media de un planeta al Sol la semisuma de las distancias máxima y mínima. Esta distancia media es pues igual al semi-eje mayor de la elipse.

Si T es el tiempo de revolución y d la distancia media, la ley puede expresarse así:

$$\frac{T^2}{d^3} = \text{constante};$$

o sea el cociente entre el cuadrado del tiempo de revolución y el cubo de la distancia media es igual para cualquier planeta.

131. Ley de Newton. — NEWTON en 1682 pudo explicar las leyes de Kepler y otras particularidades del movimiento de los planetas y cometas admitiendo que:

Todos los cuerpos se atraen con una fuerza que es directamente proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de las distancias que los separan.

Para dos cuerpos (fig. 190) la fuerza F con que se atraen es:

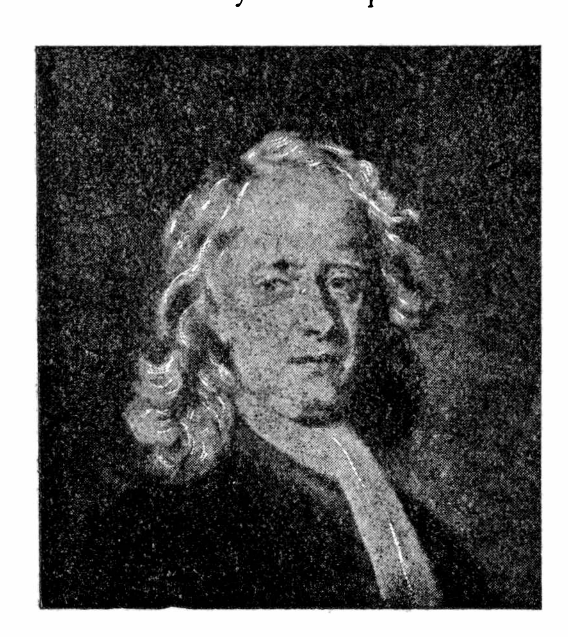
$$F = K\frac{m_1 m_2}{d^2}.$$

Fig. 190. — Ley de Newton.

En esta fórmula K es una constante cuyo valor depende de las unidades que se empleen para medir la fuerza, las masas y la distancia.

132. Leyes de Kepler y ley de Newton. — Matemáticamente se puede probar que si un cuerpo (planeta) es atraído por otro (Sol) si se considera la masa de este último mucho mayor que la del primero, aquél recorrerá una elipse cuyo foco, fijo, es el Sol, cumpliendo la ley de las áreas. Se comprende también sin cálculo, que a

medida que el planeta se acerca al Sol debe aumentar su velocidad a causa de la atracción. En el afelio la energía potencial es máxima y la cinética mínima; en el perihelio sucede lo contrario. En cuanto a la tercera ley de Kepler es fácil deducirla de la ley de Newton si se admiten órbitas circulares. Si un planeta situado a la distancia d del Sol recorre una circunferencia (fig. 192) la fuerza de atracción dada por la ley de Newton debe ser igual a la fuerza centrífuga:



Isaac Newton (1643 - 1727)

$$F = K\frac{Mm}{d^2} = m\,\omega^2 d = m\frac{4\pi^2}{T^2}d.$$

Hemos llamado ω a la velocidad angular del planeta de masa m, habiendo reemplazado luego ω por su igual $2\pi/T$, siendo T el tiempo de revolución. De las igualdades anteriores se obtiene:

$$K\frac{Mm}{d^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}d; \quad \text{de aquí:} \quad \frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{KM} = \text{constante.}$$

133. Peso de los cuerpos. — Los cuerpos pesan porque la Tierra los atrae, de acuerdo a la ley de Newton. Considerando a la Tierra como una esfera homogénea puede demostrarse que se comporta como si toda su masa estuviera concentrada en su centro. Si llamamos R al radio terrestre (fig. 193) el peso mg de una masa m colocada sobre la superficie de la Tierra será:

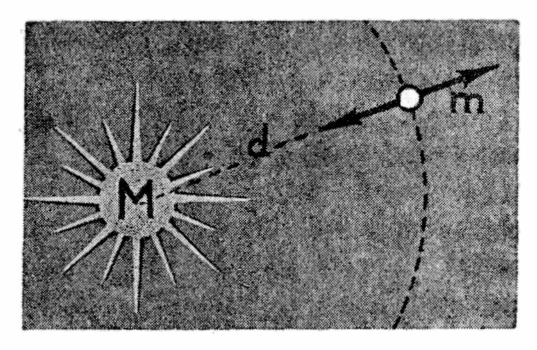


Fig. 192.

$$mg = K\frac{Mm}{R^2}; \qquad g = \frac{KM}{R^2}.$$

En esta fórmula M es la masa total de la Tierra.

Si un cuerpo se alejara de la Tierra hasta que su distancia al centro fuera *doble* (fig. 194) sería atraído en ese lugar con una fuerza igual a la *cuarta parte* de la fuerza con que es solicitado estando en la superficie. Un cuerpo que pesa 1 Kgr en la superficie de la Tierra pesaría $^1/_4$ de Kgr si se elevara a unos 6370 Km del suelo. A una distancia *triple* el peso se reduciría a la *novena parte* y claro está que en ese lugar, caería hacia la Tierra con una aceleración igual a la novena parte de g.

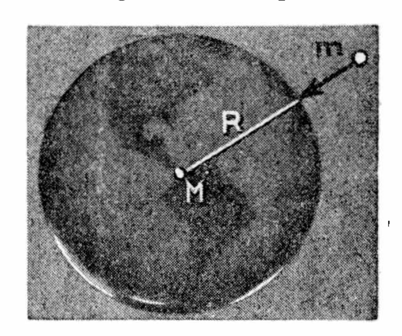


Fig. 193. — Peso y ley de Newton.

134. Determinación de g por el movimiento de la Luna. — Si un cuerpo se aleja del centro de la Tierra hasta que su distancia sea igual a 60 veces el radio terrestre, en ese lugar caería hacia la Tierra con una aceleración igual a la 3600 ava ($60 \times 60 = 3600$) parte de g. Pues bien, existe un cuerpo situado de la Tierra a esa distancia: *la Luna*. Su órbita casi circular permite calcular fácilmente la aceleración centrípeta a de su movimiento. (Problema 4 del Cap. anterior).

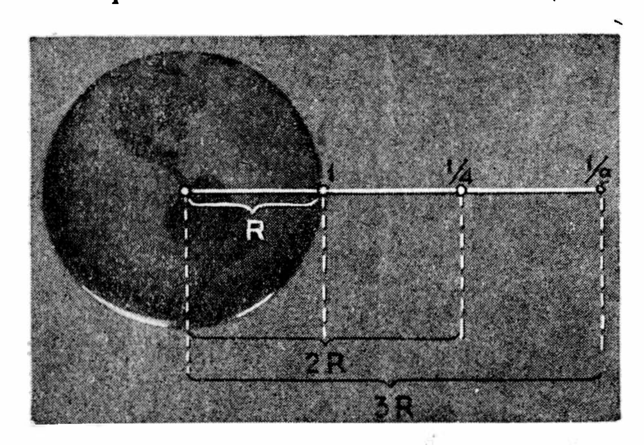


Fig. 194. — Variación del peso con la distancia.

Esta aceleración centrípeta debe ser igual a la aceleración de "*caída*" de la Luna hacia la Tierra. Por lo tanto:

$$\frac{g}{3600} = a.$$

El valor de a se calcula en función del radio de la órbita y del tiempo empleado en recorrerla. Hemos visto que a es igual a 0,002 722 m/seg^2. Resulta entonces:

$$g = 3600 \times 0{,}002\,722 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} = 9{,}80 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}.$$

Es realmente extraordinario que del movimiento de la Luna obtengamos el valor de la aceleración con que caen los cuerpos en la superficie de la Tierra!

135. Determinación de la constante de gravitación. — De la fórmula de Newton obtenemos:

$$K = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}.$$

Experimentalmente se determina K de varios modos. En cualquier caso debe medirse la fuerza con que se atraen dos masas dadas situadas a distancia conocida. Esta fuerza es siempre sumamente pequeña, de ahí que las medidas sean realmente muy dificultosas.

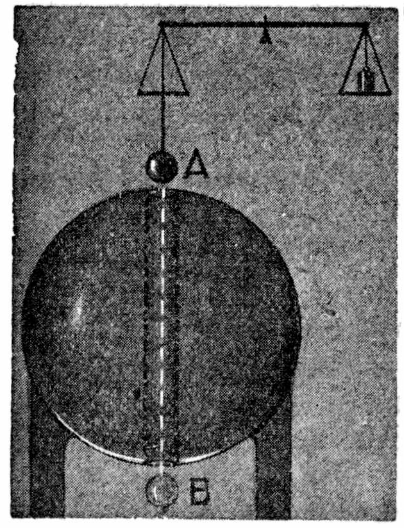


Fig. 195. — Determinación de K.

Uno de los métodos empleados, el de RICHARZ y KRIGAR-MENZEL, es el siguiente: se pesa un cuerpo de masa m, con una balanza sensibilísima, colocándolo sucesivamente en la parte superior A e inferior B de una esfera de masa M (fig. 195). En los experimentos llevados a cabo era ésta una esfera de plomo de 100 toneladas.

Estando el cuerpo en A la balanza nos dará del mismo un peso P_1 igual a la suma del peso P del cuerpo más la atracción F de la esfera:

$$P_1 = P + F.$$

Estando en B la balanza acusará un peso inferior P_2, igual al peso del cuerpo menos la atracción de la esfera de plomo:

$$P_2 = P - F.$$

Restando miembro a miembro estas dos igualdades obtenemos:

$$P_1 - P_2 = 2F; \qquad F = \frac{1}{2}(P_1 - P_2).$$

Conocido F se determina por la fórmula el valor de K.
Se ha obtenido así para K, en el sistema C. G. S.:

$$K = 0{,}000\,000\,0668 = 6{,}68 \times 10^{-8}.$$

Por lo tanto *dos masas de un gramo cada una separadas por la distancia de un centímetro se atraen con la fuerza de*

$$6{,}68 \times 10^{-8} \text{ dinas.}$$

136. Masa y densidad de la Tierra. — Conociendo K, la fórmula establecida en el párrafo 133 permite hallar la masa total de la Tierra.

Dividiendo esta masa por el volumen, fácilmente calculable pues se conoce el radio, se determina la densidad media de nuestro planeta. Se ha obtenido así para la densidad media de la Tierra el valor:

$$d = 5{,}5 \left(\frac{\text{gramo - masa}}{\text{cm}^3} \right).$$

137. Masa del Sol y demás planetas. — La fórmula final establecida en (132) permite hallar la masa del Sol. En forma análoga se calculan las masas de los planetas que tienen satélites y de las estrellas dobles.

138. Descubrimientos de Neptuno y Plutón. — Las leyes de Kepler son sólo aproximadas; el movimiento real de los planetas es mucho más complicado, pues cada planeta es atraído no sólo por el Sol, sino por todos los demás astros del sistema solar.

El planeta Neptuno fué descubierto por LEVERRIER en 1846 por cálculo, basándose en la ley de Newton y en las *perturbaciones* observadas sobre el planeta Urano.

La existencia de *Plutón,* encontrado recién en 1930, se sospechaba desde tiempo anterior, debido a las inexplicables perturbaciones de Neptuno. Los cálculos fueron hechos por LOWELL y el descubridor real fué SLIPHER.

*** 139. Variación de g con la latitud.** — Ya hemos visto que la aceleración de la gravedad varía con la latitud. Esto se debe a dos causas: una, la fuerza centrífuga originada por la rotación terrestre; otra, el achatamiento de la Tierra.

Si la Tierra no girara, el valor de g en el Ecuador sería en lugar de 978, 981 cm/seg^2. (Véase problema 3 de pág. 118).

En el polo el valor de g es igual aproximadamente a 983 cm/seg^2. Luego el achatamiento terrestre es la causa de esa diferencia de 2 cm/seg^2. No hay que creer, sin embargo, que para calcular el valor de g en el polo, conociendo el valor que tiene en el Ecuador, baste con aplicar la ley de Newton suponiendo que toda la masa estuviera concentrada en el centro de la Tierra. En otras

palabras si llamamos R_E y R_P a los radios ecuatorial y polar respectivamente podría creerse que vale la relación:

$$\frac{g_P}{g_E + a} = \frac{R_E^2}{R_P^2}.$$

Pero esta relación es falsa. En ella a es la corrección debida a la fuerza centrífuga. Tomando para la aceleración que existiría en el Ecuador si la Tierra no girara el valor:

$$g_E + a = 981 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2},$$

y aplicando la fórmula de más arriba, tomando para el radio ecuatorial el valor 6378 km y para el polar 6357 se obtiene para g_P el valor:

$$g_P = 987{,}5 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

Como este resultado es falso, se prueba así que en el caso del *elipsoide terrestre* no puede considerarse a la masa del mismo concentrada en el centro.

El cálculo correcto aplicando la ley de Newton a un elipsoide, es muy complicado y conduce al resultado exacto.

SISTEMA PLANETARIO

Astro	Distancia al Sol (media)	Tiempo de revolución	Excentricidad	Masa
Sol	—	—	—	333 400
Mercurio	0,387	0,24	0,206	0,056
Venus	0,723	0,61	0,007	0,87
Tierra	1	1	0,017	1
Marte	1,523	1,88	0,093	0,157
Asteroides	2—5	—	—	—
Júpiter	5,202	11,86	0,048	318
Saturno	9,554	29,46	0,056	95
Urano	19,218	84,02	0,046	14,6
Neptuno	30,109	164,8	0,009	17,3
Plutón	39,457	248,4	0,249	0,11

La *excentricidad* en una elipse es el cociente entre la distancia de ambos focos y el eje mayor.

ADVERTENCIAS

1ª) La ley de Newton se refiere en realidad a la atracción de *puntos materiales*, o sea, a cuerpos de dimensiones muy pequeñas en comparación con las distancias que los separan. Tratándose de esferas homogéneas, ellas se comportan como si toda su masa estuviera concentrada en el centro de las mismas.

2ª) Dos puntos materiales de masas cualesquiera que se atraen de acuerdo a la ley de Newton, se mueven de tal modo que uno cualquiera de ellos recorre, *con respecto al otro*, una *elipse*, una *parábola* o una *hipérbola* cuyos focos se encuentran en el punto que se considera fijo. La Tierra recorre una elipse cuyo foco está en el Sol; y con respecto a la Tierra, el Sol recorre una elipse de foco en aquélla.

PROBLEMAS

1. *Hallar el tiempo de revolución de Júpiter aplicando la tercera ley de Kepler.*

DATOS: Distancia media al Sol de Júpiter (semieje mayor de la órbita de Júpiter) $= d = 5{,}202$.

Distancia media al Sol de la Tierra $= d' = 1{,}000$ (unidad).

Tiempo de revolución de la Tierra $= T' = 1{,}000$ (un año sideral).

Tiempo de revolución de Júpiter $= T = x$:

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{d^3}{d'^3}; \qquad \frac{x^2}{(1 \text{ año})^2} = \frac{5{,}202^3}{1^3};$$

$$x = \sqrt{5{,}202^3} = 11{,}86 \text{ años.}$$

2. *Hallar en qué punto del radio de la órbita lunar la atracción de la Tierra iguala a la de la Luna.*

Llamemos x a la distancia de ese punto a la Tierra. Siendo d la distancia entre la Tierra y la Luna deberá tenerse, siendo M la masa de la Tierra y m la de la Luna:

$$\frac{M}{x^2} = \frac{m}{(d-x)^2}; \qquad \frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{m}{M}}.$$

Como $\frac{m}{M} = \frac{1}{81}$, resulta: $x = 0{,}9\ d$.

CAPÍTULO X

HIDROSTÁTICA

140. Hidrostática. Noción de flúido. — Esta rama de la física se ocupa del equilibrio de los líquidos. Un líquido se caracteriza por tener un volumen determinado y por cambiar de forma con suma facilidad, ya que adopta la del recipiente que lo contiene. Esto prueba que en los líquidos las moléculas no encuentran resistencia apreciable para deslizarse unas sobre las otras. Un líquido ideal sería aquél en que la resistencia de sus moléculas al deslizamiento fuese absolutamente nula. De acuerdo a esto, la miel está muy lejos de comportarse como un líquido ideal. En cambio en el agua la *viscosidad*, o sea la *resistencia al deslizamiento*, es tan pequeña que puede considerarse como un líquido ideal.

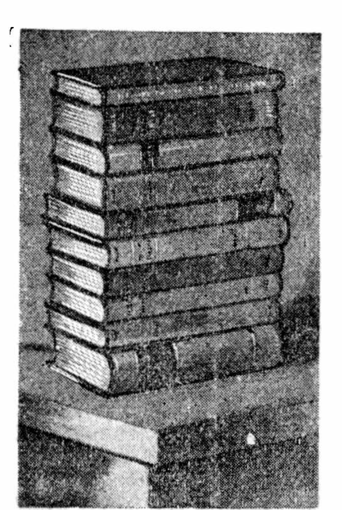


Fig. 196. — Fuerza y presión.

Con el nombre genérico de *flúido* se designa a líquidos y gases. Ambos ofrecen una viscosidad muy pequeña, diferenciándose porque los gases varían de volumen con relativa facilidad, en tanto que el volumen de un líquido se reduce en forma realmente insignificante, aun sometido a altas presiones.

141. Fuerza y presión. — Sea una pila de libros (fig. 196) apoyados sobre la mesa. Si el peso de todos ellos es igual a 20 Kgr, ésta será la fuerza que se ejerce sobre la mesa. Si el libro de la base tiene una superficie de 200 cm², considerando que la fuerza esté igualmente repartida, la *presión ejercida es por definición igual al cociente entre la fuerza y la superficie*:

$$\text{Presión} = \frac{20\ 000}{200} = 100 \frac{\text{gramos}}{\text{cm}^2}.$$

Esto nos dice que sobre cada centímetro cuadrado se ejerce una fuerza de 100 gramos.

Por lo tanto, la fórmula que da la presión es:

$$P = \frac{F}{S}. \qquad \text{Presión} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Superficie}}.$$

142. Presión en el seno de un líquido. — Consideremos un líquido *en equilibrio.* En él la superficie libre es horizontal (fig. 197). Naturalmente que dicha superficie debe ser normal a la fuerza de gravedad pues si así no fuera (fig. 198) la componente (blanca) de la fuerza del peso produciría un deslizamiento para el cual los líquidos no ofrecen resistencia apreciable. Para constatar que en el interior de un líquido se manifiestan presiones hagamos el experimento siguiente:

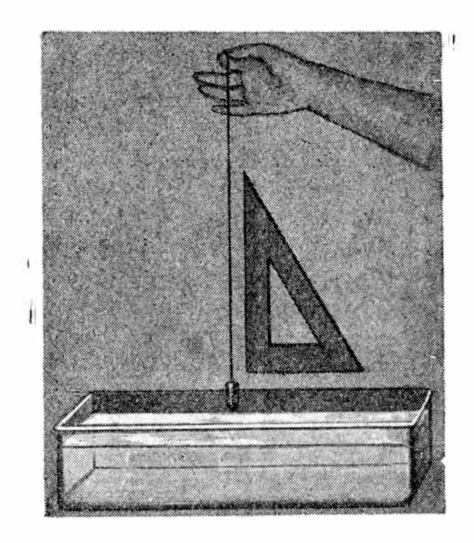


Fig. 197. — Superficie horizontal.

Apliquemos por medio de un hilo una planchuela de cartón o metal al extremo de un tubo abierto por ambos extremos (fig. 199).

Introduzcamos el tubo en una vasija con agua (fig. 200). Observaremos que, aun soltando el hilo, la planchuela no se desprende, *cualquiera sea la posición del tubo.* Esto prueba que sobre la superficie de la planchuela se ejerce cierta presión. La planchuela se desprende cuando, vertiendo líquido en el interior del tubo, *el nivel alcanzado en él iguala al nivel en el recipiente.*

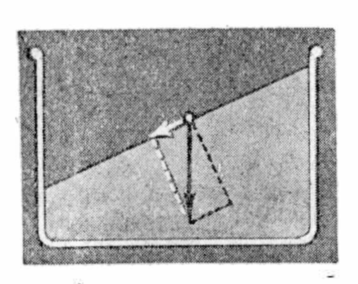


Fig. 198.

143. Teorema general de la hidrostática. — Consideremos un líquido en equilibrio y aislemos mentalmente en el interior del mismo, un cilindro de eje vertical (fig. 201). Llamando S a la superficie de cada una de las bases, siendo P_A la presión en la cara A, *la fuerza* hacia abajo *igual al producto de la presión por la superficie,* será: $P_A S$.

Análogamente la fuerza hacia arriba originada por la presión en B es: $P_B S$.

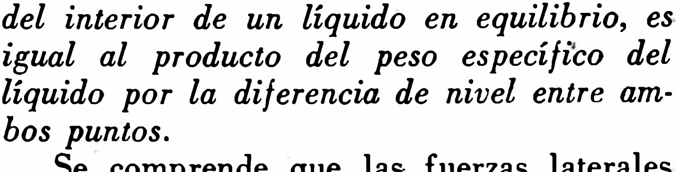
La diferencia de estas dos fuerzas debe ser igual al peso del cilindro líquido que estamos considerando. El peso de este cilindro es igual a su volumen, *Sh*, por el peso específico ρ. Luego:

$$P_B S - P_A S = S h \rho;$$

de aquí:

$$P_B - P_A = h \rho;$$

fórmula que nos dice que *la diferencia de presión entre dos puntos del interior de un líquido en equilibrio, es igual al producto del peso específico del líquido por la diferencia de nivel entre ambos puntos.*



Se comprende que las fuerzas laterales se anulan, no influyendo en el equilibrio.

Admitiremos la validez general del teorema que hemos establecido, aun cuando la demostración dada, corresponde sólo al caso en que los puntos *A* y *B* están sobre la misma vertical. Para demostrar el teorema en forma completa habría que probar que *todos los puntos de una misma capa horizontal, de un líquido en equilibrio, soportan igual presión.* Esto lo admitiremos en base al experimento mencionado en el párrafo anterior.

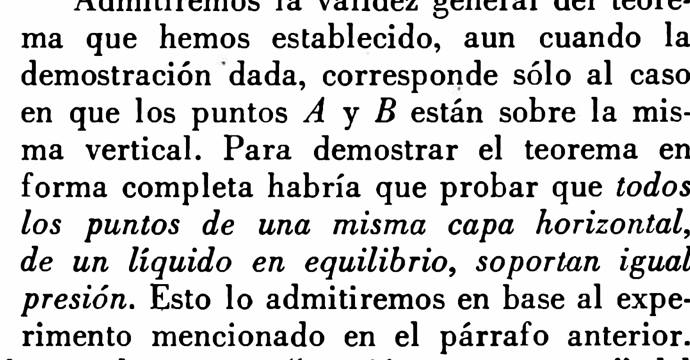
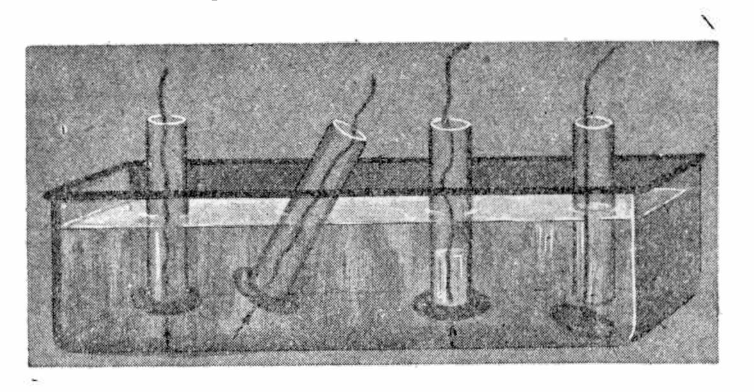


Fig. 199.

Aclaremos aún qué entendemos por "*presión en un punto*" del seno del líquido. Considerando alrededor del punto *P* (fig. 202)



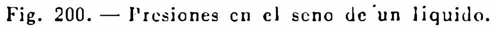


Fig. 200. — Presiones en el seno de un líquido.

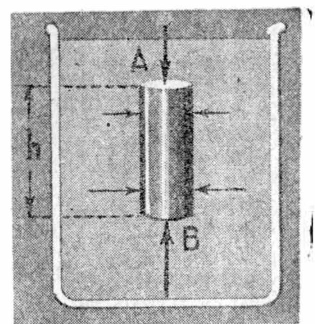


Fig. 201.

una superficie *orientada de cualquier manera*, la presión sobre el punto es la presión ejercida sobre la superficie de un pequeño círculo con centro en el punto.

Si consideramos una pequeñísima esfera con centro en el punto la presión se ejercerá normalmente a la superficie en todas direcciones (fig. 203).

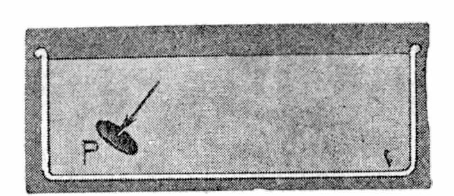


Fig. 202. — Presión en un punto.

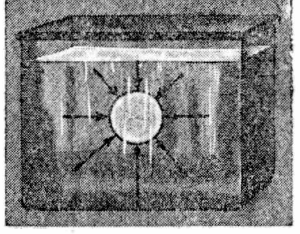


Fig. 203.

144. **Presión sobre las paredes y sobre el fondo.** — *La presión se ejerce siempre normalmente a las paredes del recipiente que contiene el líquido* (fig. 204). Si así no fuera el líquido se deslizaría y no estaría en equilibrio.

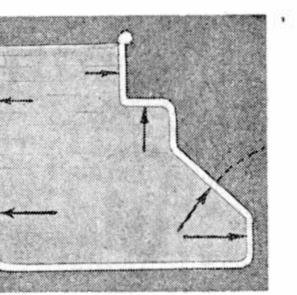
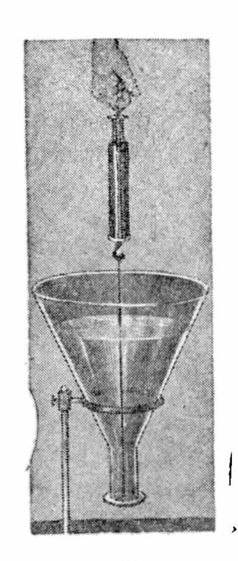
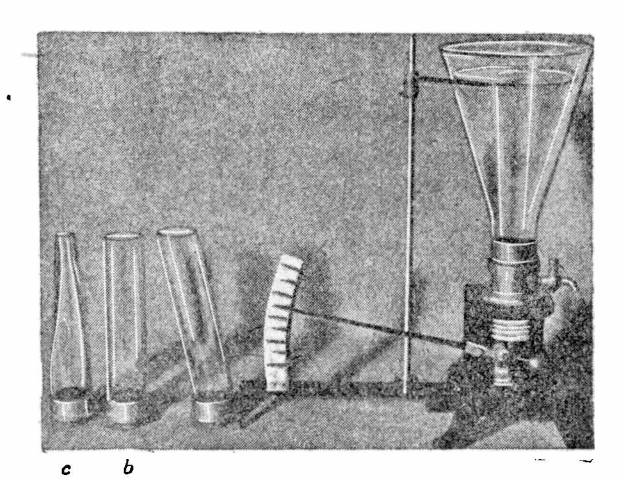


Fig. 204. — La presión es normal a la pared.

Para calcular la presión originada por el peso del líquido *en un punto cualquiera* de la pared del vaso o del fondo, basta con *multiplicar el peso específico por la distancia vertical que separa a dicho punto de la superficie libre.*

145. **Paradoja hidrostática.** — Si el fondo del vaso es horizontal, la presión en todos sus puntos será igual. *La fuerza* que se ejerce





Figs. 205 y 206. — Paradoja hidrostática.

sobre el fondo *es igual a la presión por la superficie*: $F = PS = h\rho S$.

Si tenemos varios vasos de igual fondo y distinta forma, la fuerza ejercida sobre el fondo, en todos ellos, es igual si se llenan del mismo líquido hasta la misma altura (fig. 205).

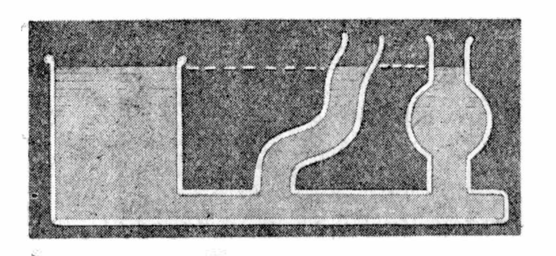


Fig. 207.

Esto se puede comprobar también con el aparato de fondo móvil de la figura 206.

La fuerza que se ejerce sobre el fondo, cualquiera sea la forma del vaso, es igual al peso de un cilindro líquido que tenga por base la superficie del fondo y por altura la distancia vertical del fondo al nivel del líquido. En el caso (*a*) la fuerza es menor que el peso del líquido, en (*c*) es mayor y en (*b*) igual.

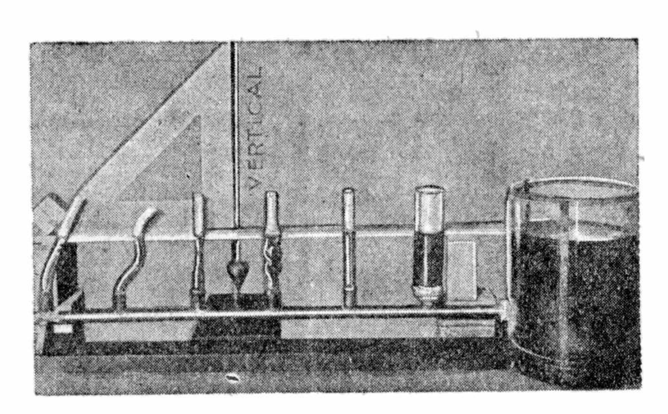


Fig. 208. — Vasos comunicantes.

146. Vasos comunicantes. — Si varios tubos que contienen un mismo líquido comunican entre sí, el nivel en todos ellos, cuando el líquido está en equilibrio, es el mismo (figs. 207, 208 y 209). Esto se aplica al aparato llamado nivel de agua (fig. 210) que sirve para hallar la diferencia de altura entre dos puntos.

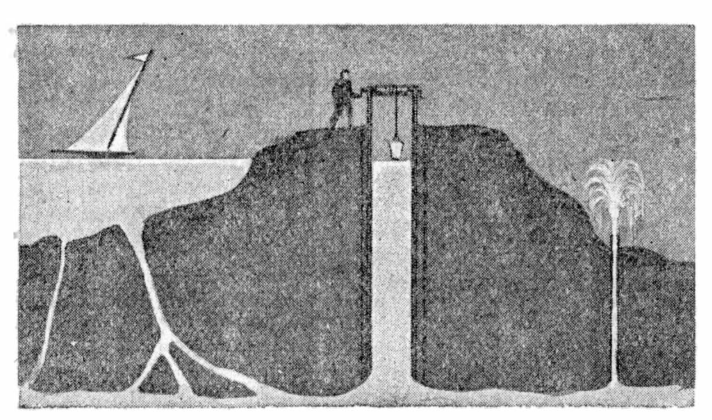


Fig. 209. — Vasos comunicantes naturales: manantial y pozo artesiano.

Vasos comunicantes con líquidos diferentes. — Si los líquidos no se mezclan, como agua y mercurio, el nivel en ambos tubos no es el mismo. Consideremos el nivel (fig. 211) donde agua y mercurio están en contacto. En el punto 1 y en el punto 2 la

presión será la misma pues ambos puntos están al mismo nivel. En el punto 1 la presión es igual a la altura vertical h de la columna de agua por el peso específico ρ de la misma. En el punto 2 esa presión es $h'\rho'$ siendo h' la altura de la columna de mercurio, y ρ' el peso específico de este líquido. Se tiene entonces:

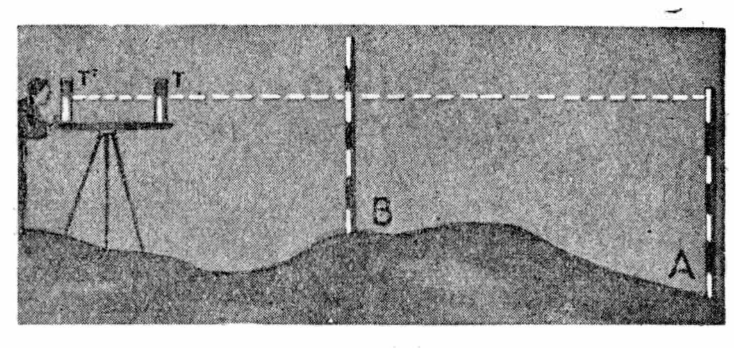
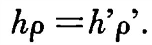


Fig. 210. — Nivel de agua.



$$h\rho = h'\rho'.$$

Como el peso específico del agua es 1 y el del mercurio 13,6, la altura h del agua resulta 13,6 veces mayor que la altura de la columna de mercurio. Se ve pues que la figura no está hecha a escala.

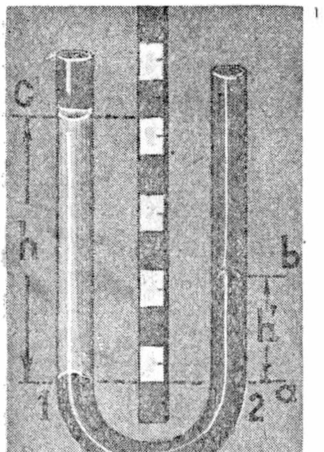
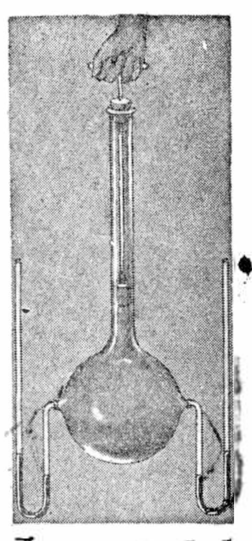


Fig. 211. — Vasos comunicantes con líquidos diferentes.

TRANSMISIÓN DE PRESIONES


Fig. 212. — Principio de Pascal.

147. Principio de Pascal. — Si se tiene una esfera llena de agua provista de un pistón (fig. 212) y varios orificios que comunican con otros tantos tubos doblados en forma de U que contienen mercurio, se observa que al ejercer sobre el pistón cierta presión, en todos los tubos la diferencia de nivel es igual.

Fig. 213. — Principio de Pascal.

El principio de *Pascal* se enuncia de esta manera:

La presión ejercida en una parte de la superficie de un líquido se transmite íntegramente, con igual intensidad, en todas direcciones y a toda la masa del líquido.

Este enunciado es consecuencia del teorema general de la hidrostática. En efecto: si en A se ejerce cierta presión P_A la presión en B (fig. 213) será:

$$P_B - P_A = h\rho; \quad \text{o sea:} \quad P_B = P_A + h\rho.$$

La presión en B es igual a la suma de $h\rho$, originada por el peso del líquido, y la presión efectuada en A.



Blas Pascal (1623 - 1662).

148. Prensa hidráulica. — Sean dos cilindros llenos de líquido que comunican entre sí (fig. 215). Ajustando perfectamente se desplazan en los mismos dos émbolos de secciones S y S' sobre los que se efectúan las fuerzas F y F', respectivamente. La presión sobre ambas caras debe ser igual *para que haya equilibrio*, por lo que:

$$\frac{F}{S} = \frac{F'}{S'}.$$

EJEMPLO. —Si $S = 5$ cm^2 y $F = 15$ kilogramos, la presión en el émbolo de la izquierda será igual a 3 kilogramos por cm^2. Sobre el émbolo de la derecha la presión tendrá que valer también 3 kilogramos por cm^2, de modo que si $S' = 100$ cm^2, la fuerza F', tendrá que valer 300 kilogramos.

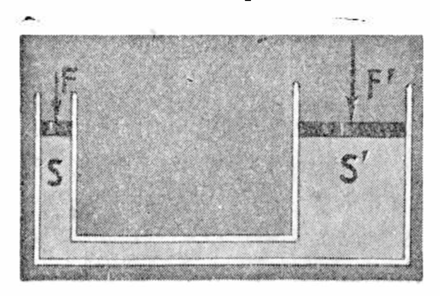


Fig. 215.

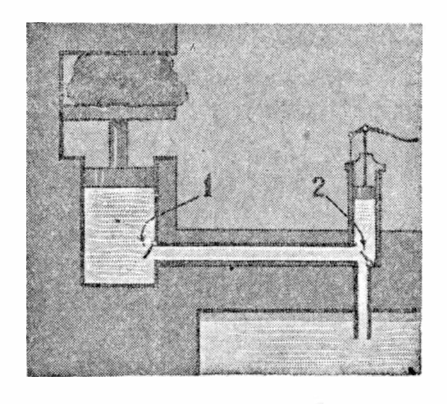


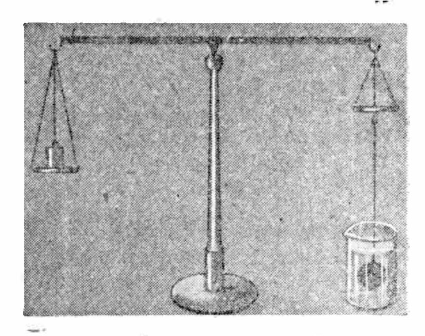
Fig. 216. — Prensa hidráulica.

La figura 216 muestra una prensa hidráulica basada en este principio. El émbolo pequeño se acciona por medio de una palanca. La válvula 1 impide que el líquido vuelva del cilindro grande al pequeño y la 2, que se abre cuando el émbolo pequeño sube y se

cierra cuando baja, permite que entre al cilindro líquido del depósito situado en la parte inferior y que comunica con la atmósfera. El cilindro pequeño funciona pues como una bomba *aspirante-impelente* (165).

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES. APLICACIONES

149. Principio de Arquímedes. — Si con una balanza apropiada (fig. 217) se pesa un cuerpo, estando éste en el aire, y luego estando suspendido en el seno de un líquido en equilibrio, se constata, que en el segundo caso pesa menos que en el primero. La diferencia entre ambas pesadas mide el empuje que experimenta el cuerpo en el interior del líquido; empuje vertical y dirigido de abajo hacia arriba.


Fig. 217. — Balanza hidrostática.

Si luego con un vaso de derrame (pág. 15) recogemos y pesamos el líquido desalojado por el cuerpo, encontramos que: *el peso del líquido desalojado es igual al empuje.*

Arquímedes (287 - 212 A. C.).

EJEMPLO. — Un cuerpo pesa en el aire 200 gramos. Sumergido en el agua pesa sólo 150 gramos (fig. 219):

Pérdida de peso = empuje = 50 gramos.

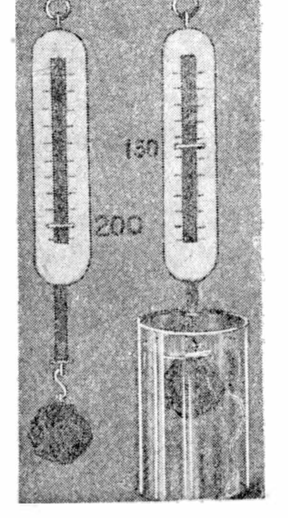


Fig. 219.

Con un vaso de derrame pesamos el agua que el cuerpo desaloja y encontramos:

Peso del agua desalojada = 50 gramos.

Se desprende de aquí:

Todo cuerpo sumergido en un líquido en equilibrio, experimenta un empuje vertical de abajo hacia arriba igual al peso del líquido desalojado.

Se puede verificar también este importante principio del modo siguiente: se tiene un cilindro *macizo que encaja en forma ajustada*

en el interior de un cilindro hueco (fig. 220). Suspendamos ambos cilindros de uno de los platillos de la balanza y equilibremos su peso con municiones. Si luego introducimos el cilindro macizo en *un líquido* el equilibrio se rompe debido al empuje. Para restablecer el equilibrio basta llenar con el mismo líquido el cilindro hueco, lo que prueba que el empuje era igual al peso del líquido desalojado por el cilindro macizo.

Fig. 220.

Demostración teórica. — Aislemos mentalmente una porción del interior de un líquido. Dicha porción se halla en equilibrio, por lo cual la resultante R de las fuerzas laterales debe ser igual y de sentido opuesto al peso P de la porción de líquido considerada (fig. 221). Si sustituímos ahora la porción de líquido imaginada por un cuerpo sólido cualquiera, de su misma forma, las fuerzas laterales serán las mismas que antes y por ende la resultante R seguirá teniendo el mismo valor. Esta fuerza R es el empuje, que debe ser igual al peso de un volumen de líquido igual al volumen del cuerpo. El punto de aplicación del empuje, llamado *centro de empuje*, debe coincidir con el centro de gravedad del líquido desalojado.

150. **Determinación del peso específico.** — La pérdida de peso que experimenta un cuerpo estando sumergido en el *agua* es igual al peso del *agua* desalojada. Pero 1 gramo de agua ocupa un volumen de 1 cm³. Luego, la pérdida de peso expresada en gramos es igual numéricamente al volumen del cuerpo expresado en cm³. En el ejemplo numérico del párrafo anterior se trataba de un cuerpo cuyo volumen era igual a 50 cm³. El peso específico del cuerpo es entonces:

$$\rho = \frac{P}{V} = \frac{200}{50} = 4 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

Fig. 221.

En realidad, al dividir el peso del cuerpo por el empuje que experimenta al estar sumergido en un líquido, lo que se determina es la ***densidad relativa*** del cuerpo con respecto al líquido considerado. Esto es así, ya que se divide el peso del cuerpo por el peso de un volumen igual de líquido.

151. Flotación. — Cuando un cuerpo flota en un líquido el empuje debe ser igual al peso. *El peso del cuerpo es igual entonces al peso de un volumen de líquido igual al de la parte sumergida.*

Sea V el volumen total del cuerpo y ρ su peso específico. El peso del cuerpo es entonces $V\rho$. Este cuerpo flota en un líquido de peso específico ρ'; a la parte del volumen del cuerpo sumergido la llamamos V'. El empuje, igual al peso del líquido desalojado será $V'\rho'$. Como el cuerpo flota el peso será igual al empuje:

$$V\rho = V'\rho'.$$

Para que se pueda cumplir esta igualdad, como debe ser:

$$V' < V,$$

tendrá que ser:

$$\rho' > \rho.$$

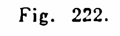


Fig. 222.

Un cuerpo flota si el peso específico del líquido es mayor que el propio. Si ambos pesos específicos fueran iguales el cuerpo puede mantenerse en equilibrio, sin subir ni bajar, en el interior del líquido. Esto se realiza con un huevo en agua salada (fig. 222).

Consideremos el caso del hielo (fig. 223). Su peso específico es 0,917. La relación entre el volumen total y el sumergido en agua será:

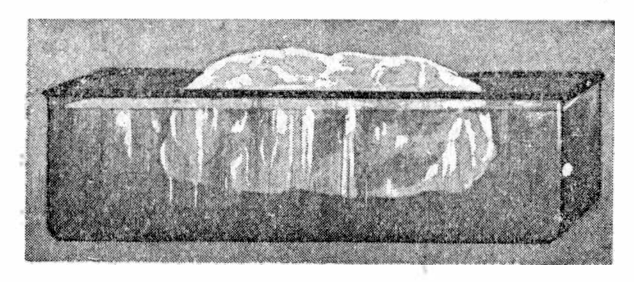


Fig. 223.

$$\frac{V}{V'} = \frac{1}{0,917};$$

de aquí:

$$\frac{V - V'}{V} = 0,083.$$

Luego, si se aprecia la parte del volumen que está por encima del agua, de una montaña de hielo, en 1000 m³, el volumen total de la montaña será:

$$V = \frac{1000}{0,083} \simeq 12000 \text{ m}^3.$$

152. Equilibrio de los cuerpos flotantes. — La figura 224 representa un corte transversal de un barco. Sea G el centro de gravedad y C el centro de empuje. Cuando el barco se inclina (b) el centro de empuje C se desplaza, pues él debe coincidir con el centro de gravedad que tendría una porción de líquido igual a la porción desalojada. Si la vertical que pasa por C corta al plano de simetría del barco en un punto M colocado por arriba del centro de gravedad, la cupla originada por el peso del barco y el empuje tiende a enderezar al navío. El equilibrio es entonces estable. Al punto, o mejor dicho a los puntos M, uno para cada posición del barco, se le llama *metacentro*.

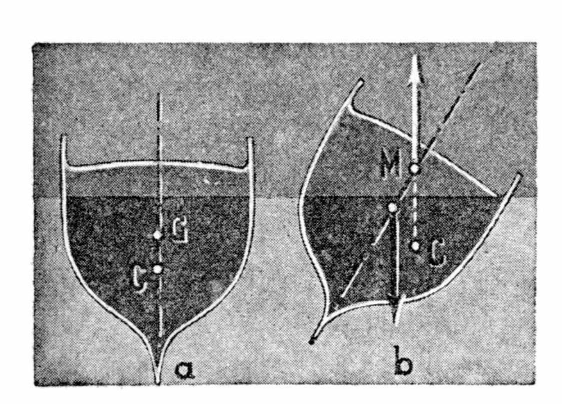
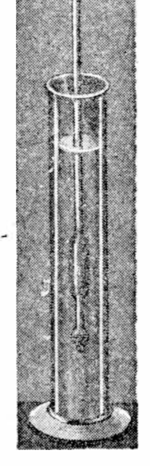


Fig. 224. — Metacentro.

153. Densímetros. — Un tubo cilíndrico cerrado (fig. 225), con un ensanchamiento en la parte inferior que contiene mercurio o municiones de plomo, puede servir para determinar directamente la densidad de un líquido. El densímetro se hace flotar en el líquido cuya densidad se desea hallar. En los líquidos más densos se sumerge menos, hundiéndose en cambio más en los menos densos. El tubo está graduado y la densidad del líquido se lee directamente sobre el tubo en la línea de enrase.


Fig. 225. — Densímetro.

PROBLEMAS

1. *¿Cuánto vale la presión causada por el agua en el fondo de un lago de 10 m de profundidad?*

$$p = h\rho = 1000 \text{ cm} \times 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2} = 1 \text{ Kgr/cm}^2.$$

2. *¿Si el agua fuera salada y de peso específico igual a 1,09?*

$$p = h\rho = 1{,}090 \frac{\text{Kgr}}{\text{cm}^2}.$$

3. *En una prensa hidráulica el brazo de la potencia, en la palanca que acciona al émbolo pequeño es 5 veces mayor que el brazo de la resistencia; la sección del émbolo menor es igual a 10 cm²; la del mayor 200 cm². Siendo la fuerza aplicada en la palanca (la potencia) igual a 10 Kgr hallar la fuerza que se transmite al émbolo mayor.*

En el émbolo pequeño actuará una fuerza igual a 50 Kgr la que produce una presión de:

$$\frac{50}{10} = 5 \frac{\text{Kgr}}{\text{cm}^2}.$$

En el émbolo mayor la presión es la misma, por lo cual la fuerza será:

$$F = 5 \frac{\text{Kgr}}{\text{cm}^2} 200 \text{ cm}^2 = 1000 \text{ Kgr}.$$

4. *Un cuerpo pesa en el aire 500 gramos, en el agua 400 gr. Hallar su volumen y su peso específico.*

$$V = 100 \text{ cm}^3; \qquad \rho = \frac{500}{100} = 5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

5. *El cuerpo anterior pesa en agua salada 391 gramos. Hallar el peso específico del líquido.*

Empuje = 500 — 391 = 109 gramos.

Como este empuje es igual al peso del líquido desalojado se tiene:

Peso del líquido desalojado = 109 gramos.

El líquido desalojado ocupa un volumen igual al del cuerpo, o sea 100 cm³. Luego:

100 cm³ de agua salada pesan 109 gramos.

De donde:

$$\text{Peso específico del líquido} = \frac{109}{100} = 1{,}09 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

6. *¿Qué relación hay entre el peso de un densímetro y la parte de volumen del mismo que se introduce en un líquido de peso específico* ρ*?*

Llamando V al volumen de la parte del densímetro sumergida, el empuje será igual a $V\rho$; cuando el densímetro flota, siendo P su peso en el aire deberá cumplirse:

$$P = V\rho.$$

7. *Un bote con sus pasajeros pesa 300 Kgr. ¿Qué volumen de agua debe desalojar para mantenerse a flote?*

$$V = 300 \text{ litros.}$$

8. *En un vaso que contiene agua hasta el borde flota un trozo de hielo. Al fundirse éste ¿se derramará el agua?*

Consideremos que el trozo de hielo pese 100 gramos. El empuje será también de 100 gramos y el hielo desalojará 100 cm^3 de agua. Al fundirse los 100 gramos de hielo se formarán 100 gramos de agua que ocuparán 100 cm^3, por lo cual el agua no se derrama, permaneciendo constante el nivel. De esta manera se puede comprobar, sin balanza, el principio de Arquímedes.

CAPÍTULO XI

PRESIÓN ATMOSFÉRICA

154. Peso de los gases. Principios de Pascal y Arquímedes. — Ya hemos mencionado (25) que todos los gases son pesados. Se deduce de aquí que tanto el *principio de Pascal* como el *de Arquímedes* serán aplicables también a los gases.

En lo que se refiere al principio de Pascal, el experimento mencionado en 147 (fig. 212) se realiza igualmente existiendo aire en lugar de agua en la esfera del aparato.

En cuanto al principio de Arquímedes puede comprobarse en forma cualitativa con el pequeño aparato de la figura 226, llamado baroscopio. Se trata de una pequeña balanza en la cual se equilibra una esfera de vidrio hueca y cerrada con una pequeña pesa de plomo. Colocando la balanza en el interior de una campana y extrayendo el aire de la misma con una máquina neumática se observa que el equilibrio se rompe inclinándose la balanza del lado de la esfera de vidrio. Esto prueba que la esfera de vidrio soportaba en el aire, dado su mayor volumen, un empuje hacia arriba superior al experimentado por la pequeña esfera de plomo.

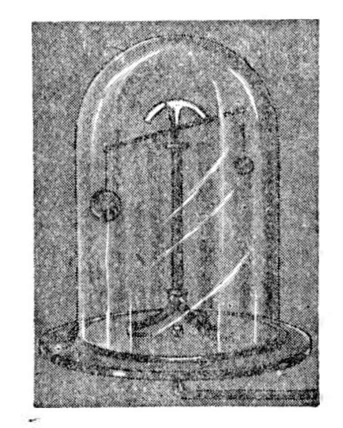


Fig. 226. — Baroscopio.

Un cuerpo de un litro de volumen experimenta en el aire un empuje igual a 1,293 gramos, dirigido hacia arriba. En las pesadas de precisión debe tenerse en cuenta el empuje hacia arriba que experimentan el cuerpo y las pesas. Se halla así por el cálculo lo que pesaría el cuerpo si estuviera en el vacío.

Los aeróstatos (fig. 227) y dirigibles, ascienden porque se llenan de un gas menos denso que el aire (hidrógeno, helio, etc.). El peso total del gas interior más el peso de la envoltura, más el de la barquilla, etc., debe ser menor, para que el globo suba, que el peso del aire desalojado.

EJEMPLO. — Si un globo tiene un volumen de 1000 m^3, el empuje será igual a 1293 Kgr pues 1 m^3 de aire = 1000 litros, pesa 1,293 Kgr. Si el globo con el gas interior y los pasajeros, etc., pesara 1100 Kgr, ascendería con una fuerza (fuerza ascensional) de 193 Kgr.

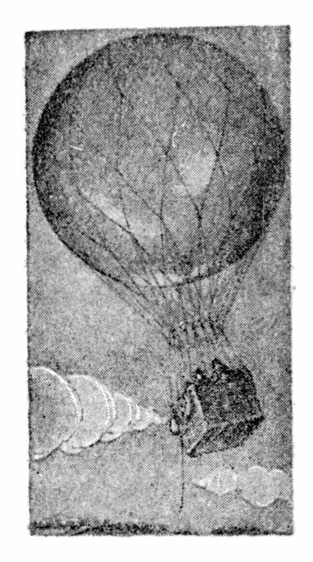


Fig. 227.

155. Peso específico del aire. — Sobre la superficie de la Tierra un litro de aire pesa como hemos dicho 1,293 gramos, por lo cual su peso específico será:

$$\rho = 0{,}001293 \frac{\text{gramo}}{\text{cm}^3}.$$

Se observa que el peso específico del aire se hace menor a medida que nos elevamos: a 2000 m de altura 1 litro de aire pesa sólo 1 gramo y a 3000 m 0,8 gramos.

Cálculos basados en ciertas observaciones de estrellas fugaces hacen ascender la altura de la atmósfera a unos 130 Km. Más allá existiría, prácticamente, un vacío absoluto.

156. Presión atmosférica. Experimento de Torricelli. — La superficie de la Tierra es el fondo de un inmenso océano de aire, y siendo éste pesado, ejerce sobre la misma cierta presión que se llama presión atmosférica.



Torricelli (1608 - 1647).

El primero en medir la presión atmosférica fué un discípulo de Galileo: EVANGELISTA TORRICELLI.

El experimento de Torricelli consiste en lo siguiente: se llena totalmente un tubo de vidrio de unos 90 centímetros de longitud, y de *cualquier sección*, con mercurio (fig. 229). Obturando, simplemente con un dedo, el extremo abierto del tubo, se le invierte introduciéndolo en una cubeta que contenga también mercurio. Se observa entonces, destapando el tubo, que el mercurio del mismo baja algo, hasta que su nivel se encuentre a unos *76 centímetros por encima del nivel del mercurio de la cubeta.*

En la parte superior del tubo ha quedado un espacio **vacío** que se llama *vacío de Torricelli* o *cámara barométrica.*

¿Cómo se explica que en los dos vasos comunicantes, tubo y cubeta, el nivel del mercurio sea diferente?

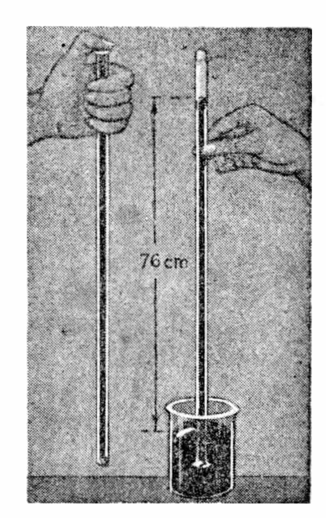


Fig. 229.

Ello se debe a la presión, debida al peso del aire, que se ejerce sobre el mercurio de la cubeta (fig. 230). Si se agujereara la parte superior del tubo, dejando entrar aire, los niveles se igualarían de inmediato.

Valor de la presión atmosférica. — La presión atmosférica es pues igual a la que produce una columna de mercurio de 76 cm de altura. Como la presión que ejerce un líquido en un punto de su interior depende sólo del peso específico del líquido y de la *distancia vertical* que separa el punto de la superficie libre, esta distancia es siempre igual a 76 cm cualquiera sea la forma y posición del tubo (fig. 231).

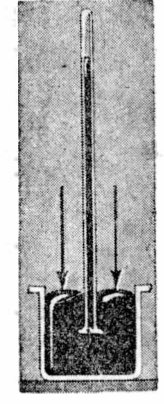


Fig. 230.

Sabemos también que en todos los puntos de un líquido pertenecientes a una misma capa horizontal se ejerce igual presión.

Por lo tanto la presión que ejerce el aire sobre el mercurio de la cubeta es igual a la presión que ejerce el mercurio del tubo sobre los puntos situados al nivel del mercurio de la cubeta. Esta presión es igual al peso específico del mercurio (13,6) por la altura del mismo (76 cm):

$$p = 13{,}6 \frac{\text{gramo}}{\text{cm}^3} \times 76 \text{ cm} = 1033 \frac{\text{gramo}}{\text{cm}^2}.$$

La presión atmosférica es por lo tanto igual a 1,033 kilogramos por centímetro cuadrado.

Se dice que vale **1 atmósfera.**

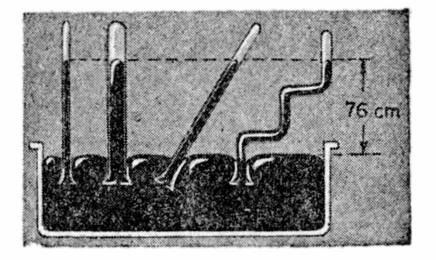


Fig. 231.

157. **Barómetros.** — Son aparatos destinados a medir la presión atmosférica. Adjuntando al tubo del experimento de Torricelli una regla graduada se tiene un barómetro: el de cubeta (fig. 232). Existen naturalmente diversos tipos de

barómetros; en el de FORTIN (fig. 233) puede leerse cómodamente la altura de la columna barométrica, apreciándose con un vernier hasta el décimo de milímetro. En este barómetro el fondo de la cubeta es flexible, lográndose con el tornillo T mantener constante y en coincidencia con el cero de la escala, el nivel del mercurio en A.

Fig. 232. — Barómetro de cubeta.

Se llama *presión normal* la que corresponde a una columna mercurial de 760 milímetros de altura. En un mismo lugar de la Tierra la presión atmosférica varía casi constantemente. Si la presión es alta, es muy probable que el tiempo se mantenga bueno, en cambio si es muy baja es casi seguro que llueva.

Los barómetros metálicos pueden consistir en una caja cilíndrica de metal de la cual se ha extraído el aire (fig. 234). La base superior de la caja es acanalada con lo cual aumenta su flexibilidad. Al variar la presión atmosférica varía la posición de la lámina flexible; sus movimientos se amplifican y se transmiten a una aguja que recorre un cuadrante. Estos barómetros se gradúan comparándolos con otro de mercurio.

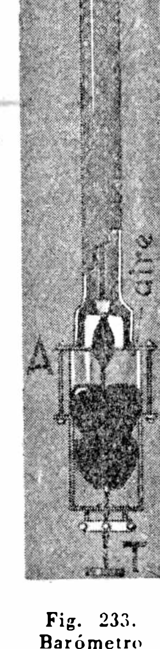


Fig. 233. Barómetro de Fortin.

La figura 235 representa un barómetro metálico registrador. Un lápiz colocado en la extremidad de la aguja móvil se apoya sobre un papel envuelto sobre un cilindro que gira accionado por un aparato de relojería.

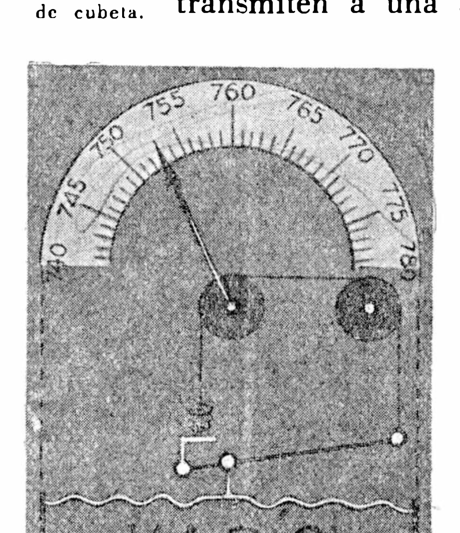
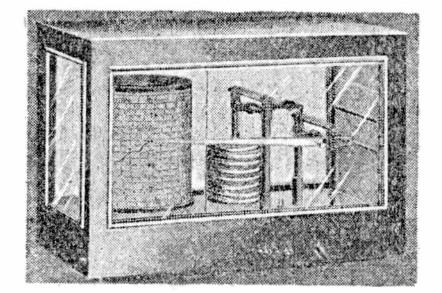


Fig. 234. — Barómetro metálico.


Fig. 235. — Barómetro registrador.

158. Masa total del aire atmosférico. — Es evidente que la masa de la atmósfera debe ser igual a la masa de una capa esférica de mercurio de radio R igual al de la Tierra y de 76 centímetros de altura (h). El volumen de esta delgada capa esférica es igual a la superficie terrestre por el espesor de la misma. Suponiendo el radio terrestre igual a 6 370 000 m y siendo la densidad d del mercurio 13,6 resulta:

$$m = 4\pi R^2 hd = 527 \times 10^{13} \text{ toneladas.}$$

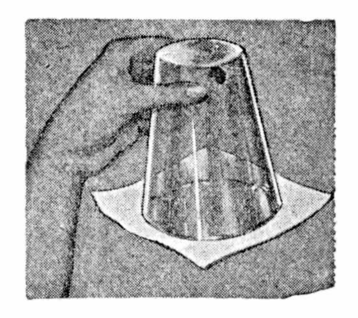
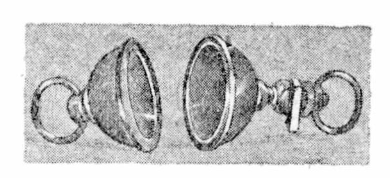


Fig. 236.

159. Efectos de la presión atmosférica. — La presión atmosférica se ejerce en todo sentido; de aquí que un vaso con agua tapado con un papel puede invertirse sin que el agua caiga (fig. 236). Si se extrae el aire de dos semiesferas se constata que se requiere efectuar luego una fuerza muy grande para separarlas. Esto se conoce con el nombre de experimento de los hemisferios de Magdeburgo (fig. 237) por haber sido efectuado por primera vez en esta ciudad en el año 1650 por el intendente de la misma OTTO DE GUERICKE, el inventor de la máquina neumática. En el experimento original los hemisferios eran muy grandes, por lo cual se necesitó emplear 16 caballos de tiro, 8 de cada lado, para separarlos.



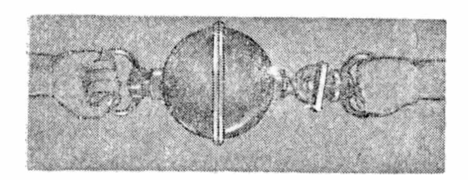


Fig. 237. — Hemisferios de Magdeburgo.

En hemisferios de 5 centímetros de radio, la superficie de un círculo máximo (πr^2) es igual, aproximadamente, a 80 cm², de donde, siendo la presión atmosférica de 1 kilogramo por centímetro cuadrado, se necesita tirar con una fuerza de 80 Kgr de cada lado para separarlos. Esto se logra, por el principio de acción y reacción, atando uno de los hemisferios a un muro y tirando del otro con una fuerza de 80 Kgr.

Extrayendo el aire de un recipiente cerrado con una membrana, de vejiga o de goma (fig. 238) ésta se rompe.

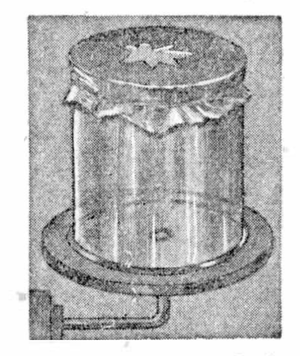


Fig. 238. — Rompevejigas.

Siendo la presión atmosférica de 1 Kgr por centímetro cuadrado, puede asegurarse que contra el dorso y la palma de una

mano se ejercen fuerzas superiores a los 100 Kgr. Si no notamos la acción de estas fuerzas tan grandes es porque existe en el interior de nuestro cuerpo una presión igual a la atmosférica. Por eso se siente un malestar especial si se asciende a una gran altura.

160. Variación de la presión atmosférica con la altura. — La tabla siguiente da las indicaciones de un barómetro a diversas alturas.

Altura	Presión	Altura	Presión
Nivel del mar	760 mm	1000 m	670 mm
100 m	750 „	1500 „	631 „
500 „	714 „	2000 „	594 „

La disminución de la columna barométrica con la altura, prueba en forma concluyente, que ella se sostiene por el peso del aire.

COMPRESIBILIDAD DE LOS GASES

161. Expansibilidad. — La propiedad de los gases merced a la cual éstos tienden a ocupar el mayor volumen posible se llama expansibilidad. Colocando en el interior de la campana de una máquina neumática una cámara de fútbol cerrada con algo de aire, se observa que su volumen aumenta al extraer el aire de la campana (fig. 239).

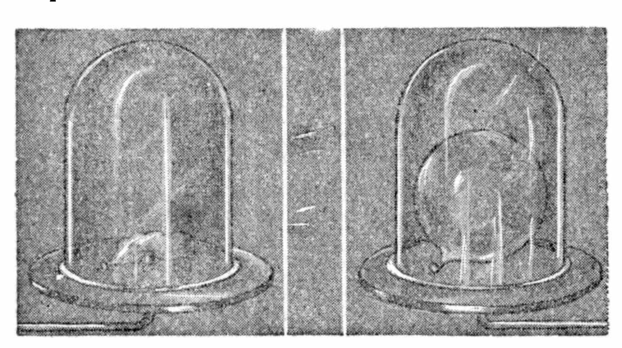


Fig. 239. — Expansibilidad.

162. Ley de Boyle y Mariotte. — BOYLE en 1661, y MARIOTTE 15 años más tarde, sin conocer los trabajos de aquél, comprobaron experimentalmente que *el volumen de una masa dada de gas, está en razón inversa de la presión que soporta, siempre que la temperatura se mantenga constante.*

Se puede comprobar esta ley experimentalmente con el dispositivo de la figura 240. En (a) se tiene en el tubo cilíndrico T cierto volumen de aire a la *presión atmosférica, puesto que coincide el nivel del mercurio del tubo con el nivel del mercurio de*

la ampolla A. En (*b*) la diferencia de nivel es de 76 cm; el aire encerrado en el tubo soporta ahora la presión de *dos atmósferas*: una proveniente del peso del aire que se ejerce sobre la ampolla, la otra originada por la diferencia de nivel de 76 cm de mercurio. *Se observa que el volumen se ha reducido a la mitad.* En (*c*) el volumen del aire encerrado en el tubo se ha hecho doble, pues la presión se ha reducido a la mitad ya que la diferencia de nivel entre el mercurio del tubo y el de la ampolla es de 38 cm.

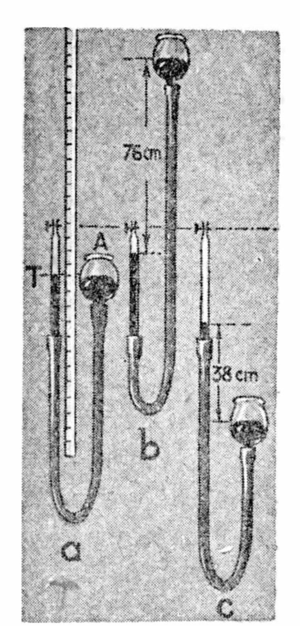


Fig. 240.—Ley de Boyle-Mariotte.

En el ejemplo que estamos considerando se ha supuesto que la presión atmosférica en el momento de la experiencia es de 76 cm de mercurio. Naturalmente, que tubo y ampolla deben comunicarse con un tubo flexible de goma resistente. También puede verificarse esta ley con un tubo de vidrio en forma de U (fig. 241), con una rama corta, cerrada y otra rama larga, abierta. La presión que soporta el gas encerrado en la rama corta es igual a la atmosférica más la diferencia de nivel entre el mercurio de ambos tubos. Se agrega mercurio por la rama larga y se lee en la escala el volumen calculándose la presión correspondiente.

Fig. 241. — Tubo de Mariotte.

Si llamamos V y V' a dos volúmenes de la misma masa gaseosa que están a la misma temperatura y que corresponden a las presiones P y P' se comprueba que se cumple:

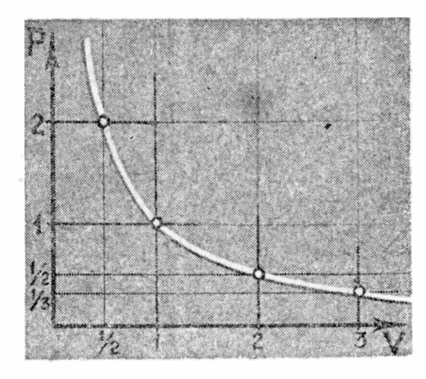


Fig. 242. — Ley de Boyle - Mariotte.

$$\frac{V}{V'} = \frac{P'}{P}; \quad \text{o sea:} \quad PV = P'V' = \text{constante.}$$

163. Representación gráfica. — Representemos en el eje de las abscisas el volumen y en el de las ordenadas la presión (fig. 242).

Suponiendo que a la presión de una atmósfera tengamos un volumen de un litro se tendrán los siguientes valores:

Volumen	Presión	Presión × Volumen
1 litro	1 atmósfera	1 litro atmósfera
2 "	$^1/_2$ "	1 " "
3 "	$^1/_3$ "	1 " "
4 "	$^1/_4$ "	1 " "
$^1/_2$ "	2 "	1 " "
$^1/_3$ "	3 "	1 " "

Cada par de valores está representado en la gráfica por un punto. Uniendo los distintos puntos se obtiene una curva que se llama *hipérbola equilátera.* A una presión infinita corresponde un volumen cero; y a una presión igual a cero un volumen infinito.

Veremos en su oportunidad que la ley de BOYLE y MARIOTTE no se cumple con exactitud.

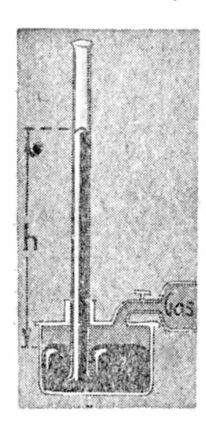


Fig. 243. — Manómetro de aire libre.

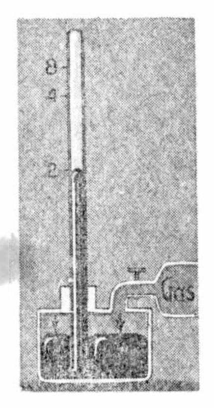


Fig. 244. — Manómetro de aire comprimido.

164. Manómetros. — Son aparatos que sirven para medir la presión de un gas o vapor. La figura 243 representa un esquema del *manómetro de aire libre.* Un tubo abierto, en comunicación con el aire atmosférico, comunica por uno de sus extremos con un recipiente cerrado que contiene mercurio. Este recipiente se hace comunicar, por medio de un tubo apropiado provisto de una llave, con el recipiente que contiene el gas cuya presión desea conocerse. La altura *h*, alcanzada por el mercurio del tubo mide la *sobrepresión*, o sea el exceso de la presión del gas sobre la presión atmosférica. Para medir una sobrepresión de 10 atmósferas, con este manómetro, se requiere un tubo de casi 8 metros de longitud.

Para evitar dimensiones tan grandes se utilizan *manómetros de aire comprimido* (fig. 244). El tubo es cerrado en lugar de abierto.

Se le gradúa teniendo en cuenta la ley de Boyle y Mariotte.

Para presiones altas las divisiones están muy juntas disminuyendo así la precisión de las medidas. Se construyen también manómetros metálicos de diversos tipos.

La figura 245, representa uno de ellos consistente en un tubo de metal arqueado que tiende a enderezarse al aumentar la presión interior. El movimiento del tubo se amplifica convenientemente y se transmite a una aguja que recorre un cuadrante, que se ha graduado por comparación con un manómetro de aire libre o comprimido. Hay también manómetros de émbolo provistos de resorte, como los usados para medir la presión del aire de los neumáticos de autos, etc.

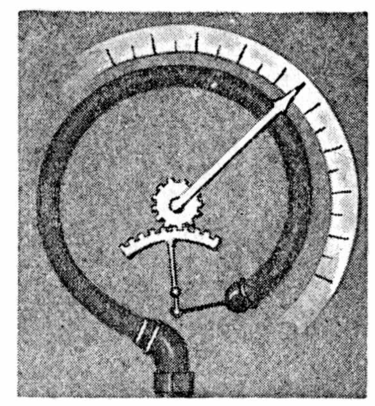


Fig. 245. — Manómetro metálico.

APLICACIONES

165. **Bombas hidráulicas.** — La figura 246 representa en esquema una bomba aspirante de las que se utilizan para elevar el agua de pozos manantiales. Al subir el émbolo, la válvula 1 se abre y la 2 se cierra sucediendo lo inverso cuando aquél baja. La presión atmosférica A, que actúa sobre el nivel del líquido del pozo, es la que hace que ascienda el agua por el tubo. Si en lugar de agua se tratara de extraer mercurio con una bomba de esta clase, la elevación máxima que se podría lograr sería de 76 cm. En las bombas aspirantes el agua puede subir como máximo: $0{,}76 \times 13{,}6 = 10{,}33$ m. Las bombas comunes, debido a defectos inevitables, consiguen elevar el agua a sólo siete u ocho metros.

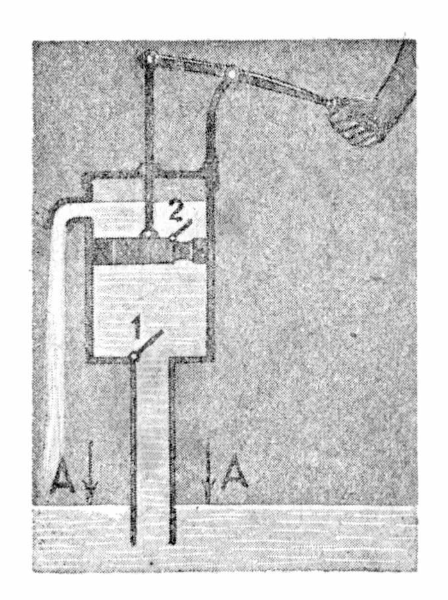


Fig. 246. — Bomba aspirante.

Los antiguos, que desconocían la existencia de la presión atmosférica, explicaban el funcionamiento de estas bombas diciendo que la naturaleza sentía "*horror por el vacío*". Debido a ese horror el agua se precipitaba al cuerpo de bomba cuando se levantaba el émbolo,

evitando así que quedara vacío. GALILEO, fué preguntado en cierta ocasión sobre la causa que hacía que el agua subiera por el tubo de aspiración sólo hasta cierta altura, como si el *horror al vacío* tuviera un límite. Indicó entonces con claridad que el problema podría resolverse sólo en base a nuevos experimentos y no por simples razonamientos como hubiera pretendido hacerlo la escuela aristotélica. Ya sabemos cómo su discípulo, TORRICELLI, resolvió el problema descubriendo la existencia de la presión atmosférica.

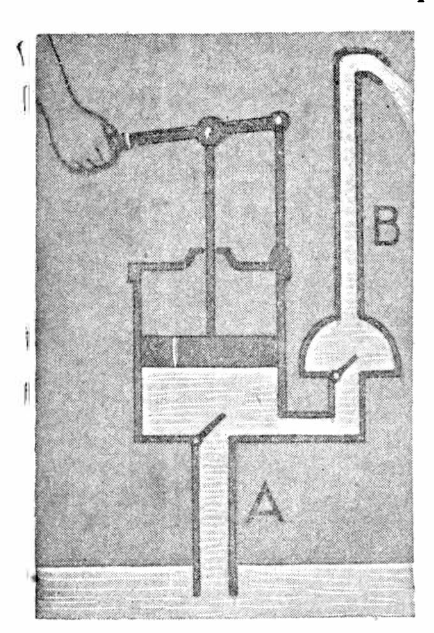


Fig. 247. — Bomba aspirante - impelente.

Bomba aspirante - impelente. — Es la representada en la figura 247. El tubo de aspiración *A* puede tener 6 ó 7 metros de longitud; el *B* puede tener una altura cualquiera. Por este tubo sube el agua cuando baja el émbolo. Cuanto mayor sea la altura del tubo *B* mayor tendrá que ser la fuerza que se debe ejercer sobre el pistón. Cualquiera sea el tipo de bomba empleada, el *trabajo que se realiza es igual al peso del agua que se extrae por la altura a la cual se eleva.* A este trabajo debe agregarse todavía el que se gasta para vencer las fuerzas de rozamiento y el que corresponde a la energía cinética del agua en el tubo de salida.

Para lograr una salida continua del líquido en una bomba impelente se hace que el agua entre a una cámara de aire *C* (fig. 248). En esta forma el agua asciende por el tubo de salida aun durante el tiempo en que el émbolo sube, debido a la presión del aire de la cámara. Este tipo de bomba es la llamada de incendios. En las figuras hemos representado siempre las válvulas abiertas para mayor claridad.

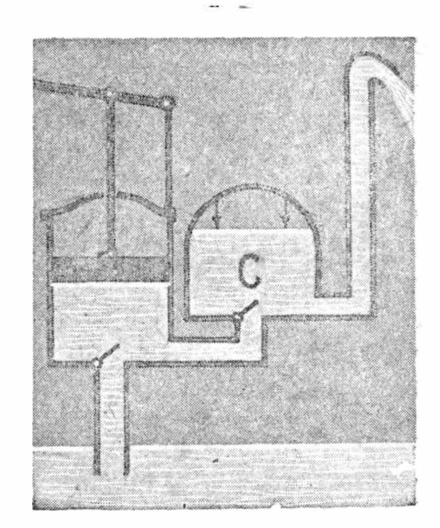


Fig. 248. — Bomba con cámara de aire C.

Bombas rotatorias. — La figura 249 representa una bomba centrífuga. Ésta consiste en una caja de fundición con dos aberturas:

una en el centro conectada al tubo de aspiración; la otra en la periferia unida al tubo de elevación. En el interior de la caja giran a gran velocidad *álabes* de forma especial. Estos tipos de bombas son accionados por motores eléctricos. Por efecto de la fuerza centrífuga el agua se dirige a la periferia formándose en el centro un vacío. La presión atmosférica que se ejerce en el depósito hace subir al agua por el tubo de aspiración. La presión que hace subir al agua por el tubo de elevación depende de la fuerza centrífuga, que aumenta al aumentar la velocidad de giro.



Fig. 249. — Bomba centrífuga.

166. **Sifón.** — Sean dos vasos *A* y *B* que contienen un mismo líquido (fig. 250). Comuniquemos ambos vasos por un tubo que *hemos llenado previamente con el mismo líquido.* Se observa entonces que el líquido pasa en forma continua del vaso de mayor nivel al otro.

Supongamos para fijar ideas que el líquido en cuestión tiene una densidad tal que si fabricáramos con él un barómetro, la altura barométrica sería igual a 10 m, que es aproximadamente el caso del agua. Supongamos que la diferencia de nivel entre el punto más alto del sifón, *P*, y el vaso *A* sea de 1 m y entre *P* y *B* 2 m. La presión en *P* transmitida por el líquido del tubo 1 y que actúa de izquierda a derecha será igual a la atmosférica que se ejerce sobre *A* menos la diferencia de presión entre *P* y *A*; es decir $10 - 1 = 9$. Análogamente la presión en *P* que actúa de derecha a izquierda es $10 - 2 = 8$. Luego:

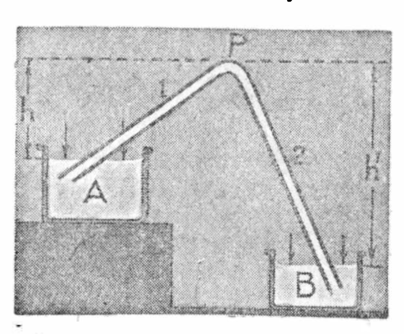


Fig. 250. — Sifón.

Presión en *P* → equivale a 9 m.
Presión en *P* ← equivale a 8 m.

El líquido en *P* se moverá entonces de izquierda a derecha siendo la diferencia de presión que lo impulsa igual a 9 menos 8 igual a 1 m.

Esta diferencia de presión está medida entonces por la diferencia de nivel entre ambos vasos: 2 — 1 = 1.

En general si es H la altura barométrica de ese líquido se tendrá:

Presión en $P \rightarrow H - h$.
Presión en $P \leftarrow H - h'$.
Diferencia $\rightarrow h' - h$.

Si el líquido fuera mercurio, h fuera igual a 1 m y $h' = 2$ m, el sifón no funciona pues la columna mercurial se rompe (fig. 251).

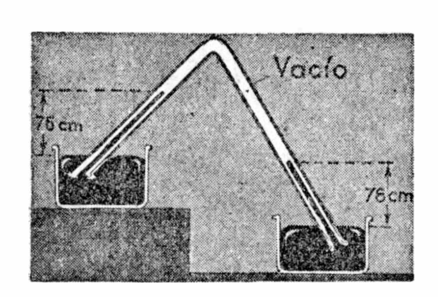


Fig. 251.

En el vacío ocurrirá lo propio con cualquier líquido. Sin embargo tomando ciertas precauciones puede hacerse funcionar un sifón en el vacío o a una presión inferior a la equivalente a la altura h. Esto se debe a que los líquidos pueden soportar ciertas *tracciones*. El funcionamiento del sifón en el vacío sería análogo al rodar de una cadena pesada (fig. 252). El papel que desempeña la presión atmosférica en el funcionamiento del sifón es, fundamentalmente, el evitar la rotura de la columna líquida del tubo de comunicación.

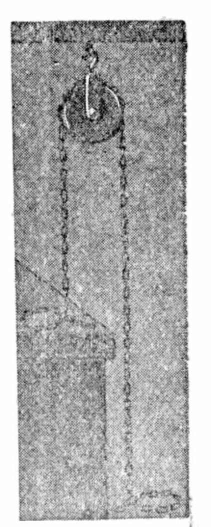


Fig. 252. — "Sifón".

El tubo más largo del sifón, no es necesario que se introduzca en el líquido del vaso B; basta para que el sifón funcione que la salida del líquido tenga lugar a un nivel inferior al del vaso A.

Para *cargar* el tubo inicialmente es suficiente con aspirar con la boca por el extremo de la rama larga.

Fig. 253. — Vaso de Tántalo.

La figura 253 representa el llamado *vaso de Tántalo*. Al echar agua en el vaso, ésta comienza a salir recién cuando el tubo está cargado o sea cuando el agua alcanza el nivel correspondiente a la parte superior del tubo.

A partir de este momento el agua continúa saliendo hasta alcanzar el nivel de la embocadura interior del tubo. Las fuentes intermitentes que se encuentran en la naturaleza, son algo así como vasos de Tántalo naturales.

BOMBAS NEUMÁTICAS

167. Bomba de Otto de Guericke. — La bomba o máquina neumática inventada por GUERICKE en 1650 consiste esencialmente en una bomba aspirante que extrae aire de un recipiente cerrado *R* consiguiendo así disminuir la presión en el mismo (fig. 254). Al bajar el émbolo la válvula 1 se cierra y la 2 se abre, permitiendo el paso de aire del cuerpo de bomba al exterior. Al subir el émbolo pasa parte del aire de *R* al cuerpo de bomba y así sucesivamente. Supongamos para fijar ideas que el volumen de *R* más el volumen del tubo de comunicación sea igual a un litro, siendo también 1 litro el volumen interior del cilindro del cuerpo de bomba cuando el émbolo se halla en la parte superior. Supongamos que inicialmente se encuentre el émbolo en la parte inferior siendo la presión del aire en *R* igual a una atmósfera. Al elevar el pistón el aire de *R* ocupará ahora el volumen de 2 litros y la presión será de $^1/_2$ de atmósfera de acuerdo a la ley de BOYLE y MARIOTTE. Al bajar el émbolo, como se cierra la válvula 1 el aire de *R* seguirá a la presión de $^1/_2$ atmósfera, presión que se reducirá a $^1/_4$ al elevar el émbolo por segunda vez. Si la construcción de la máquina fuera perfecta las presiones sucesivas serían:

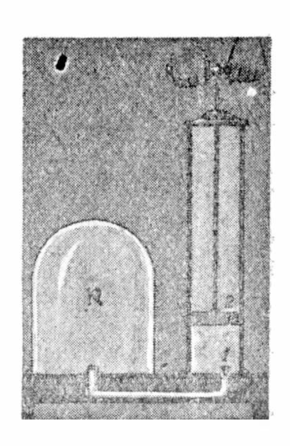


Fig. 254. — Máquina neumática.

$$1;\quad 1/2;\quad 1/4;\quad 1/8;\quad 1/16\ldots$$

con lo cual podría alcanzarse una presión tan baja como se quisiera. Pero el émbolo es imposible que se ajuste exactamente a la cara inferior del cilindro. Supongamos que quede entre ambas caras un espacio cuyo volumen sea igual a un milésimo de litro: 1 cm³. El aire de este espacio, llamado *espacio perjudicial*, se encontrará a la presión atmosférica cuando el émbolo se encuentre en la posición más baja. Este aire tendrá una presión de un milésimo de atmósfera al encontrarse el émbolo en la parte superior. En este caso la presión mínima que se podría lograr con la máquina sería de un milésimo de atmósfera = 0,76 milímetros de mercurio.

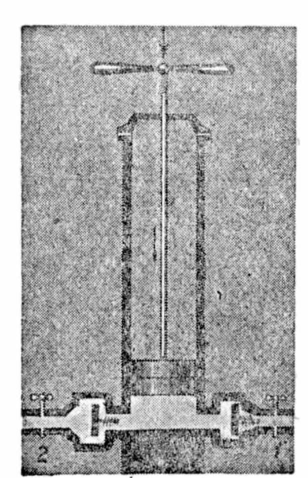


Fig. 255.—Bomba de vacío y compresión.

La figura 255 representa una bomba que aspira el aire por 1 y lo comprime por 2. Es al mismo tiempo una bomba de vacío y de compresión.

Otros tipos de bombas. — La figura 256 representa un corte de una bomba rotativa a paletas. Éstas por la acción de resortes apropiados se apoyan constantemente contra la cara interior de un cilindro cuyo eje no coincide con el eje de giro *O*. Al girar la máquina, accionada por un motor en el sentido de la flecha aspira el aire por 1, ya que el espacio *H* aumenta de volumen, y lo expele por 2.

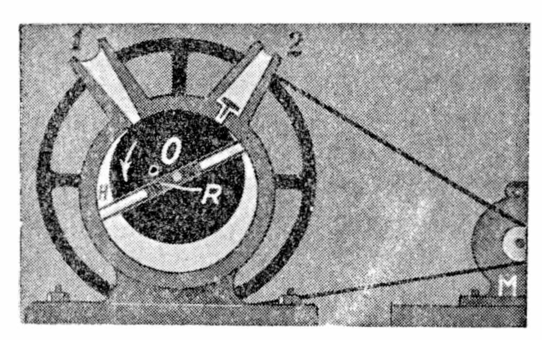


Fig. 256. — Bomba de Gaede.

Con una bomba de esta clase puede lograrse una presión de sólo un centésimo de milímetro de mercurio.

Existen otros tipos de bombas con las cuales se alcanzan presiones inferiores al millonésimo de milímetro de mercurio.

La técnica del vacío es en la actualidad de suma importancia: las ampollas de rayos X, las lámparas eléctricas, las empleadas en la radiotelefonía, etc., requieren para su funcionamiento un "vacío elevado" o sea una presión muy pequeña.

La medida de presiones muy pequeñas se logra disminuyendo el volumen en forma conocida. Si el volumen se reduce a la diez mil ava parte del primitivo y es entonces la presión igual a un milímetro de mercurio, la presión primitiva era de un diez milésimo de milímetro de mercurio. En este principio se basa el manómetro de MAC-LEOD.

PROBLEMAS

1. *¿Qué altura tendría la columna líquida en un barómetro de agua?*

$$H = 76 \text{ cm} \times 13{,}6 = 1033 \text{ cm} = 10{,}33 \text{ m}.$$

2. *Un buzo efectúa el experimento de Torricelli debajo del agua, a una profundidad de 5 m. Ese día la presión atmosférica es de 76 cm de mercurio. ¿Qué altura tendrá la columna barométrica en esas condiciones?*

$$H = 76 \text{ cm} + \frac{500 \text{ cm}}{13{,}6} = 112{,}8 \text{ cm}.$$

3. *El buzo anterior llevó consigo unos hemisferios de Magdeburgo de 10 cm de radio, llenos de aire a la presión atmosférica. ¿Qué fuerza habrá tenido que hacer para separarlos?*

$$F = \pi R^2 h\rho = 314 \text{ cm}^2 \ 500 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2} = 157 \text{ Kgr.}$$

4. *Se han instalado tres laboratorios: uno a los 45º de latitud. otro en el Polo y otro en el Ecuador.*

Tienen barómetros metálicos idénticos, que han sido graduados a la latitud de 45º. Los experimentadores observan en el interior de recintos que están a la misma temperatura. Se comunican telegráficamente sus observaciones que resultan ser en un momento dado las siguientes:

	INDICACIONES DEL	
	Barómetro metálico	Barómetro de mercurio
En el Polo	76,0 cm	75,8 cm
A los 45º	76,0 „	76,0 „
En el Ecuador	76,0 „	76,2 „

¿Cómo se explican estas diferencias de los barómetros de mercurio?

El *peso específico* del mercurio es tanto mayor cuanto mayor es g. Por eso en el polo a la misma presión corresponde una altura menor.

5. *¿Cuánto pesa un litro de aire a la presión de 100 atmósferas?*

$$1{,}293 \times 100 = 129{,}3 \text{ gramos;}$$

porque equivalen a 100 litros a la presión de una atmósfera. (Ley de BOYLE).

6. *El émbolo de una bomba aspirante-impelente tiene una sección de 20 cm². ¿Qué fuerza debe ejercerse sobre él para elevar el agua por el tubo de salida a una altura de 15 m?*

La presión del agua es 1,5 Kgr/cm². La fuerza será:

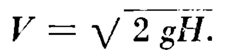
$$F = 1{,}5 \times 20 = 30 \text{ Kgr.}$$

HIDRODINÁMICA

La hidrodinámica se ocupa del movimiento de los flúidos. El problema de la resistencia del aire (78) es un problema de hidrodinámica, en particular de aerodinámica.

168. Teorema de Torricelli. — Se refiere a la velocidad con que sale un líquido por un orificio practicado en la pared de un vaso (fig. 257).

Esta velocidad puede medirse midiendo la distancia x alcanzada por el chorro de agua y la altura Y del orificio. Si llamamos H a la distancia vertical que separa el nivel del líquido del centro del orificio, la velocidad V con que sale el líquido es:



$$V = \sqrt{2\,gH}.$$

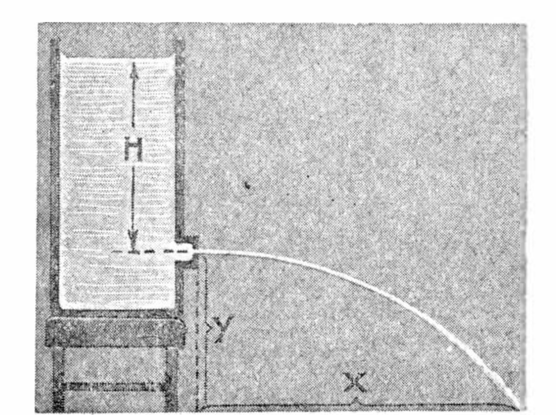


Fig. 257. — Teorema de Torricelli.

Esta fórmula, que es la expresión del teorema de Torricelli, se puede demostrar fácilmente. Al salir por el orificio una masa m, el nivel del líquido baja algo. Todo sucede, desde el punto de vista de la energía, como si la masa m hubiera pasado desde el nivel del líquido al del orificio. La energía potencial mgH se transforma en energía cinética: $1/2\ mV^2$; de donde se obtiene igualando ambas expresiones la fórmula escrita más arriba. Esta fórmula es válida siempre que la sección del orificio sea muy pequeña con respecto a la sección del vaso, para poder considerar al agua de éste como inmóvil: con energía cinética cero.

Gasto. — Si la velocidad de salida del líquido es V y la sección es S, la cantidad de líquido Q que sale por segundo es:

$$Q = SV.$$

Esto vale en el supuesto de que las partículas líquidas tuvieran la misma velocidad en todos los puntos de la sección considerada.

Experimentalmente se constata que la cantidad de líquido que sale es menor que la calculada por la fórmula anterior. Ello se debe a que la velocidad de salida del líquido en los bordes del orificio es menor que en el centro, debido al rozamiento.

Se origina así una contracción de la vena líquida. Si indicamos por $\overline{V}$ el promedio de las velocidades del líquido en la sección S del orificio, y llamamos V' a la velocidad que adquiere el líquido a poco de salir del orificio, cuando adquiere la sección contraída S', se tendrá:

$$S\overline{V} = S'V'.$$

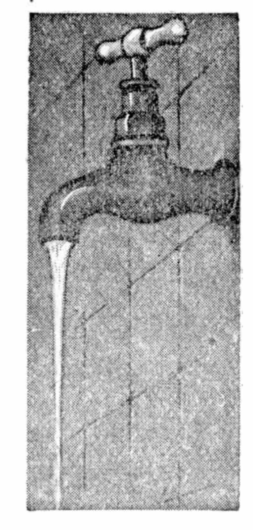


Fig. 258. — Vena líquida.

Cuando se trata de un chorro de líquido vertical (fig. 258) la sección va disminuyendo en forma continua *debido al aumento de velocidad.* La constancia del producto SV, llamado gasto, explica el aumento de velocidad que experimenta un líquido en movimiento al pasar por una sección estrecha. El movimiento de un líquido se dice que es *estacionario* cuando en cualquier punto fijo con respecto a las paredes del tubo, la velocidad del líquido se mantiene constante en magnitud y dirección. Es el caso del chorro de la figura 258, que parece una varilla de vidrio. Cuando en un mismo punto la velocidad del líquido que va pasando, varía en magnitud o dirección, se dice que se trata de un movimiento turbulento.

PROBLEMAS

1. *Demuéstrese* (fig. 257) *que la distancia* x *alcanzada por el chorro de agua, siendo vertical la pared del orificio, es*:

$$x = 2\sqrt{HY}.$$

Llamando t al tiempo empleado en la caída del agua desde su salida del orificio, lo que hace en dirección horizontal y con velocidad V, se tendrá:

$$x = Vt; \qquad Y = \frac{1}{2}gt^2;$$

pues en la dirección x el movimiento es uniforme y en el sentido vertical uniformemente acelerado. Eliminando t en las ecuaciones anteriores resulta:

$$x = V\sqrt{\frac{2Y}{g}}; \quad \text{y por ser:} \quad V = \sqrt{2gH},$$

resulta:

$$x = 2\sqrt{HY}.$$

2. *Dígase si la figura 257 está bien hecha.* Midiendo resulta: $H = 20$ mm; $Y = 16$ mm, de donde x debe ser:

$$x = 2\sqrt{HY} = 2\sqrt{20 \times 16} = 36 \text{ mm}.$$

En la figura, x es igual a 33 mm; la diferencia de 3 mm corresponde a un error del 10 %. Pero este error no debe ser atribuído al dibujante: se tuvo en cuenta *la resistencia del aire* que hace que x sea inferior en un 10 % al valor teórico.

CAPÍTULO XII

FUERZAS MOLECULARES

169. Elasticidad. — Por la acción de fuerzas exteriores se consigue hacer variar la forma o el volumen de todos los cuerpos. Si las fuerzas dejan de obrar, algunos cuerpos continúan deformados: se dice que son *plásticos*. Ejemplo: *la masilla.*

Si estiramos una goma o arqueamos una varilla de acero, la goma recupera su longitud primitiva cuando cesa la *fuerza de tracción*, y la varilla vuelve a recuperar su forma anterior cuando deja de actuar la fuerza. Se dice que estos cuerpos son elásticos.

Los gases son también elásticos: si se aumenta la presión disminuye el volumen, y si cesa de actuar el aumento de presión, recupera el gas su volumen primitivo.

Los líquidos también son elásticos, pero en ellos se requieren grandes aumentos de presión para producir pequeñas variaciones de volumen.

Gases y líquidos son elásticos en cuanto al volumen, pero no en cuanto a la forma.

Los sólidos en cambio son, en general, elásticos respecto al volumen y a la forma. Un cuerpo que ofrezca gran resistencia al cambio de forma, se dice que es muy rígido; ejemplo: el acero.

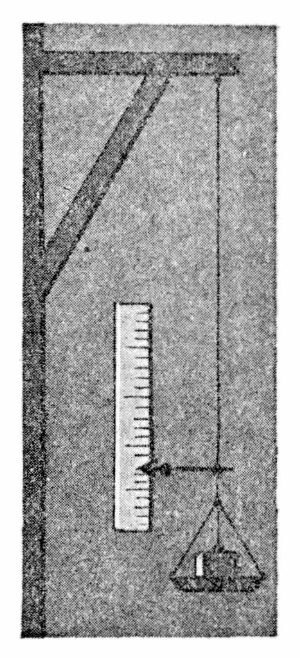


Fig. 259. — Tracción.

Tracción. — Sea un alambre fijo en un extremo y sometido en el otro a la acción de una fuerza, en la forma que indica la figura 259. Colocando pesos diversos en el platillo se observa que el alambre se alarga. Dentro de ciertos límites, retirando los pesos, el alambre recupera su longitud primitiva. Si los pesos hubieran sido excesivamente grandes el alambre no volvería del todo a recuperar su longitud anterior. Este curioso fenómeno es como una especie de "*memoria de la materia*". Cuando el alambre vuelve, al sacar los pesos, a tener su longitud primitiva, se dice que se está dentro de

los límites de elasticidad perfecta. Dentro de estos límites, se comprueba que se cumple esta sencilla ley:

Ley de Hooke (1635-1722). — *El alargamiento* (Δl) *es proporcional a la fuerza que lo produce* (P), *a la longitud del hilo* (l) *y está en razón inversa de la sección* S *del mismo.*

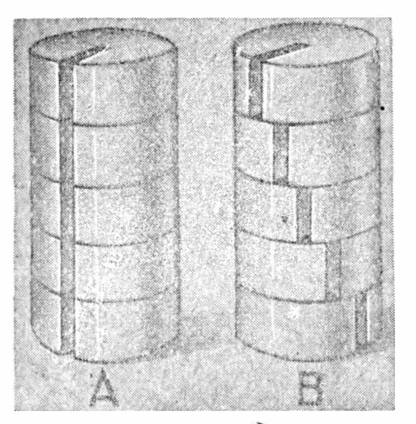


Fig. 260. — Deslizamiento.

Claro está que dos alambres de igual sección y longitud, cargados con igual peso, experimentarán diferente alargamiento si son de materiales distintos. Cada material está caracterizado por cierta constante, llamada *módulo de elasticidad por tracción o módulo de Young*. Designando al módulo por E la ley de Hooke se expresa así:

$$\Delta l = \frac{1}{E}\,\frac{Pl}{S}.$$

EJEMPLO. — Hallar el valor del módulo E del hierro, sabiendo que un alambre de ese metal de 4 m de longitud y 2 milímetros cuadrados de sección, experimenta un alargamiento de 1 milímetro con una carga de 10 Kgr.

Obtenemos despejando E:

$$E = \frac{Pl}{S\Delta l} = \frac{10 \text{ Kgr}}{2 \text{ mm}^2} \times \frac{4000 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} =$$

$$20\,000 \frac{\text{Kgr}}{\text{mm}^2}.$$

Se acostumbra expresar el módulo E en kilogramos sobre milímetros cuadrados.

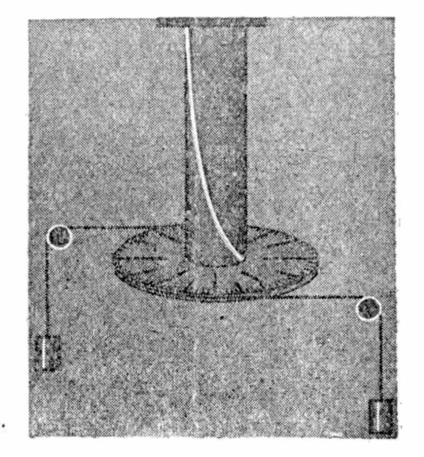


Fig. 261. — Torsión.

Torsión. — La figura 260 representa en A una serie de discos apilados. En B se han deslizado los discos de tal modo que las hendiduras están ahora formando una hélice. Para esto ha tenido que *deslizarse* un disco sobre otro. *En este deslizamiento no se ha producido cambio alguno de volumen.*

Exactamente lo mismo ocurre cuando se tuerce un alambre por medio de una cupla; el volumen no varía; las moléculas se *deslizan*

unas sobre otras. Se trata de un cambio de forma sin cambio de volumen. La medida de la torsión que experimenta un alambre de cierto material conduce al conocimiento de su *grado de rigidez*.

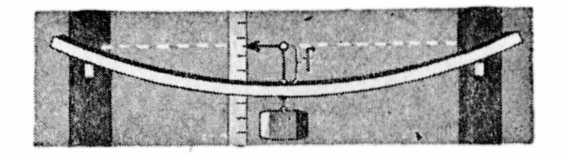


Fig. 262. — Flexión.

Para conocer por completo el comportamiento elástico de un material se debe estudiar cómo se comporta a la tracción y a la torsión. Hace falta saber además, para las aplicaciones, la *resistencia que opone el material a la ruptura.*

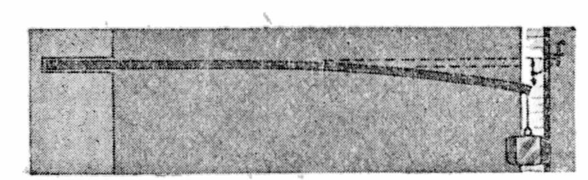


Fig. 263. — Flexión.

Flexión. — Es el caso de las figuras 262, 263 y 264. La deformación se mide por la "flecha" *f* indicada en las figuras. Las fibras de la parte convexa experimentan una dilatación; las de la parte cóncava una contracción. En cierta región intermedia existe una capa llamada neutra, que ni se estira ni se contrae. La flecha depende de la carga, del módulo de Young y de la forma de la sección de la barra.

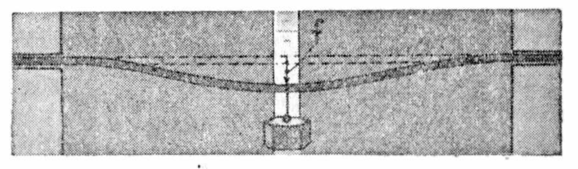


Fig. 264. — Flexión.

La flecha en vigas T o doble T (fig. 265) es relativamente muy pequeña, por eso se las utiliza en las construcciones. No hay inconveniente en adelgazar la parte central, porque allí se encuentra la región de las fibras neutras.

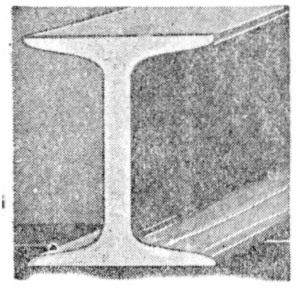


Fig. 265. — Viga doble T.

CHOQUE

170. Si una esfera elástica incide contra una pared plana se refleja. El punto donde choca se llama punto de incidencia (fig. 266). Al ángulo formado por la trayectoria inicial con la normal a la superficie se le llama *ángulo de incidencia* y al formado por la normal y la trayectoria seguida después del choque *ángulo de reflexión.*

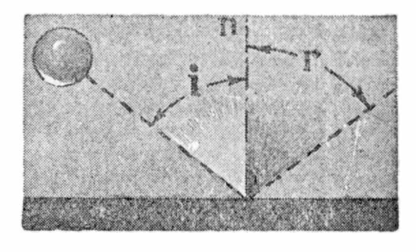


Fig. 266. — Choque

Experimentalmente se comprueba que ambos ángulos son iguales. Si se tiene una cantidad de bolitas iguales de marfil o de vidrio juntas y se golpea con otra bolita la de un extremo (fig. 267), se observa que la del otro extremo se mueve después del choque con una velocidad igual a la que tenía la bolita incidente. El impulso se ha transmitido a través de todas las esferas.

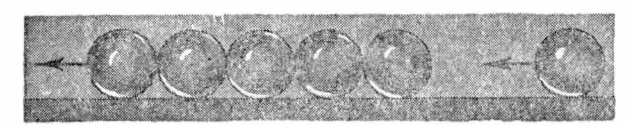


Fig. 267. — Choque.

Si en cambio se hacen chocar dos bolas de masilla, ambas continúan juntas en movimiento después del choque. En el caso de cuerpos elásticos la energía cinética total es igual antes y después del choque. Lo mismo ocurre con la cantidad de movimiento o impulso. En los cuerpos plásticos la cantidad de movimiento se conserva, pero parte de la energía cinética se emplea en trabajo de deformación.

CAPILARIDAD Y TENSIÓN SUPERFICIAL

171. Capilaridad. — En tubos de diámetro muy pequeño (capilares) que comunican entre sí se observa que el nivel alcanzado por el líquido en los diferentes tubos depende del diámetro de éstos y de la naturaleza del líquido. Los líquidos que mojan las paredes del tubo, como el agua, ascienden en tubos capilares (fig. 268); el mercurio, que no moja las paredes, desciende (fig. 269).

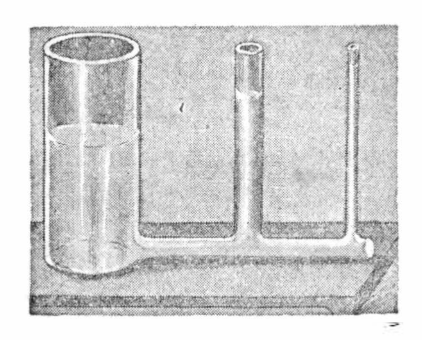


Fig. 268. — Capilaridad.

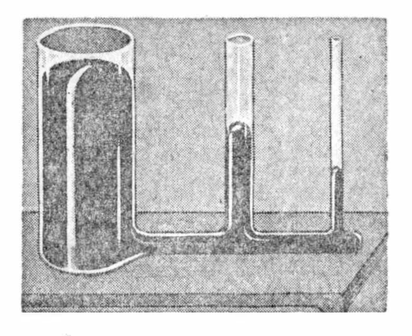


Fig. 269. — Capilaridad.

En el caso del agua el *menisco es cóncavo* y en el del mercurio *convexo*.

El *ascenso* o *descenso* de un líquido por un tubo capilar no depende del material de que está hecho el tubo y es tanto mayor cuanto menor es el diámetro del mismo.

Son fenómenos capilares los que hacen posible la acción del papel secante, y en parte es por capilaridad que asciende la savia en las plantas.

Tensión superficial. — Una pequeña porción de líquido adquiere la forma de una esfera. La formación de gotas revela que la superficie de los líquidos se comporta como una *membrana elástica* cuya superficie tiende a ser lo menor posible. A causa de la tensión superficial puede hacerse flotar una hoja de acero en el agua (fig. 270) y ciertos insectos pueden caminar por esto sobre su superficie. Las pompas de agua de jabón muestran en forma clara la existencia de esta tensión. Introduciendo modelos de alambre en agua de jabón se obtienen curiosas formas de delgadas películas líquidas que se extienden entre los alambres, de tal modo, que *la superficie de ellas es siempre un mínimo.*

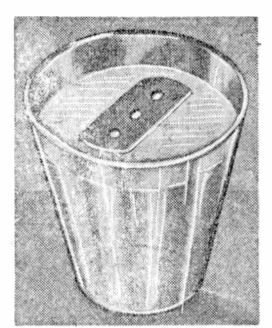


Fig. 270. — Tensión superficial.

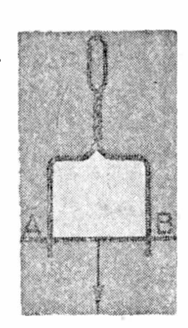


Fig. 271.

En el caso de la figura 271 el alambre AB tiende a subir porque la película líquida del cuadro tiende a contraerse.

Supongamos que la longitud AB del alambre sea de 3 cm y que la fuerza que tiende a hacerlo subir sea de 6 gramos. Esta fuerza de 6 gramos, provendrá de una fuerza de 3 gramos de la cara anterior de la película líquida y otra de 3 gramos de la cara posterior. *En cada centímetro de longitud se ejercerá* entonces una fuerza de un gramo. *Se llama tensión superficial de un líquido al cociente entre la fuerza y la longitud en que ella actúa.* En el ejemplo anterior la tensión superficial es:

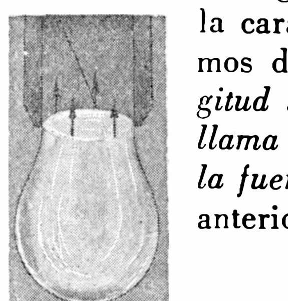


Fig. 272.

$$\alpha = \frac{F}{l} = \frac{6\ \text{gr}}{6\ \text{cm}} = 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}}.$$

Medida de la tensión superficial. — De un orificio de 2 mm de diámetro salen gotas de agua (fig. 272). El peso de 100 gotas es de 5 gramos. Una gota pesa entonces 0,05 gr. La longitud de la circunferencia del orificio es $\pi \times 0{,}2 = 0{,}63$ cm. Si llamamos α la tensión superficial, por ser la fuerza que sostiene

a la gota igual a su peso en el momento en que se desprende, se tendrá:

$$\alpha = \frac{0{,}05}{0{,}63} = 0{,}08 \frac{\text{gramo - peso}}{\text{cm}}.$$

Éste es justamente el valor de la tensión superficial del agua.

Explicación de la capilaridad. — Sea r el radio del tubo capilar (fig. 273) y consideremos el caso de un líquido que moja las paredes del tubo. De la definición de α, surge que la fuerza es igual al producto de la tensión por la longitud, que en este caso es $2\pi r$:

$$F = 2\pi r \alpha.$$

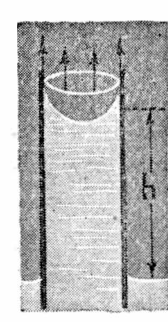


Fig. 273.

Esta fuerza que actúa hacia arriba debe equilibrar al peso de la columna líquida del tubo.

Siendo ρ el peso específico del líquido, el peso de la columna líquida será igual a su volumen por ρ, o sea:

$$P = \pi r^2 h \rho.$$

De aquí:

$$\pi r^2 h \rho = 2\pi r \alpha; \quad \text{de donde:} \quad h = \frac{2\alpha}{r\rho}.$$

Esta última fórmula expresa las leyes de JURIN: *La altura a que asciende un líquido en un tubo capilar es proporcional a su tensión*

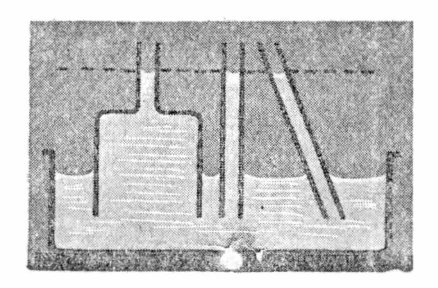


Fig. 274. — Tubos capilares.

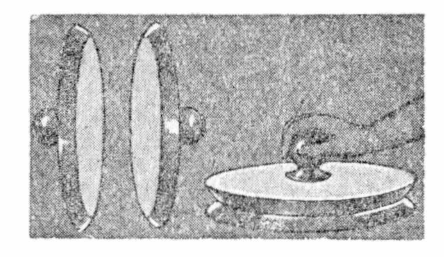


Fig. 275. — Adherencia.

superficial y está en razón inversa del radio del tubo y del peso específico del líquido.

Aplicando la fórmula anterior, con el valor que ya conocemos para la tensión superficial del agua, resulta que ésta asciende 16 milímetros por un tubo de un milímetro de radio. Estos 16 milímetros miden la diferencia de nivel, y deben contarse verticalmente (fig. 274).

172. Acciones moleculares. Adherencia. Viscosidad. — Los fenómenos que estamos estudiando en este capítulo revelan la existencia de fuerzas que actúan entre las moléculas de un cuerpo. Hasta ahora no se ha encontrado una ley que exprese estas fuerzas, llamadas en general de *cohesión*.

Se llama *adherencia* al fenómeno que revela las acciones de fuerzas entre dos superficies pulidas de cuerpos distintos. La fig. 275 muestra la adherencia entre dos discos de vidrio y la figura 276 entre una lámina de vidrio y la superficie del agua. Las acciones moleculares en líquidos y gases hacen que éstos sean algo *viscosos*, es decir que ofrezcan cierta resistencia al deslizamiento de unas capas sobre otras. La viscosidad es una especie de roce interno. En los lubricantes tiene gran importancia el grado de *viscosidad*.

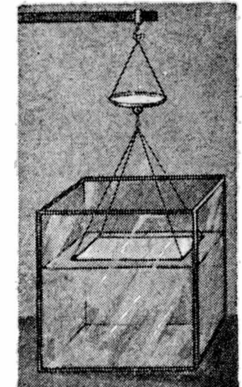


Fig. 276. — Adherencia.

PROBLEMAS

1. *Siendo el módulo de Young para el cobre igual a 10 000 kilogramos sobre milímetro cuadrado, calcular el alargamiento de un alambre de ese material de 1 m de longitud y 5 mm² de sección cargado con una pesa de 20 Kgr.*

$$\Delta l = \frac{20}{10\,000}\ \frac{1000}{5} = 0{,}4 \text{ mm.}$$

2. *Hallar la tensión superficial de un líquido que asciende 20 milímetros en un tubo de 0,5 mm de radio, siendo su peso específico igual a 0,8 gr/cm³.*

$$\alpha = \frac{hr\rho}{2} = 0{,}04 \frac{\text{gr}}{\text{cm}}.$$

CAPÍTULO XIII

ACÚSTICA

173. Movimiento oscilatorio y naturaleza del sonido. — Ya hemos estudiado las características principales del movimiento oscilatorio, habiendo definido la *elongación, la amplitud, el período* y *la frecuencia* (125). A este movimiento se le llama también *movimiento vibratorio.* Es fácil constatar que todos los cuerpos que emiten sonido están en vibración. La cuerda de una guitarra *se ve vibrar* y el sonido se extingue cuando se la sujeta. En algunos casos la amplitud de la vibración es tan pequeña que no se distingue a simple vista, pero puede siempre ser revelada por medios especiales. Si se golpea con un martillo de goma un *diapasón* (fig. 277), consistente en una barra de acero en forma de U, se percibe un sonido, y acercando a cualquiera de las ramas un péndulo liviano se observa que éste es golpeado por el diapasón. Si se pasa un arco de violín por el borde de una placa de acero sujeta en el centro (figs. 278 y 279) ésta emite un sonido y se observa, colocando arena sobre la placa, que los granitos saltan en algunos puntos. La vibración de una placa es muy complicada. Algunas regiones, *líneas nodales*, permanecen sin vibrar. En ellas se acumula la arena formándose así curiosas figuras cuya forma depende del lugar donde se pasa el arco y de los puntos de la placa que se mantienen fijos. Por estos puntos deben pasar forzosamente líneas nodales. Éstas son las figuras de CHLADNI (1756 - 1827).

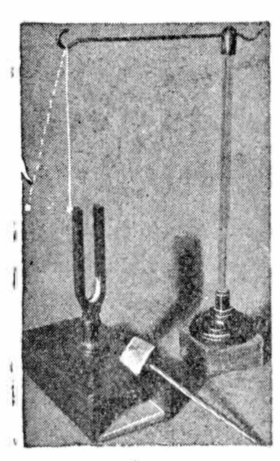
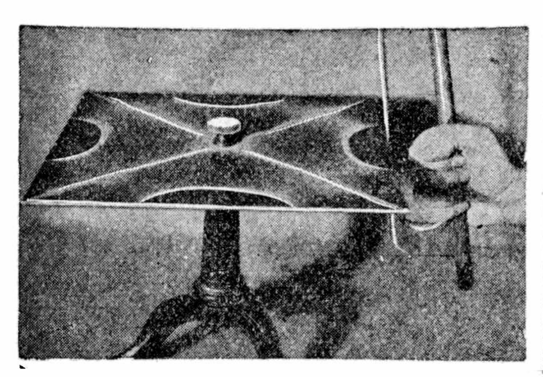
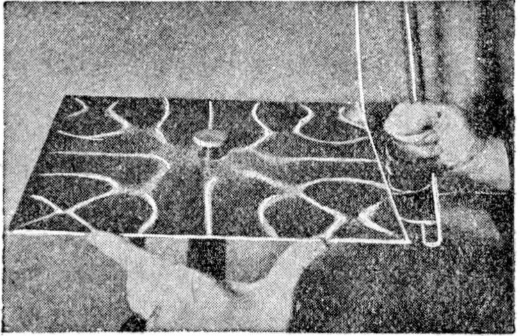


Fig. 277. — Vibraciones de un diapasón.

En un tubo sonoro (fig. 280) se comprueba que el aire del interior vibra con sólo colocar en su interior un platillo con arena. En algunas regiones los granos de arena saltan, en otras permanecen fijos.

174. Caracteres del sonido. — La tecla de un piano puede tocarse suavemente o con fuerza; en este último caso se percibe un sonido más *intenso*. Lo mismo ocurre al golpear un diapasón.





Figs. 278 y 279. — Vibración de placas. Figuras de Chladni.

Cuando la amplitud de las vibraciones aumenta, la intensidad del sonido percibido es mayor.

Además de la intensidad un sonido se caracteriza por la altura: el sonido puede ser agudo o grave; o lo que es lo mismo alto o bajo. *La altura depende de la frecuencia,* o sea del número de vibraciones que se efectúen por segundo. Colocando una tarjeta en el borde de una rueda dentada (fig. 281) se produce un sonido tanto más alto cuanto mayor sea la velocidad de la rueda, o lo que es lo mismo, cuanto mayor sea el número de dientes que por segundo golpean la tarjeta.

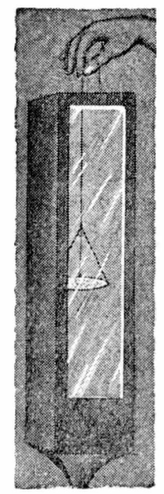


Fig. 280. — Vibración del aire.

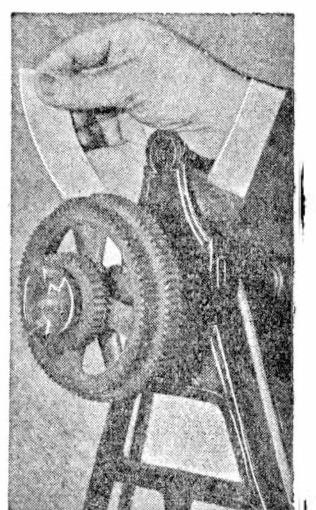


Fig. 281. — Altura y frecuencia.

En la sirena de CAGNIARD DE LATOUR, una corriente de aire pone en rotación una rueda con orificios (fig. 282). Para fijar ideas supondremos que el disco fijo de la parte inferior tiene 10 orificios, inclinados en un sentido, y el disco giratorio otros 10 orificios, inclinados en sentido opuesto. Si la corriente de aire es tal que el disco da una vuelta por segundo, en un segundo coincidirán 10 veces los orificios de ambos discos y el aire efectuará 10 vibraciones en un segundo. Si la rueda diera 20 vueltas por segundo la frecuencia debida a la salida discontinua del aire sería igual a 200. Cuanto mayor es

la velocidad de la rueda más agudo es el sonido que se produce. Un contador de vueltas, cuyo mecanismo se ve en la parte superior del grabado permite medir el número de giros que efectúa la rueda en un segundo.

Además de la intensidad y la altura, un sonido se caracteriza por su *timbre*. La misma nota musical que emite un piano se distingue de la que produce un violín. Esto se debe a que se superponen a la vibración principal de la cuerda que produce la nota, vibraciones secundarias producidas por la caja del instrumento y por la misma cuerda. Resumiendo diremos que el timbre depende del conjunto de vibraciones que produce el cuerpo sonoro.

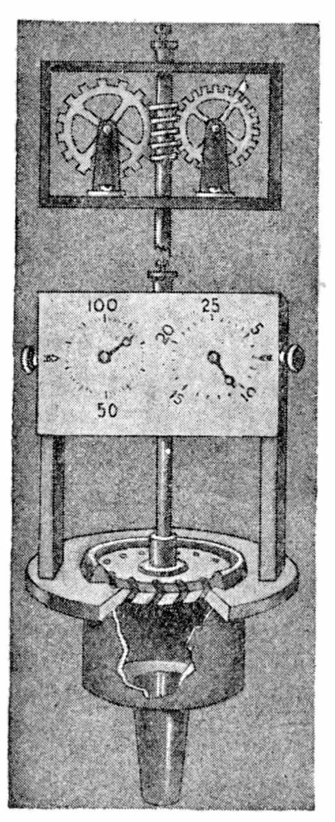


Fig. 282. — Sirena.

En síntesis:

La intensidad depende de la amplitud.
La altura depende de la frecuencia.
El timbre depende del conjunto de vibraciones.

175. Límite de los sonidos perceptibles. — Un péndulo oscila y no se percibe sonido alguno. Los sonidos más graves que pueden percibirse deben provenir de una fuente sonora que produzca por lo menos *16 vibraciones por segundo*. Con el *silbato de* GALTON, que es un pito cuya longitud puede disminuirse, se comprueba que cuando la frecuencia es superior a 40 000 vibraciones por segundo no se percibe sonido alguno. El oído humano es por lo tanto sensible a frecuencias comprendidas entre 16 y 40 000. El límite superior de la frecuencia de los sonidos audibles varía mucho de una a otra persona. El límite de los sonidos agudos musicales del flautín moderno es de 18 800 vibraciones por segundo.

PROPAGACIÓN DE ONDAS

176. Ondas en el agua. — Si se arroja una piedra sobre la superficie del agua de un lago, se observa que se forman ondas circulares cuyo radio va en aumento. Por medio de trozos de corcho flotantes se constata que en cualquier punto, el líquido tiene sólo

un movimiento de vaivén de arriba hacia abajo y de abajo hacia arriba. Estas ondas, cuando son de pequeña amplitud, se deben, dicho sea de paso, a la tensión superficial del líquido. En el lugar donde ha caído la piedra las partículas comienzan a oscilar; al cabo de cierto tiempo principian también a oscilar en forma parecida, partículas de líquido que se encuentran a cierta distancia del centro. Se ha propagado el movimiento oscilatorio sin que haya habido transporte de materia.

Consideremos cierto número de personas en fila con la consigna siguiente: No bien una de ellas recibe de la que está a su izquierda un golpe, le debe pegar a la persona que está a su derecha. De este modo el golpe se propaga, a lo largo de la cadena de personas, no habiendo salido de su puesto ninguna de ellas.

177. Longitud de onda. — Volvamos a las ondas superficiales del agua, o de otro líquido cualquiera. Supongamos que en 5 segundos el radio de la onda aumenta en un metro. La velocidad de propagación es entonces de 20 centímetros por segundo. Medimos además el tiempo de una oscilación completa siguiendo el movimiento de sube y baja de un trozo de corcho. Sea ese tiempo igual a medio segundo. *¿Qué espacio recorre la perturbación en el tiempo de un período?* En este caso el período es de medio segundo y en ese tiempo el espacio recorrido será igual a 10 cm. Esta longitud de 10 cm es la longitud de onda: *Longitud de onda es el espacio recorrido por la perturbación en el tiempo de un período.*

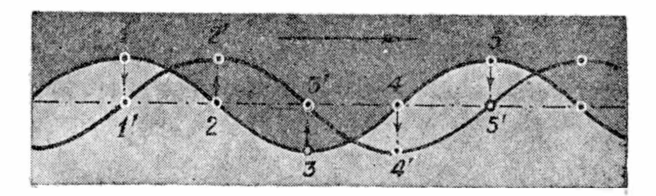


Fig. 283. — Propagación de una onda.

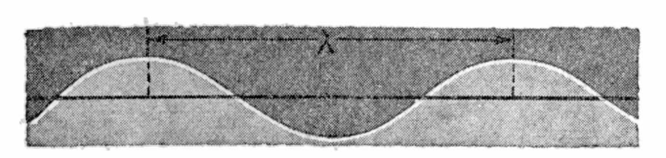


Fig. 284. — Longitud de onda.

La figura 283 representa un corte de la superficie del agua en un momento dado. Fijemos nuestra atención en los puntos 1, 2, 3, etc. Cada uno de ellos cumple un movimiento oscilatorio sobre un segmento de recta perpendicular a la dirección de propagación que indica la flecha. Tratemos de ubicar esos puntos al cabo de 1/4 de período. El punto 1 se encontrará en 1', el 2 en 2', etc. Los puntos de la superficie se encontrarán ahora sobre

la línea 1', 2', 3', etc. Se ve así que en un cuarto de período la cresta de la onda se desplazó de 1 a 2'. Esa distancia 1-2' es igual a 1/4 de longitud de onda. La distancia entre dos crestas consecutivas (fig. 284) es entonces igual a la longitud de onda que se designa con la letra λ. Llamando V a la velocidad de propagación, siendo T el período se tiene:

$$\lambda = VT.$$

Como el período es la inversa de la frecuencia ($T = 1/n$) resulta también:

$$\lambda = \frac{V}{n}; \quad \text{o sea:} \quad V = n\lambda.$$

178. **Ondas transversales y longitudinales.** — En el ejemplo anterior las partículas vibran siguiendo una dirección perpendicular a la dirección de propagación. Esas ondas son transversales (figura 285).

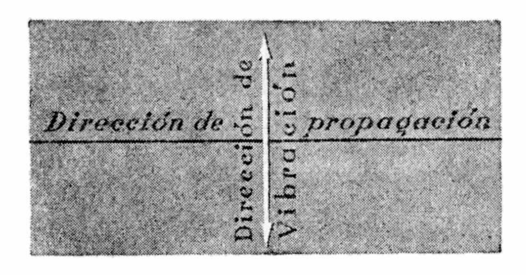
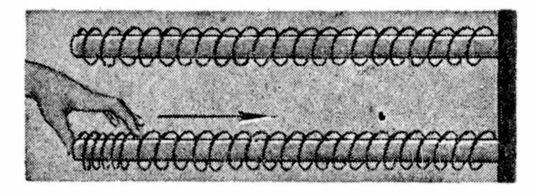


Fig. 285. — Ondas transversales.

Sea ahora un largo resorte en espiral (fig. 286). Juntemos algunas espiras y soltémoslas. Cada espira vibrará en una dirección coincidente con la dirección de propagación. Estas ondas son longitudinales. Consideremos una esfera de goma cuyo volumen aumenta y disminuye periódicamente, algo así como lo que ocurre con el pecho al respirar. Si esa esfera está en el seno del aire, cuando aumenta de volumen las capas de aire próximas experimentarán una condensación, un aumento de presión. Lo contrario cuando la esfera se contrae. Aumento y disminución de presión se propagan a esferas vecinas con cierta velocidad. Estas ondas son, evidentemente, longitudinales. En los gases y en el *interior de los líquidos*, las únicas ondas posibles son las longitudinales. Esto se debe a que *gases y líquidos son elásticos en cuanto al volumen y no en cuanto a la forma.* En los sólidos pueden propagarse en cambio ondas transversales y longitudinales.


Fig. 286. — Ondas longitudinales.

Una onda longitudinal puede representarse gráficamente como una onda transversal; pero aquí la "onda" representa no la posición de las partículas en un momento dado, sino el aumento o disminución de presión (figura 287) en cada punto.

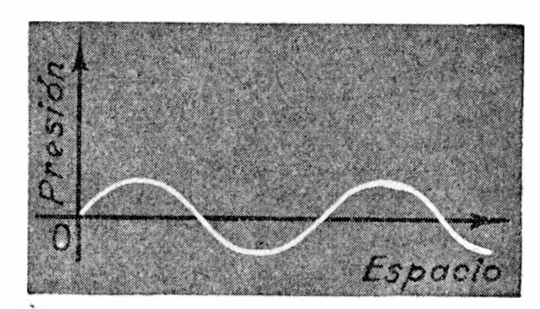


Fig. 287. — Representación de una onda longitudinal.

179. **Propagación del sonido.** — Colocando un timbre en una campana, se observa que su sonido deja de percibirse cuando se extrae el aire de aquélla (fig. 288). El sonido necesita para propagarse de un medio elástico, no pudiéndose propagar en el vacío. En los líquidos el sonido se propaga mejor que en el aire: los buzos perciben sonidos que se producen en la orilla.

En los sólidos se comprueba la propagación aplicando el oído al extremo de una varilla de 2 ó 3 m de largo y haciendo que se rasguñe débilmente en el otro extremo.

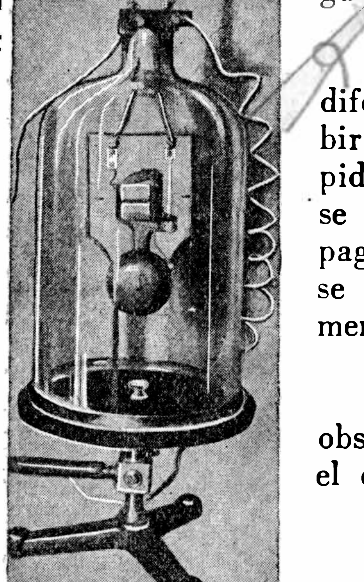


Fig. 288. — El sonido no se propaga en el vacío.

Velocidad de propagación. — Midiendo la diferencia de tiempo entre el instante de percibir el fogonazo luminoso y el ruido del estampido de un cañón situado a distancia conocida se obtiene de inmediato la velocidad de propagación del sonido en el aire. En este cálculo se supone que la luz se propaga instantáneamente, pues recorre en 1 seg 300 000 Km.

EJEMPLO. — El cañón está a 3400 m del observador. Entre la percepción del fogonazo y el estampido median 10 seg. La velocidad es

$$V = \frac{3400}{10} = 340 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

Esta velocidad aumenta con la temperatura y el grado de humedad del aire. En aire seco y a 0° C, la velocidad es de 331 metros por segundo. En las condiciones comunes del aire la velocidad de propagación puede considerarse igual a la consignada en el ejemplo.

En los líquidos la velocidad de propagación es mayor. COLLADON y STURM la midieron directamente en el agua de un lago (fig. 289) utilizando dos lanchas con campanas y bocinas apropiadas. Al hacer sonar una campana se encendía automáticamente cierta cantidad de pólvora que producía un destello luminoso. Se obtuvo así para la velocidad del sonido en el agua el valor de 1435 metros

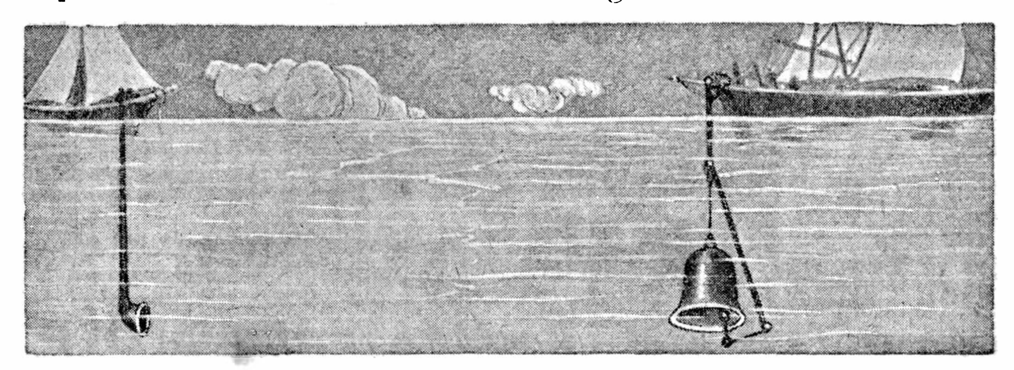


Fig. 289. — Determinación de la velocidad del sonido en el agua.

por segundo. En el agua salada de mar la velocidad alcanza los 1500 metros por segundo.

En los sólidos debe distinguirse entre la velocidad de propagación de ondas transversales y longitudinales. Para cada material se tienen distintas velocidades de propagación, que dependen de la elasticidad del mismo. En el hierro la velocidad de las ondas longitudinales es de unos 5 000 m/seg, siendo la de las transversales cerca de la mitad.

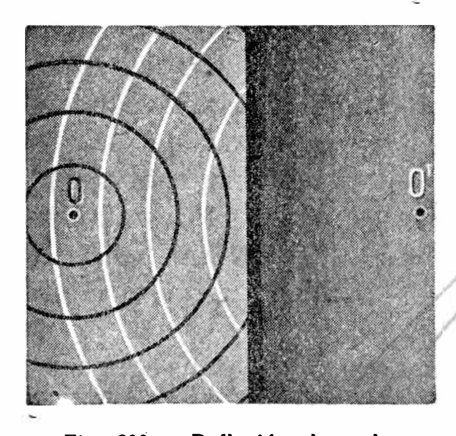


Fig. 290. — Reflexión de ondas.

REFLEXIÓN DEL SONIDO

180. Reflexión y eco. — Si ondas de origen en *O* inciden contra una pared, salen de ésta otras ondas, de centro en el punto *O'* simétrico de *O* con respecto al plano de la pared. Las ondas se han reflejado (fig. 290). En un teatro se perciben superpuestas las ondas que llegan directamente desde el escenario y las reflejadas en distintos lugares. Si llegan las distintas ondas al oído del observador con diferencia apreciable de tiempo, producen un efecto muy desagradable: se dice entonces que la acústica de la sala es mala.

Corregir la acústica de un salón es un problema difícil y complejo. A veces se logra por medio de cortinados que impiden que el sonido se refleje.

La figura 291 muestra un modo sencillo de verificar la reflexión del sonido. El tic-tac del reloj ubicado en el fondo de una probeta, se percibe nítidamente si se coloca una pantalla en posición adecuada.

El *eco* es consecuencia de la reflexión del sonido. La sensación sonora perdura, por razones fisiológicas, cierto tiempo después de apagarse la onda que la produjo. Este tiempo es más o menos de un décimo de segundo. En un décimo de segundo el sonido recorre en el aire 34 m. Si nos colocamos entonces frente a una pared a una distancia mayor de 17 m y producimos un sonido, las ondas reflejadas llegarán a nuestro oído después de haberse disipado la sensación producida por el sonido inicial. Si se da un golpe, se perciben dos golpes sucesivos. A una distancia menor de 17 m se percibe un solo golpe algo más prolongado.

Fig. 291. — Reflexión del sonido.

Entre dos paredes paralelas y distantes se puede percibir un eco múltiple.

Es natural que en los teatros debe evitarse la producción de ecos.

DIAPASÓN, TUBOS Y CUERDAS

181. Diapasón. Medida de la frecuencia. — Ya hemos dicho en qué consiste un diapasón. Al vibrar sus ramas el aire se comprime y dilata periódicamente. La frecuencia de un diapasón puede determinarse gráficamente colocando en una rama del mismo una pequeña punta de metal que se hace apoyar sobre un cilindro ennegrecido con negro de humo. El cilindro gira accionado por un aparato de relojería. Cuanto más gruesas y cortas son las ramas de un diapasón tanto mayor es su frecuencia y más agudo por lo tanto el sonido que emite. Si se tiene un juego de diapasones de frecuencia conocida, es fácil hallar, aproximadamente, la frecuencia correspondiente al sonido emitido por un tubo sonoro o por una cuerda vibrante. Sea un sonido algo más agudo que el emitido por un diapasón cuya frecuencia es igual a 435 (vibraciones dobles por segundo) y algo más grave que el sonido de otro diapasón de frecuencia igual a 489. La frecuencia de ese sonido estará compren-

dida entre las anteriores. Para medidas más exactas puede emplearse la sirena, regulando su velocidad hasta que emita un sonido de igual altura al emitido por la cuerda, el tubo o el diapasón cuya frecuencia se busca.

182. **Ondas estacionarias.** — Las ondas que consideramos al estudiar la propagación de las mismas eran *ondas progresivas*. La cresta de la onda se desplazaba en el sentido de la propagación. Si una onda progresiva se refleja contra una pared colocada normalmente a la dirección de propagación, la superposición de la onda incidente y la reflejada origina una *onda estacionaria*. En una onda estacionaria existen puntos fijos llamados *nodos* y lugares en vibración llamados *vientres*.

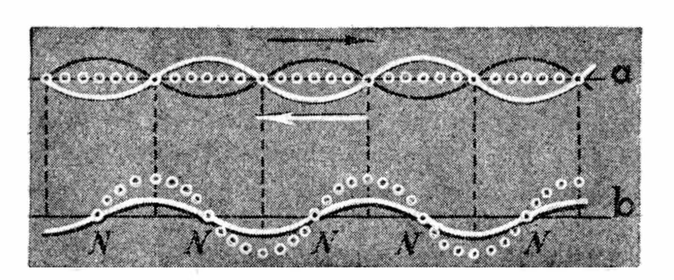
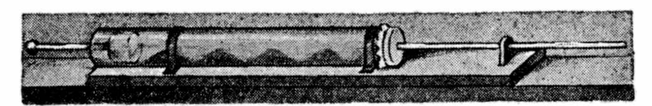


Fig. 292. — Ondas estacionarias.

En la figura 292 se han representado en negro y blanco dos ondas progresivas idénticas que se propagan en sentidos opuestos. La línea de pequeños círculos indica la posición de las partículas del medio en un momento dado suponiendo se trate de ondas transversales. En (*a*) los efectos opuestos de ambas ondas hacen que todas las partículas se encuentren en la posición de equilibrio. En (*b*), un cuarto de período después, sólo los puntos *N* siguen en su antigua posición de equilibrio. Estos puntos son los *nodos*, existiendo un *vientre* entre dos nodos. Se ve en la figura que *la distancia que separa dos nodos consecutivos es igual a media longitud de onda.*


Fig. 293. — Tubo de Kundt.

183. **Ondas estacionarias en una barra y en el aire. Tubo de Kundt.** — Una barra de latón, de una longitud aproximada de un metro se fija por su parte media. Uno de sus extremos se apoya (fig. 293) sobre una membrana tensa que cubre la extremidad de un tubo que contiene aire en su interior. El otro extremo del tubo está provisto de un corcho, a manera de émbolo, que puede correrse. Frotando o mejor tirando por el extremo libre de la barra con una gamuza con resina, se producen en ella ondas estacionarias longitudinales: la barra se acorta y alarga periódica-

mente. La membrana transmite al aire del tubo las oscilaciones de la barra, produciéndose en el interior del mismo una onda estacionaria proveniente de la superposición de la onda que parte de la membrana con la que se refleja en el corcho.

Colocando en el interior del tubo polvo de corcho o de licopodio se observan fácilmente los nodos y los vientres.

Cada extremo de la barra es evidentemente un vientre, encontrándose un nodo en la parte media. Si la barra tuviera una longitud de 1 m la longitud de onda correspondiente a la vibración que efectúa será de 2 m. Suponiendo que entre dos nodos consecutivos del interior del tubo exista una separación de 10 cm, la longitud de onda en el aire, para el sonido que produce la barra al vibrar, será de 20 cm. Luego la longitud de onda es en la barra 10 veces mayor que en el aire para la misma frecuencia. Esto nos dice que la velocidad del sonido en la barra será de $340 \times 10 = 3400$ metros por segundo.

En general llamando λ y λ' a las longitudes de onda en la barra y en el aire, siendo V y V' las velocidades de propagación respectivas se tendrá:

$$\lambda = VT; \qquad \lambda' = V'T.$$

El período es el mismo en ambos casos, por lo que:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{V}{V'}.$$

El émbolo de corcho se mueve para que coincida con un nodo.

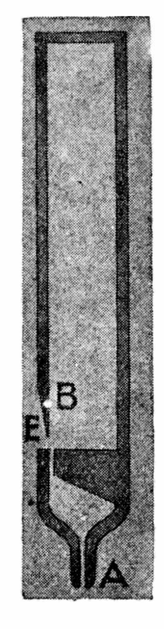


Fig. 294. — Tubo sonoro

184. Tubos sonoros. — El aire que se insufla por A choca contra un bisel B donde se divide produciendo vibraciones en la columna de aire del tubo (fig. 294). Si éste es cerrado habrá forzosamente un nodo en la parte superior y un vientre en la embocadura E. La longitud del tubo será igual a 1/4 de la longitud de onda del sonido fundamental. Pero también puede vibrar el aire de modo que la longitud del tubo sea igual a 3/4 ó 5/4, etc. de la longitud de onda:

$$L = \frac{1}{4}\lambda; \quad \frac{3}{4}\lambda'; \quad \frac{5}{4}\lambda''; \ \ldots$$

En los tubos abiertos existe un vientre en la embocadura y otro vientre en el extremo, por lo cual:

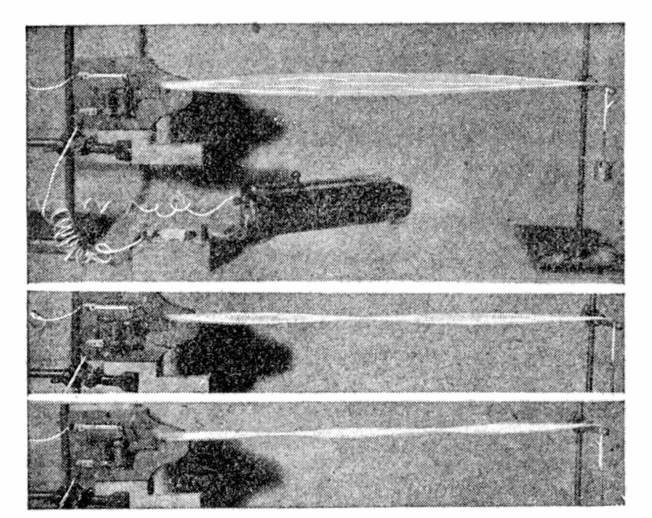


Fig. 295. — Ondas estacionarias en una cuerda.

$$L = \frac{\lambda}{2};\quad 2\frac{\lambda'}{2};\quad 3\frac{\lambda''}{2};\ldots$$

185. Cuerdas. — Para percibir las ondas estacionarias en una cuerda basta con atar el extremo de un hilo al badajo de una campanilla eléctrica (figura 295). Una cuerda *fija en sus extremos* puede vibrar en algunas de las formas indicadas en la figura 296, pues los extremos deben ser forzosamente nodos. Teóricamente se demuestra que la frecuencia n_0 del sonido emitido por una cuerda de longitud l sometida a la fuerza de tracción T cuando vibra en la forma (a) de la figura es:

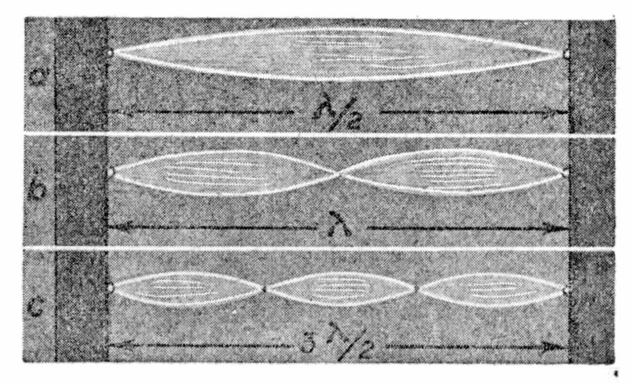


Fig. 296. — Vibraciones de una cuerda.

$$n_0 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}};$$

siendo μ la *densidad lineal* de la cuerda, igual al cociente entre su masa y su longitud.

En el caso (b) la frecuencia es $2\ n_0$, pues todo pasa como si la longitud de la cuerda se hubiera reducido a la mitad.

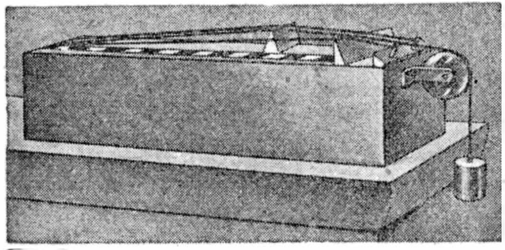


Fig. 297. — Sonómetro.

El aparato de la figura 297 sirve para comprobar las leyes de las cuerdas que están contenidas en la fórmula precedente.

RESONANCIA

186. Resonancia mecánica. — Todo el mundo ha experimentado al encontrarse sobre un trampolín o sobre una tabla que puede vibrar, que moviéndose acompasadamente, siguiendo el ritmo propio de oscilación de la tabla, puede hacer que aquélla adquiera una gran amplitud.

Sean dos péndulos de igual período unidos por un hilo con un peso P (fig. 298). Si se hace oscilar el péndulo 1, comienza a oscilar el 2; al cabo de cierto tiempo el péndulo 1 queda casi en reposo y es el 2 el que oscila. Luego sucede el proceso inverso.

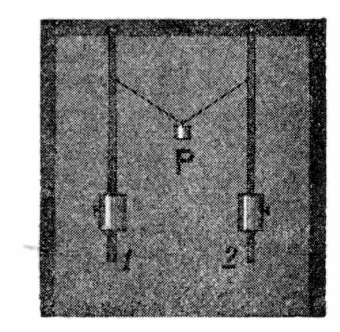
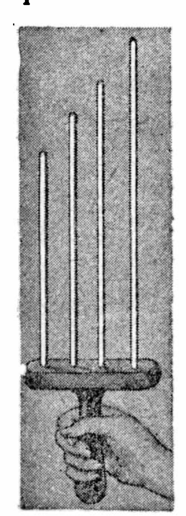


Fig. 298.

En un mismo soporte (fig. 299) se tienen varias varillas flexibles. Moviendo acompasadamente el soporte puede lograrse que una sola de las varillas entre en vibración. Para esto tendrá que moverse la mano con un período igual al propio de la varilla que se quiere hacer oscilar.

187. Resonancia acústica. — Para reforzar el sonido emitido por un diapasón se le coloca sobre una caja de madera cerrada por un extremo y abierta por el otro. Se elige la longitud de la caja de modo que el período propio de la oscilación de la columna de aire de la misma coincida con el período del diapasón. La longitud de la caja debe ser igual, para que esto suceda, a 1/4 de la longitud de onda en el aire, del sonido emitido por el diapasón.


Fig. 299. — Resonancia.

Si un diapasón vibra, otro diapasón idéntico al primero comienza a vibrar si se le coloca frente a aquél.

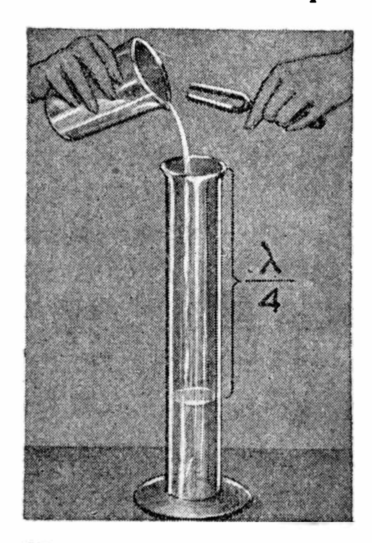


Fig. 300. — Resonancia.

Colocando un diapasón en vibración sobre una probeta y agregando agua a ésta (fig. 300), cuando el agua alcanza cierta altura se nota un refuerzo del sonido. Si se conoce la frecuencia del diapasón puede determinarse así, la velocidad del sonido en el aire. Cuando la columna de aire de la

probeta entra en resonancia la longitud de la columna de aire debe ser igual a 1/4 de la longitud de onda, pues sobre la superficie del agua existe un nodo y en la embocadura de la probeta un vientre.

EJEMPLO. — Un diapasón efectúa 425 vibraciones dobles por segundo. Entra en resonancia con una columna de aire de 20 cm. La longitud de onda será igual a 80 cm, por lo cual:

$$V = \lambda n = 0{,}8 \times 425 = 340 \frac{\text{m}}{\text{seg}}.$$

188. Escala musical. — Las frecuencias de los sonidos de la llamada *escala natural mayor* están dadas relativamente por los números siguientes:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
24	27	30	32	36	40	45	48

Se ha definido al *la normal* o la_3 por la nota emitida por el *diapasón normal*, que efectúa 435 vibraciones dobles por segundo. El do_3 corresponde entonces a la frecuencia:

$$do_3 = 3/5 \; la_3 = 261; \quad do_4 = 522; \ldots$$

Se llama *intervalo musical* entre dos sonidos a la relación entre la frecuencia mayor y menor. El *intervalo de segunda*, entre el re y el do, es 9/8; el de *tercera* 5/4; ... y la *octava* 2/1.

189. Superposición de ondas. Fonógrafo. — La figura 301 muestra la onda resultante blanca de dos ondas simples. Podemos decir que el timbre de un sonido depende de la forma de la onda. Igualmente es posible analizar un sonido complejo descomponiéndolo en otros simples.

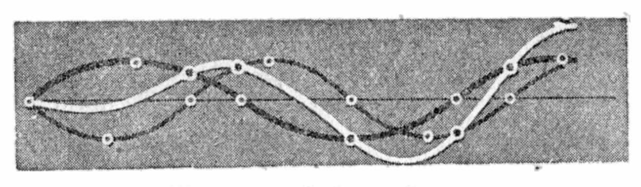


Fig. 301. — Onda resultante.

Por dispositivos especiales pueden grabarse los sonidos y luego reproducirlos mecánicamente. En esto consiste el fonógrafo inventado por EDISON. Las vibraciones sonoras actúan sobre una membrana vinculada a una púa de metal que inscribe sobre un disco móvil una curva sinuosa. Luego, al pasar la púa por la senda tra-

zada obliga a la membrana a vibrar, reproduciendo el sonido primitivo.

190. Efecto Doppler. — Si una fuente sonora se acerca a un observador, éste percibe un sonido algo más agudo del que percibiría si la fuente estuviera inmóvil. Si la fuente se aleja el sonido parece más grave. De aquí que si una locomotora pasa silbando, en el momento en que cruza frente al observador y comienza a alejarse, el sonido del silbato parece haberse hecho más grave. En esto consiste el efecto Doppler que se comprueba fácilmente con el silbato de MACH (fig. 302). En el extremo de una regla se coloca un pito. Esta regla es giratoria y el eje de giro, hueco, comunica por medio de un tubo con el silbato. Cuando la regla gira velozmente, por la fuerza centrífuga, el aire expulsado hacia la periferia hace sonar el pito. Colocándose el observador en dirección perpendicular al plano de giro no percibe cambio alguno en la altura del sonido; pero si se coloca en el mismo plano de giro percibirá un sonido de altura variable debido a que la fuente sonora se acerca y aleja de él periódicamente.

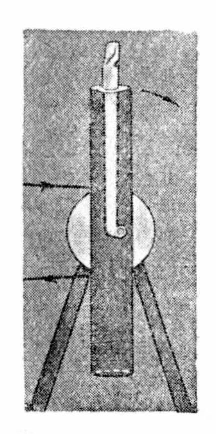


Fig. 302. — Silbato de Mach.

Para explicarnos el porqué de este curioso efecto, supondremos una locomotora que se acerca al observador (fig. 303) a razón de 20 m/seg (72 km/hora). La frecuencia de su silbato sea igual a 2448. La velocidad del sonido es igual a 340 m/seg.

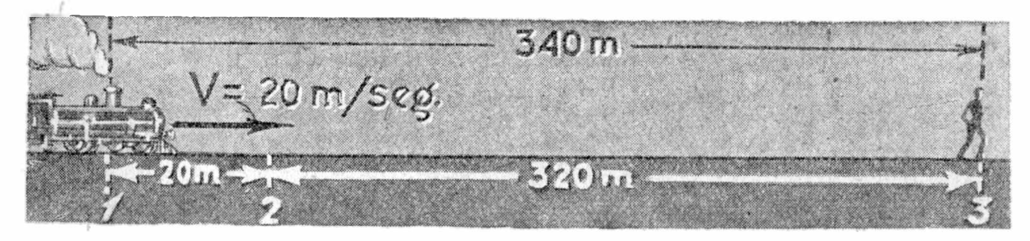


Fig. 303. — Efecto Doppler.

Cuando la locomotora está en 1 emite una vibración que al cabo de 1 seg llegará al punto 3. En este momento la locomotora se encuentra en 2. Ha transcurrido 1 seg y las 2448 vibraciones habrán producido otras tantas ondas completas que se encuentran en el espacio comprendido entre 2 y 3.

La longitud de onda será entonces:

$$\frac{320}{2448}.$$

La frecuencia N' que percibe el observador fijo, se halla dividiendo la velocidad del sonido, 340 m/seg, por la longitud de onda:

$$N' = \frac{340}{320} \times 2448 = 2601.$$

Si la locomotora se aleja, las 2448 ondas producidas en un segundo se encontrarán ahora en un espacio igual a 360 m; y la frecuencia percibida N'' sería:

$$N'' = \frac{340}{360} \times 2448 = 2312.$$

El intervalo musical entre los dos sonidos, que se percibe al pasar la fuente sonora frente al observador, será:

$$\frac{N'}{N''} = \frac{2601}{2312} = \frac{9}{8} \text{ (la segunda).}$$

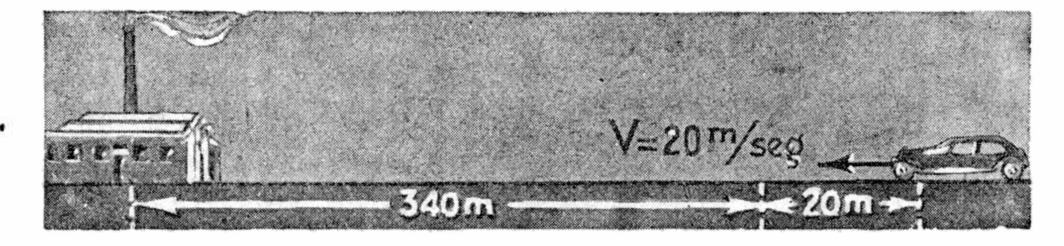


Fig. 304. — Efecto Doppler.

Si el observador es el que se acerca a la fuente con la velocidad de 20 m/seg (fig. 304), su oído recibe en *un segundo* las ondas situadas en un espacio de 360 m. Como en 340 m hay 2448 ondas, en 360 habrá:

$$N'_1 = 2448 \times \frac{360}{340} = 2592.$$

Si el observador se aleja de la fuente recibe en un segundo las ondas que hay en un espacio de 320 m, luego:

$$N''_1 = 2448 \frac{320}{340} = 2304.$$

El intervalo es igual al de antes:

$$\frac{N'_1}{N''_1} = \frac{2592}{2304} = \frac{9}{8} \text{ (la segunda).}$$

El cuadro siguiente resume todo lo dicho:

	Fuente móvil		Observador móvil	
	Frecuencia percibida	Fórmula	Frecuencia percibida	Fórmula
Se acerca ..	2601	$N' = N_0 \frac{V}{V - v}$	2592	$N'_1 = N_0 \frac{V + v}{V}$
Se aleja ...	2312	$N'' = N_0 \frac{V}{V + v}$	2304	$N''_1 = N_0 \frac{V - v}{V}$

Este efecto tiene particular importancia en óptica y sobre todo en sus aplicaciones astrofísicas.

191. Figuras de Lissajous. — Dos movimientos vibratorios ortogonales se componen dando lugar a curiosas curvas que se pueden obtener con el dispositivo de la figura 305, consistente en dos diapasones que oscilan en planos perpendiculares y en cuyas ramas se colocan pequeños espejos que reflejan la luz. Para entender la formación de estas figuras supongamos (fig. 306) que la regla AB se desplaza sobre la CD, perpendicular a ella, con movimiento vibratorio armónico.

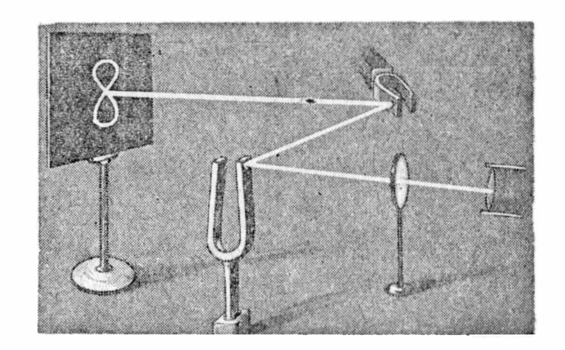


Fig. 305. — Figuras de Lissajous.

Si sobre la regla AB un punto P, se mueve también con movimiento vibratorio armónico, la trayectoria de P, composición de ambos mo-

vimientos, será, en general, complicada y dependerá de los períodos y de las posiciones iniciales de la regla AB y del punto P. La figura 307 muestra algunas de esas curvas.

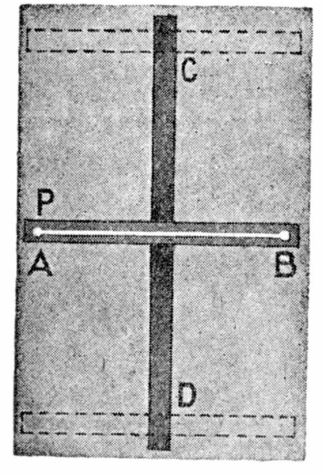


Fig. 306. — Composición de dos movimientos vibratorios ortogonales.

PROBLEMAS

1. *Hallar la longitud de onda en el aire del sonido emitido por un diapasón que efectúa 200 vibraciones completas por segundo.*

$$\lambda = \frac{V}{n} = \frac{340}{200} = 1{,}70 \text{ m.}$$

2. *Hallar la longitud de onda de un sonido que forma una octava con el anterior.*

La frecuencia será doble y la longitud de onda la mitad:

$$\lambda = 0{,}85 \text{ m.}$$

3. *¿Qué longitud debe tener un tubo abierto para que su sonido fundamental sea igual al del problema anterior?*

$$l = \frac{\lambda}{2} = 42{,}5 \text{ cm.}$$

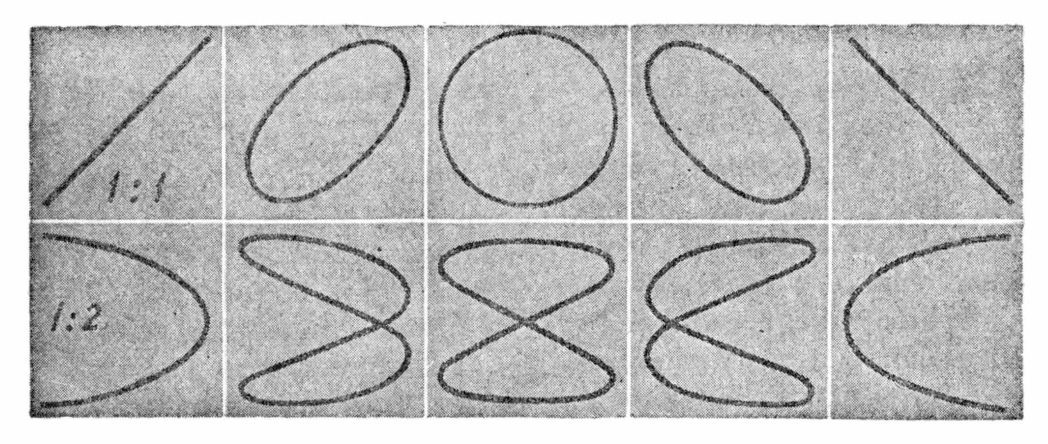


Fig. 307. — Curvas de Lissajous.

4. *¿Y un tubo cerrado?*

$$l = \frac{\lambda}{4} = 21{,}25 \text{ cm.}$$

5. *Una cuerda de 36 cm de longitud emite un do. ¿En cuánto debe acortarse, manteniendo constante la tensión, para que emita el re siguiente?*

Estando la frecuencia en razón inversa de la longitud, tendrá que reducirse ésta a los 8/9 de la longitud primitiva. Luego la longitud será 32 cm.

6. *Una cuerda cargada con 1 Kgr emite una nota. ¿Con cuatro kilogramos, qué nota emitirá?* Una nota de frecuencia doble de la anterior, la octava siguiente.

7. *¿Qué longitud debe tener la caja de resonancia del la normal?*

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{340}{435} \times \frac{1}{4} = 0{,}195 \text{ m} \simeq 20 \text{ cm.}$$

8. *Hallar la frecuencia del sonido emitido por una sirena de 20 orificios, cuando da 50 vueltas por segundo.*

$$n = 20 \times 50 = 1000 \ [1/\text{seg}].$$

9. *¿A qué distancia se encuentra una nube, habiendo transcurrido 10 seg entre la percepción del relámpago y la del trueno?*

$$d = 340 \times 10 = 3400 \text{ m.}$$

*10. *Habiendo obtenido por el método de Kundt para la velocidad del sonido en una barra el valor* V = *3400 m/seg, siendo la densidad de la misma igual a 7,5 gramos/cm³ hallar su módulo de elasticidad* E *sabiendo que vale la fórmula siguiente*:

$$V = \sqrt{\frac{E}{d}}$$

$$E = V^2 d = (340\,000)^2 \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}^2} \times 7{,}5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 8847 \frac{\text{Kgr}}{\text{mm}^2}.$$

Pues, para pasar de las dinas a los kilogramos-peso se divide por 980 000, debiéndose además dividir por 100 si se quiere expresar E por milímetros cuadrados.

CAPÍTULO XIV

TERMOMETRÍA. DILATACIÓN

192. Noción de temperatura. — La sensación térmica que traducimos con las palabras: caliente, templado, frío, nos da una noción primitiva de lo que se llama temperatura. La temperatura se convierte en *magnitud física* cuando se la puede medir. Ya hemos visto qué es y cómo se gradúa un termómetro. (Véase párrafos 4 y 5).

La temperatura de un cuerpo es lo que indica un termómetro puesto en su contacto. Se observa, en efecto, que al poner un termómetro en contacto con un cuerpo la columna termométrica varía; pero llega un momento en que permanece estacionaria. Si esto no ocurre es porque la temperatura del cuerpo es variable.

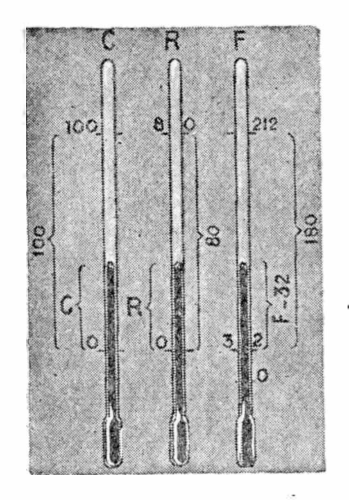


Fig. 308. — Escalas termométricas.

193. Otras escalas termométricas. — Además de la ya estudiada, que es la escala centígrada, se utilizan otras. En la escala *Fahrenheit* se hace corresponder el grado 32 a la temperatura del hielo en fusión y el grado 212 a la temperatura del agua en ebullición a la presión normal (760 mm de mercurio). El intervalo comprendido entre 32 y 212 se divide en 180 partes iguales.

En la escala *Réaumur* corresponde 0° al hielo en fusión y 80° al agua en ebullición, dividiéndose el intervalo en 80 partes iguales.

La figura 308 representa a las tres escalas termométricas.

Si un termómetro con escala centígrada indica 20° C, por ser 20° la quinta parte de 100°, en escala Réaumur se tendrá una indicación de 16° pues:

$$\frac{20}{100} = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}.$$

En la escala *Fahrenheit* la columna termométrica estará *por arriba de 32º F* en 1/5 de 180 que es 36 y el termómetro indicará:

$$36+32=68^{\circ}\,F.$$

Llamando *C, R* y *F* a las indicaciones de las tres escalas, se **tendrá:**

$$\frac{C}{100}=\frac{R}{80}=\frac{F-32}{180};$$

de donde:

$$\frac{C}{5}=\frac{R}{4}=\frac{F-32}{9}.$$

El 0º F corresponde a 17º,8 C *bajo cero* o sea a —17º,8 C.

194. **Relación entre dos temperaturas.** — En escala centígrada tenga un cuerpo la temperatura de 40º C y otro 20º C. La relación entre ambas temperaturas es:

$$\frac{40}{20}=2.$$

Decimos entonces que una temperatura es doble de la otra si se miden ambas en escala centígrada.

Midiendo estas temperaturas en escala *Fahrenheit* se obtendría:

$$F=\frac{9}{5}\times 40+32=104.$$

$$F'=\frac{9}{5}\times 20+32=68.$$

$$\frac{F}{F'}=\frac{104}{68}=\frac{26}{17}.$$

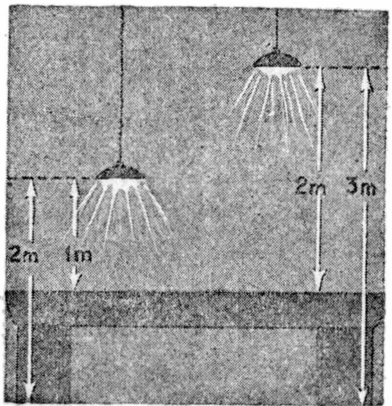


Fig. 309. — En la altura el origen es también arbitrario.

Como se ve la relación es diferente.
Esto se debe a que el cero Fahrenheit no corresponde con el cero de la escala centígrada. Igual cosa ocurre al relacionar las alturas de dos puntos (fig. 309). Esté uno de ellos a una altura de 2 m

con respecto al nivel de una mesa, otro a la altura de 1 m. La relación entre ambas alturas es:

$$\frac{2}{1} = 2.$$

Si la mesa tiene una altura de 1 m con respecto al suelo el primer punto se halla a 3 m de altura y el segundo a 2. La relación de las alturas es ahora 3/2.

En muchas magnitudes físicas es necesario elegir arbitrariamente el cero. En la medida del tiempo, se ha convenido en contarlo a partir del nacimiento de Cristo; para medir un intervalo cualquiera de tiempo puede elegirse el cero arbitrariamente.

Concluímos de aquí, que a pesar de la arbitrariedad con que se eligen los puntos fijos de las escalas termométricas, *la temperatura es una magnitud física perfectamente determinable. Constituye el ejemplo típico de las magnitudes escalares.*

Se debe a FAHRENHEIT, el creador de la primera escala termométrica, en 1714, el haber convertido en magnitud medible lo que hasta entonces era una vaga noción subjetiva. Sólo así, ha sido posible el estudio científico de los fenómenos térmicos.

Advertencia. — La definición que hemos dado de temperatura de un cuerpo (lo que indica un termómetro puesto en su contacto) es la definición que da en su termodinámica, el célebre físico y matemático francés HENRI POINCARÉ. De esa definición surge de inmediato que la temperatura es una magnitud física. Si no lo fuera sería absurdo operar algebraicamente con ella. Insistimos en esto porque en algunos textos se dice que la temperatura no es una magnitud física. Lo que no es magnitud es la *sensación térmica*, así como no lo es la *altura* o la *intensidad* de un sonido en cuanto a la impresión subjetiva que producen.

195. **Otras substancias termométricas.** — El mercurio se solidifica a —39° C y entra en ebullición a 360° C. Por esta razón para medir temperaturas bajas se utilizan termómetros de alcohol, que se colorea para hacer visible la columna termométrica. El termómetro de alcohol puede servir para medir temperaturas hasta de unos 140° bajo cero. Para temperaturas altas se utilizan substancias sólidas.

Los gases sirven para medir, como veremos, temperaturas altas y bajas.

Se verá más adelante que la temperatura *definida* por medio de un termómetro de mercurio no coincide en todos los puntos de la escala con la temperatura *definida* con otra substancia termométrica.

196. Termómetros de máxima y mínima. — En los termómetros destinados a medir la temperatura máxima que se ha producido en cierto intervalo de tiempo, se coloca sobre la columna termométrica de mercurio un pequeño índice de esmalte que lleva un trocito de hierro en su interior. El índice roza suavemente contra las paredes del tubo. Al subir la temperatura el índice es arrastrado y al bajar se separa de la columna mercurial, indicando su posición la temperatura máxima alcanzada. Con un imán se corre el índice hasta llevarlo nuevamente en contacto con el mercurio cuando se desea efectuar una nueva determinación. Los termómetros clínicos son de máxima. La columna mercurial queda estacionada en la posición máxima alcanzada. Esto se logra merced a un estrechamiento existente entre el bulbo y el tubo capilar, lo que hace que al bajar la temperatura la columna se rompa.

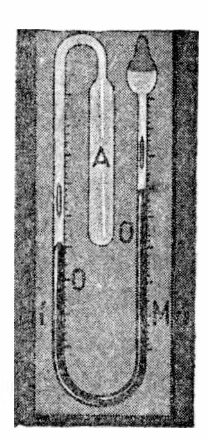


Fig. 310.—Termómetro de máxima y mínima.

La figura 310 indica un termómetro que es al mismo tiempo de máxima y de mínima. El depósito *A* contiene alcohol, que al dilatarse hace bajar al mercurio de la rama *Mí* en tanto sube el de la rama *Má*. El índice de la rama *Má* es entonces arrastrado por el mercurio; se desprenderá de él cuando la temperatura comience a descender. En cambio en *Mí* el índice queda indicando la temperatura mínima.

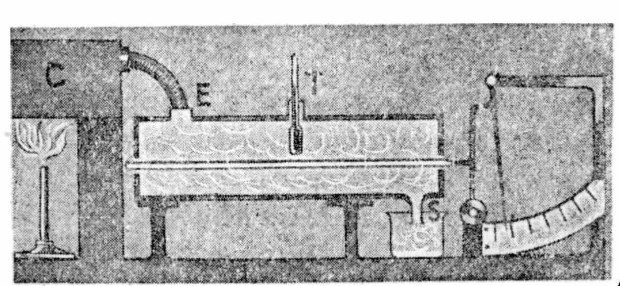


Fig. 311. — Dilatación lineal.

DILATACIÓN DE SÓLIDOS

197. Coeficiente de dilatación. — Sabemos ya que todos los cuerpos se dilatan por la acción del calor. Se trata ahora de medir esa dilatación.

Una varilla de metal se encuentra fija por uno de sus extremos, presionando por el otro extremo sobre una palanca que acciona una aguja que recorre un cuadrante graduado (fig. 311). Esta varilla se encuentra en el interior de un tubo o camisa de latón.

Por la parte E se puede hacer entrar vapor de agua proveniente de una pequeña caldera C. El vapor sale por S. He aquí el resultado de una medida:

El termómetro indica inicialmente 15° C.
La aguja se encontraba en la división 5.
El termómetro indica al final 100° C.
La aguja se encuentra en la división 23.
Se ha desplazado 18 divisiones.

Previamente habíamos calibrado el aparato del modo siguiente: tomamos un trozo de vidrio cuyo espesor medimos con un palmer y lo colocamos entre la varilla y la palanca. El vidrio tenía un espesor de 1 mm y hacía desplazar la aguja en 15 divisiones. Sabemos entonces:

15 divisiones corresponden a 1 mm.
18 divisiones corresponden a 18/15 = 1,2 mm.

La varilla experimentó un aumento de longitud igual a 1,2 mm = 0,12 cm. El *aumento relativo de longitud es igual al cociente entre el aumento absoluto y la longitud de la varilla a 0° C.* Como la longitud de ésta era igual a 60 cm, el aumento relativo a de longitud, es *:

$$a = \frac{0{,}12 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} = 0{,}002.$$

Esto nos dice que la varilla aumentó en longitud en dos milésimos de su longitud primitiva. Esta dilatación fué producida por una elevación de temperatura de 85° C, pues la temperatura inicial era de 15° C y la final de 100° C.

Se llama coeficiente de dilatación lineal de una substancia al cociente entre el aumento relativo de longitud experimentado por una varilla de la misma y el aumento de temperatura que lo produjo.

Llamemos λ al coeficiente de dilatación de la varilla del ejemplo anterior. Por la definición será:

$$\lambda = \frac{0{,}002}{85^\circ \text{C}} = 0{,}000023 \left[\frac{1}{\text{grado C}}\right].$$

Esto expresa que la varilla experimenta un aumento relativo de longitud de 23 millonésimos por grado C.

* El error que se comete, en el caso de los sólidos, al dividir por la longitud inicial de la varilla, en el ejemplo a 15° C, en lugar de dividir por la longitud a 0° C es, aún en las medidas de alta precisión, del todo inapreciable.

198. Fórmula de la dilatación lineal. — Llamemos l_0 a la longitud de una varilla a 0° C y l_t a la longitud de la misma cuando la temperatura es t^0 *C*. El aumento absoluto de longitud es:

$$\text{Aumento absoluto} = l_t - l_0.$$

El aumento relativo *a* es igual al aumento absoluto dividido por la longitud a 0° C:

$$a = \frac{l_t - l_0}{l_0}.$$

La elevación de temperatura que produjo este aumento es *t*, por lo cual λ, el coeficiente de dilatación será:

$$\lambda = \frac{a}{t}; \qquad \lambda = \frac{l_t - l_0}{l_0 t}.$$

Esta fórmula no es más que la expresión matemática de la definición del coeficiente de dilatación lineal; ella expresa el *coeficiente medio* entre 0° C y t^0 C.

De esa fórmula deducimos:

$$l_t - l_0 = \lambda\, l_0 t; \quad \text{o sea:} \quad l_t = l_0 + \lambda\, l_0 t,$$

y sacando l_0 de factor común:

$$l_t = l_0\,(1 + \lambda\, t).$$

Ésta es la fórmula de la dilatación lineal.

En el cuadro siguiente se consignan algunos valores de los *coeficientes medios* de dilatación entre 0° C y 100° C.

Substancia	$\lambda \left[\frac{1}{\text{grado C}}\right]$	Substancia	$\lambda \left[\frac{1}{\text{grado C}}\right]$
Aluminio	0,0000238	Plata	0,0000197
Cobre	0,0000165	Oro	0,0000144
Hierro	0,000012	Platino	0,0000090
Acero	0,0000115	Iridio	0,0000065
Acero "Invar"	0,0000009	Vidrio	0,0000090

199. Dilatación cúbica. — La varilla que estamos considerando aumenta no sólo en longitud sino también en ancho y espesor.

Al aumento relativo de volumen dividido por el aumento de temperatura, se le llama coeficiente de dilatación cúbica.

El coeficiente de dilatación cúbica δ es igual al triple del coeficiente de dilatación lineal λ:

$$\delta = 3\,\lambda.$$

Demostración. — Consideremos un cubo de arista l_0 a la temperatura de 0° C. Su volumen V_0 será:

$$V_0 = l_0^3.$$

A la temperatura t la arista es l_t y el volumen V_t tal que:

$$V_t = l_t^3.$$

La definición del coeficiente de dilatación cúbica δ se expresa así:

$$\delta = \frac{V_t - V_0}{V_0 t}; \quad \text{o sea:} \quad \delta = \frac{l_t^3 - l_0^3}{l_0^3\, t}.$$

Teniendo en cuenta la fórmula de la dilatación lineal:

$$l_t = l_0\,(1 + \lambda\, t),$$

resulta:

$$\delta = \frac{l_0^3\,(1 + \lambda\, t)^3 - l_0^3}{l_0^3\, t} = \frac{(1 + \lambda\, t)^3 - 1}{t}.$$

Desarrollando el cubo del numerador y simplificando obtenemos:

$$\delta = 3\,\lambda + 3\,\lambda^2\, t + \lambda^3\, t^2.$$

Como λ es siempre muy pequeño los términos en que aparece λ^2 y λ^3 son enteramente despreciables, con lo que:

$$\delta = 3\,\lambda.$$

Consecuencias y aplicaciones. — En las vías férreas se dejan espacios libres entre tramo y tramo porque de otro modo se deformarían al dilatarse; uno de los extremos de los puentes metálicos descansa sobre rodillos para que se dilate libremente; aprovechando esta dilatación se construyen termómetros metálicos; se construyen

también péndulos con varillas de diferente coeficiente de dilatación para lograr que su longitud no varíe al variar la temperatura, lo que tiene aplicación en los relojes, etc.

DILATACIÓN DE LÍQUIDOS

200. Dilatación aparente y real. — Al calentar un recipiente con un líquido y observar el cambio de nivel (véase fig. 2, pág. 2) lo que produce este cambio es la diferencia entre lo que se dilata el líquido y lo que se dilata el recipiente.

Ésta es la llamada dilatación aparente. Conociendo el coeficiente de dilatación cúbica del recipiente puede hallarse su aumento de volumen. El aumento real de volumen del líquido es igual a la suma de su aumento aparente y el aumento de volumen del recipiente.

Determinación del coeficiente absoluto de dilatación. — Los físicos DULONG y PETIT idearon un ingenioso método para medir la dilatación absoluta del mercurio. Dos vasos A y B con mercurio comunican por medio de un tubo estrecho y horizontal. Uno de los vasos está en un recipiente con hielo en fusión, o sea a 0° C. El otro envuelto en una cámara por donde circulan vapores de agua a 100° C (fig. 312). El mercurio del vaso B será menos denso que el del vaso A pues el aumento de volumen que experimenta un cuerpo al ser calentado origina una disminución de la densidad. Llamando h_0 y h a las alturas alcanzadas por el mercurio en A y B, siendo d_0 y d las densidades respectivas, se tendrá:

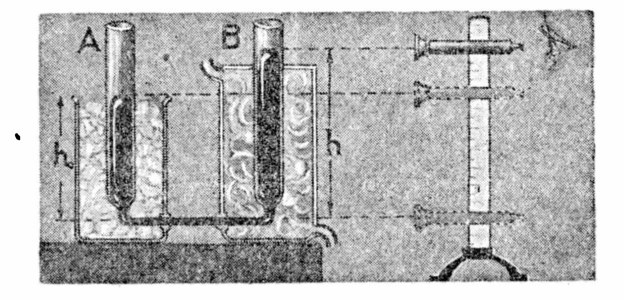


Fig. 312. — Método de Dulong y Petit.

$$\frac{h}{h_0} = \frac{d_0}{d}.$$

Consideremos una masa M de mercurio que ocupa el volumen V_0 a 0° C, y el volumen V a t° C. Es:

$$d_0 = \frac{M}{V_0}; \qquad d = \frac{M}{V};$$

de aquí, dividiendo:

$$\frac{d_0}{d} = \frac{V}{V_0}.$$

Si el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio es m se tiene:

$$V = V_0(1 + mt); \qquad \frac{V}{V_0} = 1 + mt = \frac{d_0}{d}.$$

Por lo tanto:

$$\frac{h}{h_0} = 1 + mt.$$

Si $t = 100°$ C, como hemos supuesto:

$$m = \frac{1}{100}\left(\frac{h}{h_0} - 1\right); \qquad m = \frac{h - h_0}{100\, h_0}.$$

EJEMPLO. $h_0 = 50$ cm; $h = 50{,}9$ cm:

$$m = \frac{0{,}9}{100 \times 50} = 0{,}00018\left[\frac{1}{\text{grado C}}\right]$$

que es el coeficiente de dilatación absoluta del mercurio. El aparato que se ve en la figura y que sirve para medir diferencias de nivel es un *catetómetro* inventado por los físicos mencionados para efectuar esta medida.

Una vez conocido el coeficiente de dilatación absoluta del mercurio, podrá conocerse, midiendo su dilatación aparente, la dilatación real que ha experimentado el recipiente que lo contiene.

Llenando a éste con otro líquido se podrá determinar la dilatación absoluta del mismo. El conocimiento del coeficiente de dilatación del mercurio tiene gran importancia. Cuando se lee una presión atmosférica y la temperatura es de 15° C, se debe calcular cuál sería la altura si la temperatura fuera 0° C. En esta corrección interviene la variación de densidad del mercurio y la dilatación de la escala metálica del barómetro.

201. Dilatación del agua. — El agua se *contrae*, en lugar de dilatarse, cuando se la calienta entre 0° C y 4° C. A partir de la

temperatura de 4° C, su volumen aumenta al aumentar la temperatura. La fig. 313 da la variación del volumen en función de la temperatura. Según esto el agua adquiere su mayor densidad a la temperatura de 4° C en que el volumen es mínimo. Introduciendo agua a 0° C en un recipiente con dos termómetros (fig. 314) se constata que al irse calentando el agua, al principio

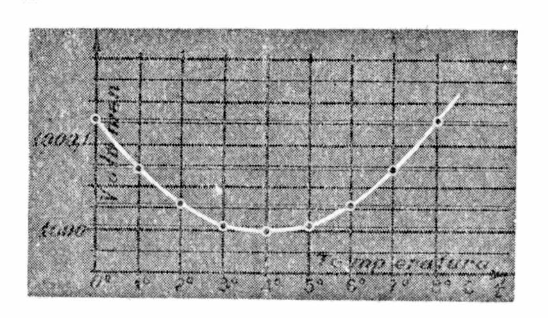


Fig. 313. — Dilatación del agua.

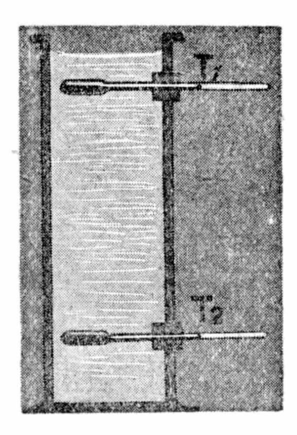


Fig. 314.

el termómetro de abajo es el que indica temperaturas mayores, pues el agua más densa desciende. A partir de 4° C es al contrario: el termómetro de arriba es el que indica mayor temperatura.

COEFICIENTE DE DILATACIÓN DE LÍQUIDOS A 18° C

Alcohol etílico	0,00110	Aceite de oliva	0,00072
Éter etílico	0,00163	Petróleo	0,00092
Benceno	0,00124	*Mercurio*	0,00018

COEFICIENTE DE DILATACIÓN DEL AGUA

Entre 0° y 1° C	— 0,000059	Entre 6° y 7° C	+ 0,000039
„ 1° y 2° C	— 0,000041	„ 7° y 8° C	+ 0,000053
„ 2° y 3° C	— 0,000024	„ 10° y 15° C	+ 0,00012
„ 3° y 4° C	— 0,000008	„ 15° y 20° C	+ 0,00018
„ 4° y 5° C	+ 0,000008	„ 20° y 25° C	+ 0,00023
„ 5° y 6° C	+ 0,000024		

DILATACIÓN DE GASES

202. Leyes de Gay - Lussac. — Si se calienta un gas en la forma que muestra la figura 315 la presión se mantiene constante. Las variaciones de volumen se aprecian por el corrimiento del índice de mercurio colocado en el tubo horizontal que está abierto en su extremo. GAY - LUSSAC comprobó experimentalmente que *el coeficiente de dilatación de los gases que se dilatan a presión constante es igual para todos ellos*. A este coeficiente se le designa con la letra α, y se ha encontrado que para el aire, oxígeno, hidrógeno, etc. (cualquier gas) su valor es:

$$\alpha = \frac{1}{273^{o}\,C} = 0{,}00367 \left[\frac{1}{\text{grado C}} \right].$$

Esto quiere decir que si tenemos un litro de aire a 0° C y a la presión de una atmósfera, a la temperatura de 1° C tendremos:

$$1 \text{ litro} + \frac{1}{273} \text{ litro};$$

a 2° C:

$$1 \text{ litro} + 2 \times \frac{1}{273} \text{ litro};$$

y a 273° C:

$$1 \text{ litro} + 273 \times \frac{1}{273} \text{ litro} = 2 \text{ litros};$$

siempre que la presión se mantenga igual a una atmósfera.

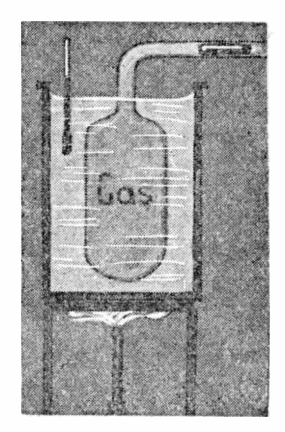


Fig. 315. — Dilatación a presión constante.

El volumen de un gas a 273° C es, pues, doble del que ocupaba a 0° C, si en ambos casos la presión es la misma.

Dilatación a volumen constante. — Con el aparato de la fig. 316, puede calentarse un gas manteniendo su volumen constante. Para eso debe elevarse el tubo *T* que contiene mercurio. El índice *I*, que debe estar en contacto con la superficie del mercurio del otro tubo, asegura la constancia del volumen del gas. Lo que se dilata el recipiente de vidrio, representa un insignificante aumento de volumen, que sólo se tiene en cuenta en medidas de precisión.



Fig. 316. — Dilatación a volumen constante.

Cuando la temperatura es igual a 0° C, supongamos que la presión es igual a una atmósfera. Se observa que a 1° C la presión es:

$$1 \text{ atmósfera} + \frac{1}{273} \text{ atmósfera}:$$

a 2° C:

$$1 \text{ atmósfera} + 2 \times \frac{1}{273} \text{ atmósfera};$$

y a 273° C:

$$1 \text{ atmósfera} + 273 \times \frac{1}{273} \text{ atmósfera} = 2 \text{ atmósferas}.$$

Al coeficiente que mide el aumento de presión se le designa con la letra β. Resulta entonces:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273} \left(\frac{1}{\text{grado C}} \right).$$

Leyes de Gay-Lussac. — 1ª: *Todos los gases tienen el mismo coeficiente de dilatación a presión constante* (α).

2ª: *Todos los gases tienen el mismo coeficiente de dilatación a volumen constante* (β).

3ª: *El coeficiente de dilatación a presión constante es igual al coeficiente de dilatación a volumen constante* ($\alpha = \beta = 1/273$).

En cuanto a los coeficientes se definen así:

Se llama coeficiente de dilatación a presión constante, al cociente entre el aumento relativo de volumen y el aumento de temperatura, permaneciendo constante la presión (α).

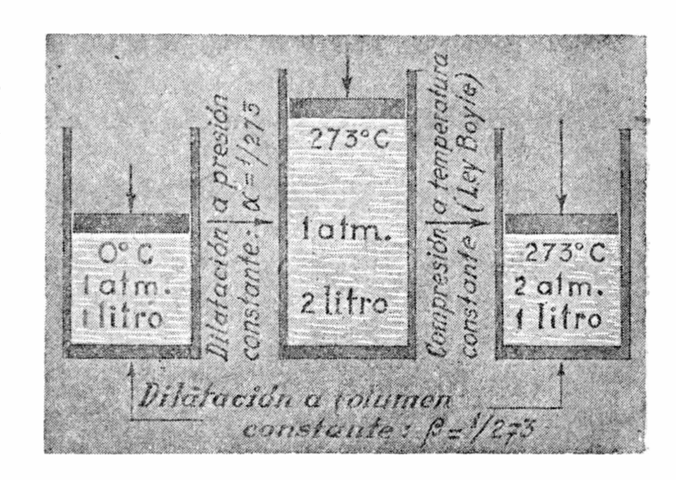


Fig. 317.

Se llama coeficiente de dilatación a volumen constante, al cociente entre el aumento relativo de presión y el aumento de temperatura permaneciendo constante el volumen (β).

La igualdad de los coeficientes α y β es consecuencia de la ley de Boyle y Mariotte como se comprende si se interpreta la fig. 317. En ella se supone que se tiene inicialmente en un cilindro con un émbolo un litro de gas a 0° C y a la presión de una atmósfera.

Como $\alpha = 1/273$, calentando el gas a presión constante hasta alcanzar la temperatura de 273° C, se tendrán 2 litros a la presión de una atmósfera. Si suponemos ahora que comprimimos el gas a temperatura constante tendremos 1 litro a la presión de 2 atmósferas y a la temperatura de 273° C.

203. **Fórmulas de la dilatación de los gases.** — Sea V_0 el volumen de un gas a 0° C; si la temperatura se hace igual a t° C, el volumen será V_t, suponiendo constante la presión. Por la definición de α se tiene:

$$\alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 t}; \quad \text{de donde:} \quad V_t = V_0 (1 + \alpha t).$$

A presión constante $= P_0$

Análogamente, si llamamos P_0 a la presión a 0° C y P_t a la presión a t° C se tendrá por ser $\alpha = \beta$:

$$P_t = P_0 (1 + \alpha t).$$

A volumen constante $= V_0$.

204. **Fórmula general de los gases.** — Partamos de la última fórmula establecida. Tenemos:

A la temperatura t: el volumen V_0 a la presión P_t.

A la temperatura t: hagamos el volumen V; la presión será P.

Como la temperatura no ha variado valdrá la ley de Boyle y Mariotte:

$$PV = P_t V_0.$$

y reemplazando el valor de P_t:

$$PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t).$$

En esta fórmula están contenidas las leyes de *Gay-Lussac y la ley de Boyle y Mariotte.* //

205. **Termómetro a gas.** — Los aparatos de las figuras 315 y 316 representan termómetros de gas. La temperatura medida con un termómetro de gas coincide con las indicaciones de un termómetro de mercurio, *sólo en los puntos fijos de la escala: 0° C y 100° C.* Para otras temperaturas las indicaciones de ambos termómetros difieren, aunque estas diferencias son en general pequeñas. Así por ejemplo, un termómetro de mercurio de vidrio de Jena indica

—30,28° C cuando un termómetro de gas indica —30° C; para 250° C del termómetro de gas, el de mercurio indica 251,1° C.

Un termómetro de gas con recipiente de cuarzo puede servir para medir temperaturas hasta de 1100° C y si el recipiente es de iridio puede llegarse hasta los 2000° C.

206. **Gas perfecto. Temperatura absoluta.** — Ningún gas real cumple con exactitud las leyes de Gay - Lussac y Boyle y Mariotte. En otras palabras: las indicaciones de un termómetro de hidrógeno no coinciden exactamente con las de otro termómetro de aire o nitrógeno, etc., aunque las diferencias son muy pequeñas.

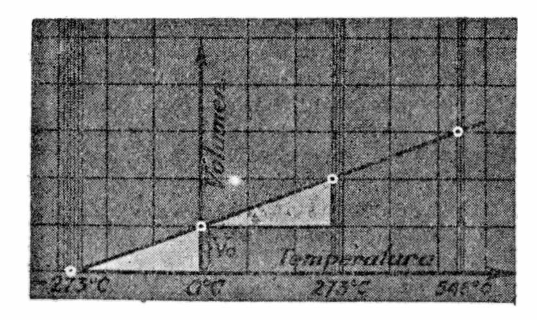
Se llama gas perfecto o ideal, aquél que cumple con exactitud las leyes de Gay - Lussac y Boyle y Mariotte.

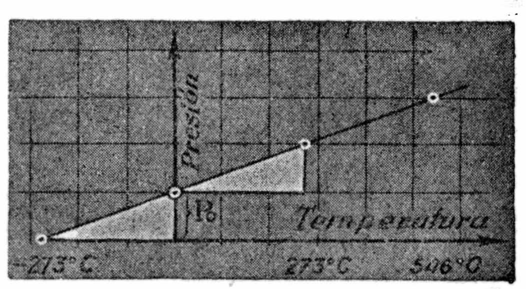
Los apartamientos de los gases reales a estas leyes, dan el modo de comportarse de los mismos. Las fórmulas que hemos establecido se refieren entonces a un gas perfecto.

En la figura 318 se indica la variación del volumen con la temperatura y en la figura 319 la variación de la presión. Se ve en los gráficos que si la temperatura se hace igual a 273° C bajo cero el volumen o la presión se anulan. Si en las fórmulas:

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t); \qquad P_t = P_0 (1 + \alpha t)$$

se hace $t = -273°$ C, resulta en efecto, $V_t = 0$ y $P_t = 0$.





Figs. 318 y 319. — Representación del volumen y la presión de un gas perfecto en función de la temperatura.

Esta temperatura de —273° C se llama cero absoluto:

$$\text{Cero absoluto} = -273° \text{ C}.$$

La temperatura absoluta es la que se cuenta a partir del cero absoluto. Es igual a la temperatura centígrada más 273° C.

$$\text{Temperatura absoluta} = \text{temperatura centígrada} + 273° \text{ C}.$$

$$T = t + 273° \text{ C}.$$

Diremos así que el hielo funde a 273° absolutos y que el agua hierve a 373° absolutos a la presión normal.

Introduzcamos en las fórmulas de los gases la temperatura absoluta. La temperatura centígrada t que figura en aquéllas es:

$$t = T - 273^\circ \text{C};$$

luego:

$$1 + \alpha t = 1 + \frac{1}{273}(T - 273) = 1 + \alpha T - 1 = \alpha T.$$

Aquellas fórmulas se reducen a las siguientes:

$$V_T = V_0 \, \alpha \, T \qquad\qquad P_T = P_0 \, \alpha \, T$$

A presión constante   A volumen constante

$$PV = P_0 V_0 \, \alpha \, T.$$

Pueden enunciarse las leyes de Gay-Lussac diciendo que *presión y volumen son proporcionales a la temperatura absoluta.*

* 207. **Ecuación general de estado de los gases.** — Un litro de oxígeno pesa 16 veces más que un litro de hidrógeno en igualdad de condiciones de temperatura y presión. Ello se debe a que la molécula de oxígeno es 16 veces más pesada que la de hidrógeno, pues de acuerdo al principio establecido por AVOGADRO, *volúmenes iguales de dos gases, a la misma temperatura y presión, tienen igual número de moléculas.*

Si en un litro de oxígeno hubieran 1000 moléculas, en un litro de hidrógeno habrían también 1000 moléculas. Al peso molecular del oxígeno se le atribuye el número 32, por lo cual el peso molecular del hidrógeno será igual a 2.

En 32 gramos de oxígeno habrá un número de moléculas igual al número de moléculas contenidas en 2 gramos de hidrógeno.

32 gramos de O_2 ocupan a 0° C y 760 mm de presión un volumen de 22,412 litros.

2 gramos de H_2 a 0° C y 760 mm de presión ocuparán también el mismo volumen.

Al peso molecular de una substancia expresado en gramos se le llama molécula-gramo o *Mol.*

La molécula gramo de cualquier substancia al estado de gas ocupa a 0° C y 760 mm de presión el volumen de 22,412 litros.

Volumen de 1 Mol gaseoso = 22,412 litros a 0° C y 760 mm.

Veamos la expresión de la fórmula general de los gases aplicada a 1 Mol. Midamos la presión en atmósferas y el volumen en litros:

$$P_0 = 1; \qquad V_0 = 22{,}412.$$

$$P_0 V_0 \alpha = 1 \times 22{,}412 \times \frac{1}{273} = 0{,}082 \left[\frac{\text{litro} \times \text{atm.}}{\text{grado C}} \right].$$

Esta constante es *universal,* es decir igual para todos los gases. Se la designa con la letra R. La ecuación de los gases será:

$$PV = RT.$$

Esta ecuación está referida a 1 Mol, o sea a 2 gramos de hidrógeno, 32 de oxígeno, etc.

Si en lugar de 32 gramos de oxígeno tuviéramos 64, a igualdad de presión y temperatura el volumen sería doble y debiéramos multiplicar a R por 2. En general, si nos referimos a n moles la ecuación será:

$$PV = nRT.$$

Ecuación general de estado de los gases ideales.

El valor de n se halla dividiendo la masa del gas por el peso molecular del mismo.

* Caso de **mezcla** de gases. — ¿Qué peso molecular tomaríamos para el aire? Muy simple: 1 litro de aire pesa 1,293 gramos; 22,412 litros pesan:

$$22{,}412 \times 1{,}293 = 28{,}98 \text{ gramos.}$$

El aire se comporta entonces como un gas cuyo peso molecular fuera igual a 28,98, aproximadamente 29. De igual modo se procede para una mezcla cualquiera de gases de densidad conocida.

El peso molecular atribuíble a la mezcla es igual al número que resulta de multiplicar el peso de un litro de la misma expresado en gramos, por 22,412.

SOLUCIONES Y GASES

208. **Presión osmótica.** — Si se disuelve un terrón de azúcar en agua, se observa que el azúcar disuelto tiende a ocupar el mayor espacio posible. Si se agrega agua, aumentando el volumen de la solución, las moléculas de azúcar ocuparán ahora un volumen ma-

yor. Esta expansibilidad de los cuerpos disueltos recuerda la propiedad análoga de los gases. Esta tendencia de las soluciones a diluirse, es producida por la llamada *presión osmótica*, de igual modo que un gas se expande si su presión es mayor que la presión exterior.

La existencia de la presión osmótica se revela con el aparato de DUTROCHET. El vaso con la solución se introduce en agua pura (fig. 320). La parte inferior del vaso está cerrada por una membrana porosa *m* que puede ser pergamino, un trozo de vejiga, etc. Se observa entonces que el nivel del líquido sube en el tubo vertical hasta cierta altura, revelando que el agua pura atraviesa la membrana más ligero de lo que lo hace la solución. Al cabo de cierto tiempo el agua del vaso exterior se va azucarando y cuando la concentración en ambos vasos sea la misma se igualan nuevamente los niveles. Para medir la presión osmótica es necesario que la membrana *m* sea *semipermeable*: que deje pasar a las moléculas de agua y no a las de azúcar. Membranas semipermeables se obtienen de muchos modos, y desempeñan un papel muy importante en fenómenos biológicos. Uno de los procedimientos para obtener una membrana semipermeable es llenar un vaso de tierra porosa con una solución de sulfato de cobre, e introducirlo en otro vaso que contenga una solución de ferrocianuro de potasio. En los poros del vaso se forma un precipitado gelatinoso de ferrocianuro de cobre que constituye la membrana semipermeable.

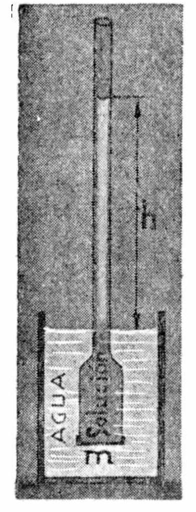


Fig. 320. Ósmosis.

Admitiendo que la membrana *m* es semipermeable la presión hidrostática de la columna *h* de solución, es igual a la presión que debiera haberse ejercido sobre la superficie de la misma para impedir la entrada del agua, es decir para impedir una mayor dilución. Esa presión es la presión osmótica.

* Ley de van't Hoff. — *La presión osmótica de una solución diluída es igual a la presión que tendría una masa gaseosa igual a la masa de la substancia disuelta, que ocupara el volumen de la solución. El peso molecular del gas debe considerarse igual al peso molecular de la substancia disuelta.*

EJEMPLO. — En un litro de solución se tienen disueltos 34,2 gramos de azúcar. La temperatura es igual a 27° C $= 300^\circ$ absolutos.

El peso molecular del azúcar es igual a 342 (Sacarosa $C_{12}H_{22}O_{11}$). La presión se calcula por la fórmula:

$$PV = nRT;$$

$$V = 1 \text{ litro}; \qquad R = 0{,}082; \qquad T = 300; \qquad n = 0{,}1,$$

es decir, un décimo de molécula - gramo: $\frac{34{,}2}{342} = 0{,}1$:

$$P = 0{,}1 \times 0{,}082 \times 300 = 2{,}46 \text{ atmósferas};$$

o sea:

$$P = 2{,}46 \times 76 = 187 \text{ cm de mercurio.}$$

Experimentalmente se comprueban estos resultados con un dispositivo como el de la figura 321.

* **Soluciones electrolíticas.** — Si se disuelve cloruro de sodio, sulfato de cobre, etc., en agua, la presión osmótica es siempre mayor que la calculada por la ley de van't Hoff. Estas soluciones son buenas conductoras de la electricidad. Se explica este comportamiento admitiendo que parte de las moléculas se disocian. Entonces el factor n de la fórmula es mayor de lo que valdría si la molécula no se dividiera. Si todas las moléculas se disocian en dos partes hay que tomar un valor doble para n.

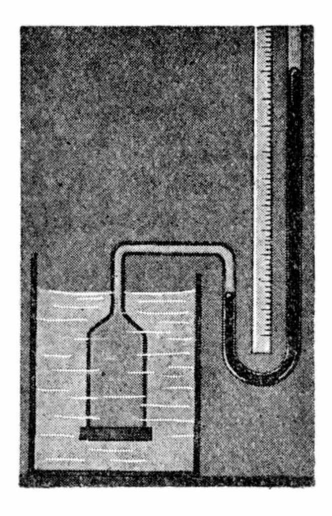


Fig. 321. — Osmómetro.

PROBLEMAS

1. *Hallar la temperatura Fahrenheit correspondiente a 37° C = C.*

$$F = 32 + 9/5\ C = 98{,}6^\circ \text{ F.}$$

2. *Admitiendo que en el año la temperatura llega a variar en 50° C, calcular la variación en longitud de una vía férrea de 100 Km.*

$$\Delta l = 0{,}000012 \times 100 \times 50 = 0{,}06 \text{ Km} = 60 \text{ m.}$$

3. *Con una regla de latón* ($\lambda = 0{,}000019$) *perfectamente dividida en milímetros a 0° C, se mide una longitud, arrojando esa me-*

dida 770 mm estando la regla a 20° C. ¿Cuánto vale la longitud medida?

Como la regla se ha dilatado, entre división y división hay una distancia mayor de 1 mm. La distancia entre dos divisiones consecutivas es a 20° C:

$$1 + 0{,}000019 \times 20 = 1{,}00038.$$

La longitud medida será:

$$770 \times 1{,}00038 = 770{,}3 \text{ mm}.$$

4. *La medida anterior era la de una columna barométrica. ¿Cuánto indicaría el barómetro si su temperatura fuera de 0° C en lugar de 20° C?*

Como las alturas están en razón inversa de las densidades:

$$\frac{H_0}{770{,}3} = \frac{d}{d_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{1}{1 + mt}; \qquad H_0 = \frac{770{,}3}{1{,}0036} = 767{,}6 \text{ mm}.$$

5. *¿Cuál es la fórmula que permite hallar la altura barométrica a 0° C,* H_0, *siendo* H *la altura leída a la temperatura* t *con una regla de coeficiente de dilatación* λ*?*

De los problemas anteriores surge:

$$H_0 = H \frac{1 + \lambda t}{1 + mt}.$$

6. *Un gas ocupa un volumen de 50 cm³ a la presión de 740 mm de mercurio y a la temperatura de 20° C. Hallar su volumen a 760 mm y a 0° C.*

De la fórmula: $PV = P_0V_0 (1 + \alpha t)$ deducimos:

$$V_0 = \frac{PV}{P_0 (1 + \alpha t)} = \frac{740 \times 50}{760 (1 + 20 \alpha)} = 45{,}37 \text{ cm}^3.$$

7. *3,2 gramos de oxígeno ocupan el volumen de 1 litro a la temperatura de 27° C. Hallar la presión.*

$$P = \frac{3{,}2}{32} \times 0{,}082 \times 300 = 2{,}46 \text{ atm}.$$

8. *Hallar la presión de dos gramos de hidrógeno que ocupan un volumen de 0,5 litros siendo la temperatura absoluta igual a 100°.*

$$P \times 0{,}5 = 0{,}082 \times 100; \qquad P = \frac{0{,}082 \times 100}{0{,}5} = 16{,}4 \text{ atm.}$$

9. *La presión del aire de un neumático de auto es de 45 libras por pulgada cuadrada a la temperatura de 27° C. Con el rodar del mismo la temperatura se eleva a 77° C. Hallar la presión.*

Las temperaturas absolutas son:

$$273 + 27 = 300; \qquad 273 + 77 = 350.$$

Considerando el volumen constante, por ser las presiones proporcionales a las temperaturas absolutas, se tendrá siendo p la presión buscada:

$$\frac{p}{45} = \frac{350}{300}; \qquad p = 52{,}5 \left[\frac{\text{libras}}{\text{pulgada}^2}\right].$$

Como la presión atmosférica es aproximadamente igual a 15 libras por pulgada cuadrada, las *sobrepresiones*, que es lo que se mide habitualmente, serían de 30 y 37,5 libras por pulgada cuadrada.

10. *Se tiene 1 litro de aire a la temperatura de 273° C (= 546° abs.). Hallar el aumento que experimentará el volumen al aumentar la temperatura en 1° C permaneciendo constante la presión.*

Como los volúmenes son proporcionales a las temperaturas absolutas, el volumen del gas a 547° absolutos será:

$$V = 1 \text{ litro} \times \frac{547}{546} = 1 \text{ litro} \times \left(1 + \frac{1}{546}\right).$$

El aumento de volumen ha sido:

$$\Delta V = \frac{1}{546} \text{ litro.}$$

Esto muestra que es incorrecto decir, como suele hacerse impropiamente, que "*el coeficiente de dilatación es el aumento de volumen que experimenta la unidad de volumen, cuando la temperatura aumenta 1° C*".

CAPÍTULO XV

CALORIMETRÍA

209. Cantidad de calor y temperatura. — Para hacer hervir un litro de agua no se gasta la misma cantidad de carbón que para hacer hervir 100 litros. En el segundo caso se dice que se ha empleado una cantidad de calor mayor que en el primero.

La unidad de cantidad de calor es la *caloría, igual a la cantidad de calor necesaria para elevar en 1° C la temperatura de 1 gramo de agua.*

La Kilocaloría equivale a 1000 calorías ya que ella se define como la cantidad de calor necesaria para elevar en 1° C la temperatura de un kilogramo de agua.

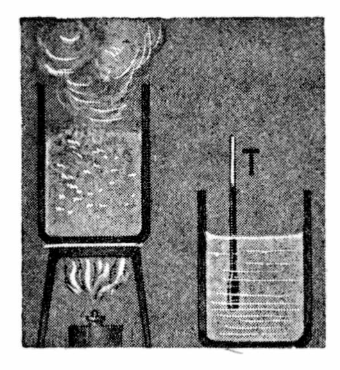


Fig. 322. — Caldera y calorímetro.

EJEMPLO. — Se tienen 250 gramos de agua a la temperatura de 15° C. Si se calienta esa cantidad de agua hasta que alcance la temperatura de 35° C se habrá empleado en el proceso de calentamiento una cantidad de calor igual a $250 \times 20 = 5000$ calorías $= 5$ Kilocalorías, pues $35° C - 15° C = 20° C$.

En efecto:

Al calentar 1 g de agua en 1° C se emplea 1 cal.

Al calentar 250 g de agua en 20° C se emplea $250 \times 20 = 5000$ cal.

Cuando un cuerpo se enfría se dice que pierde calor. Si en el ejemplo anterior el agua hubiera pasado de la temperatura de 35° C a la temperatura de 15° C, habría "*perdido*" o mejor *cedido* a los cuerpos que la rodean 5000 calorías.

210. Capacidad calorífica y calor específico. — La figura 322 representa un vaso de latón que contiene agua y un termómetro *T* que mide su temperatura.

Para fijar ideas supondremos tener 250 gramos de agua a la temperatura ambiente que en el momento de la experiencia es de

15° C. Tomemos una pesa de hierro de 500 gramos y dejémosla unos minutos en el interior de una caldera que tiene agua hirviendo.

La pesa de hierro adquirirá la temperatura del agua en ebullición o sea 100° C. Llevemos ahora esta pesa caliente al vaso que contiene el termómetro y el agua a 15° C, vaso al cual llamaremos en adelante *calorímetro.*

¿Qué ocurrirá? Se observa que no bien introducimos la pesa caliente, el termómetro comienza a subir. Claro, el agua del calorímetro se calienta y la pesa se enfría hasta que ambos adquieran igual temperatura. Esta *temperatura final* supondremos que resulta ser igual a 30° C. ¿Qué cantidad de calor ganó el agua al pasar de 15° C a 30° C? Sencillamente:

$$250\,(30 - 15) = 3750 \text{ calorías.}$$

Es lógico suponer que este calor ha sido tomado de la pesa de hierro cuya temperatura inicial era de 100° C y su temperatura final 30° C. Admitiremos pues, que la pesa de hierro perdió al enfriarse una cantidad de calor igual a la ganada por el agua: 3750 calorías.

Se llama *capacidad calorífica* K *de un cuerpo al cociente entre la cantidad de calor* Q *que gana o pierde y el aumento o disminución de temperatura* Δt *correspondiente.* En el caso del ejemplo:

$$\text{Calor perdido} = Q = 3750 \text{ caloría.}$$

$$\text{Disminución de temp.} = \Delta t = 100^\circ\text{ C} - 30^\circ\text{ C} = 70 \text{ grado C.}$$

$$\text{Cap. calorífica} = K = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{3750 \text{ caloría}}{70 \text{ grado C}}.$$

Efectuando la división:

$$K = 53{,}6 \left[\frac{\text{caloría}}{\text{grado C}}\right].$$

Esto nos dice que la pesa de hierro pierde 53,6 calorías al enfriarse en 1° C o que gana 53,6 calorías al calentarse en 1° C.

Se llama *calor específico de una substancia al cociente entre la capacidad calorífica de una porción de la misma y la masa de dicha porción.* El calor específico *c* del hierro sería, teniendo en cuenta que la masa de la pesa utilizada era de 500 gramos:

$$c = \frac{K}{m} = \frac{53{,}6 \text{ caloría/grado C}}{500 \text{ gramos}};$$

o sea:

$$c = 0{,}107 \left[\frac{\text{caloría}}{\text{gramo} \times \text{grado C}}\right].$$

Esto significa que 1 gramo de hierro al enfriarse en 1° C pierde 0,107 calorías; o que al calentarse en 1° C gana 0,107 calorías.

Fórmula de la cantidad de calor. — Siendo, por la definición de capacidad calorífica:

$$K = Q/\Delta t, \quad \text{resulta:} \quad Q = K\Delta t.$$

Por la definición de calor específico:

$$c = K/m; \quad \text{de donde:} \quad K = mc.$$

Llevando este valor de K a la fórmula que da el valor de Q obtenemos:

$$Q = mc\Delta t.$$

La cantidad de calor que gana o pierde un cuerpo es igual al producto de su masa por el calor específico de la substancia de que está hecho y por el aumento o disminución de temperatura *.

Cada substancia tiene un calor específico característico. Si hubiéramos operado con una pesa de plomo de 500 gramos el agua del calorímetro se habría calentado sólo en 5° C. El calor absorbido por el agua del calorímetro habría sido:

$$250 \times 5 = 1250 \text{ calorías},$$

pues la temperatura inicial era igual a 15° C y la final 20° C. La pesa pasó en cambio de la temperatura de 100° C a la temperatura de 20° C enfriándose en 80° C. Por lo tanto el calor específico del plomo será:

$$c = \frac{Q}{m\Delta t} = \frac{1250 \text{ caloría}}{500 \text{ gramo} \times 80 \text{ grado C}};$$

o sea:

$$c = 0{,}03 \left[\frac{\text{caloría}}{\text{gramo} \times \text{grado C}}\right].$$

* Al alumno le bastará con recordar esta fórmula ya que en ella está implícitamente definido el calor específico.

Esto nos dice que bastan 3 centésimos de caloría para elevar en 1° C la temperatura de 1 gramo de plomo.

En cuanto al agua, su calor específico es igual a la unidad, de acuerdo a la definición de caloría.

211. **Precauciones en las medidas.** — El calorímetro conviene que esté aislado para que no pierda calor por radiación. Se le apoya para ello sobre cuñas de corcho colocándosele en el interior de otro vaso (fig. 323). Una tapa gruesa de madera está perforada para colocar allí el termómetro. Conviene además agitar el agua para uniformar la temperatura y con ese objeto se emplea un alambre que pasa por la tapa y que recibe el nombre de agitador.

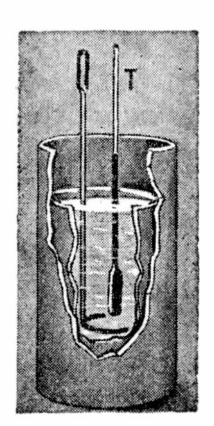


Fig. 323. — Calorímetro.

En los cálculos hay que tomar en cuenta además el calor absorbido por las paredes del calorímetro para lo cual debe conocerse de antemano el calor específico de la substancia de que aquéllas están hechas. El método que hemos explicado para la determinación del calor específico se conoce con el nombre de *método de las mezclas.*

212. **Fórmulas.** — Sea m la masa del agua del calorímetro, t su temperatura inicial y T la final. La cantidad de calor ganada por el agua es:

$$Q_a = m\,(T - t),$$

pues el calor específico del agua vale 1 cal/gramo × grado C.

Llamemos μ a la masa del calorímetro, cuyo calor específico lo supondremos igual a c. El calorímetro pasa también, lo mismo que el agua, de la temperatura t a la T. El calor absorbido por la masa μ será:

$$Q_c = \mu c\,(T - t).$$

El cuerpo de masa M se enfría de la temperatura inicial, τ que en los ejemplos era de 100° C, hasta la temperatura final T. Siendo su calor específico C, el calor perdido por el cuerpo será:

$$Q_p = MC\,(\tau - T).$$

Se supone que debe ser el calor perdido por el cuerpo igual al ganado por el agua y el calorímetro:

$$Q_p = Q_a + Q_c;$$

reemplazando y sacando en el segundo miembro a $(T - t)$ como factor común resulta:

$$MC(\tau - T) = (m + \mu c)\ (T - t);$$

de donde:

$$C = \frac{(m + \mu c)\ (T - t)}{M\ (\tau - T)}.$$

Apliquemos esta fórmula a los ejemplos anteriores sabiendo que el vaso calorimétrico es de latón, calor específico = 0,09, y de masa igual a 100 gramos:

$$\mu c = 100 \times 0{,}09 = 9.$$

Todo pasa como si la masa de agua fuera de 259 gramos en lugar de 250.

Diremos que el calorímetro incluyendo el agua, tiene una masa equivalente en agua de 259 gramos. He aquí en cuánto influye el no tomar en cuenta el calorímetro:

Para el hierro	Sin corrección	$C = 0{,}107$
	Con corrección	$C = 0{,}111$
Para el plomo	Sin corrección	$C = 0{,}0312$ *
	Con corrección	$C = 0{,}0323$

213. **Calor específico de líquidos.** — Se coloca en el calorímetro el líquido a investigar introduciendo en él un cuerpo de calor específico conocido. Teniendo las demás letras el mismo significado que en el párrafo anterior resulta:

$$MC(\tau - T) = mx\,(T - t) + \mu c\,(T - t);$$

de donde:

$$x = \frac{MC\ (\tau - T) - \mu c\ (T - t)}{m\ (T - t)}.$$

214. **Variación del calor específico con la temperatura.** — Experimentalmente se ha encontrado que el calor específico de los cuerpos varía al variar la temperatura. En general aumenta al aumentar ésta, variando en otros casos en forma irregular como pasa en

* En el caso del plomo el valor real del calor específico es el calculado sin efectuar la corrección, pues la temperatura final era 19°,8 C y tomamos 20° C para emplear números enteros.

el agua. En nuestra definición de caloría habíamos supuesto implícitamente la constancia del calor específico del agua. Como eso no es así, se define la llamada *caloría de 15 que es la cantidad de calor necesaria para hacer pasar un gramo de agua de la temperatura de 14,5° C a la temperatura de 15,5° C.*

También se emplea la *caloría media,* igual a la centésima parte del calor necesario para calentar 1 gramo de agua de 0° C a 100° C. He aquí una tabla con los calores específicos del agua a diferentes temperaturas expresados en calorías de 15 sobre gramos × grados C.

0°	1,008	15°	1,0000	30°	0,9979	50°	0,9996
10°	1,0013	20°	0,999	40°	0,9982	60°	1,0017

Se ve que las variaciones son muy pequeñas, y se toman en cuenta sólo en las medidas de gran precisión.

215. Calor específico de gases. — Si se calienta un gramo de aire en un grado centígrado manteniendo constante la presión, o sea dejando que aumente el volumen, se gastan

0,2375 calorías.

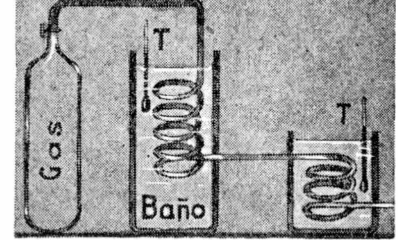


Fig. 324. — Determinación de c_p.

Este valor (dividido por un gramo y un grado centígrado) es el calor específico del aire a presión constante. En cambio, si se eleva en un grado centígrado la temperatura de un gramo de aire, manteniendo constante el volumen, se gastan

0,1690 calorías,

que por gramo y por grado C, es el valor del calor específico del aire a volumen constante.

AIRE .... $\begin{cases} c_p = 0{,}2375 \\ c_v = 0{,}1690 \end{cases}$ $\quad c_p - c_v = 0{,}0685 \quad \dfrac{c_p}{c_v} = 1{,}4.$

Siempre, en todos los gases, el calor específico a presión constante es mayor que el calor específico a volumen constante.

El calor específico a presión constante se determina haciendo pasar una corriente de gas por un serpentín colocado en el interior de un calorímetro. El gas se calienta previamente haciéndolo pasar por otro serpentín sumergido en un baño (fig. 324).

Existen además procedimientos que permiten hallar el cociente entre el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante.

CALORES ESPECÍFICOS A 18° C EXPRESADOS EN $\dfrac{\text{CALORÍAS}}{\text{GRAMO} \times \text{GRADO C}}$

Sólidos		Líquidos		Gases	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$
Aluminio	0,214	Alcohol etíl. ...	0,58	Aire	0,2375	1,40
Hierro	0,111	Benceno	0,41	Oxígeno ...	0,218	1,40
Cobre	0,091	Aceite de oliva	0,47	Nitrógeno .	0,249	1,40
Latón	0,093	Petróleo	0,51	Hidrógeno .	3,41	1,41
Vidrio	0,19	Mercurio	0,0333	Helio	1,25	1,66
Plomo	0,031	Agua	0,999	CO_2	0,202	1,30

CALOR Y TRABAJO

216. Equivalente mecánico del calor. — Constituye un hecho de la experiencia diaria que dos cuerpos que se frotan se calientan. Primitivamente se aprovechaba este efecto para encender fuego, frotando dos maderas secas. Si se hace girar un tubo de metal con éter entre dos piezas de madera (fig. 325) se observa que debido al roce el tubo se calienta hasta producir la vaporización del éter que hace saltar el tapón del tubo. Se ha realizado un trabajo, al frotar el tubo, y se ha obtenido cierta cantidad de calor. Parece que el trabajo realizado se ha *transformado* en calor. Luego, al saltar el tapón por haberse calentado el éter, parece que parte del calor se *transformara* en trabajo. ¿Será efectivamente así? La prueba de que esa *transformación* asombrosa de algo (*trabajo*) en otro algo (*calor*) en apariencia completamente distinto, ocurre en realidad, se puede obtener únicamente por medidas cuantitativas. Se ha encontrado en efecto, que al producir calor por procedimientos mecánicos, cualesquiera sean ellos, se obtiene

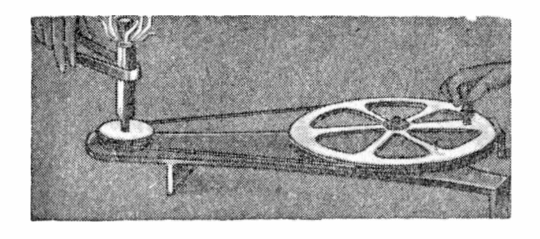


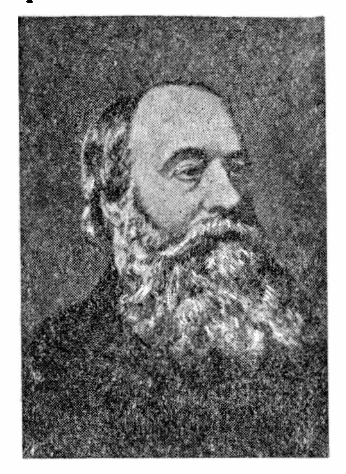
Fig. 325. — Trabajo y calor.

siempre una kilocaloría por cada 427 kilográmetros de trabajo empleado. Podemos establecer entonces esta igualdad:

1 Kilo - caloría = 427 Kgmts.

Esta igualdad es el puente que vincula dos grandes ramas de la física: *mecánica* y *calor*.

217. Experimento de Joule. — Los experimentos llevados a cabo por JOULE, a mediados del siglo pasado (de 1845 a 1850), para la medida del equivalente mecánico del calor, consistían esencialmente en lo siguiente. En el interior de un calorímetro (fig. 327) giraban unas aletas accionadas por unos pesos que caían en la forma que se ve en la figura. Las pesas caen con lentitud debido justamente al roce de las paletas móviles con el líquido. El trabajo de caída de las pesas es fácilmente medible, así como también la cantidad de calor que se produce.



James Prescott Joule (1818 - 1899).

EJEMPLO. — Las dos pesas que caen pesan en conjunto 17 Kgr. La altura de caída es igual a 5m. El trabajo realizado es: $17 \times 5 =$ 85 kilográmetros. Se repite esta operación 10 veces, elevando las pesas con la manivela que se ve en la figura. Cuando se efectúa esta operación se desconectan las paletas del cilindro, para que no giren. El trabajo total es entonces igual a 850 Kgmts. Este trabajo produce en el calorímetro 2000 calorías, o 2 Kilocalorías. Es decir, que si el calorímetro tiene una capacidad calorífica igual a la de 1 Kg de agua, la temperatura se elevará en 2° C. Este experimento arrojaría para el equivalente mecánico de la Kilocaloría el valor:

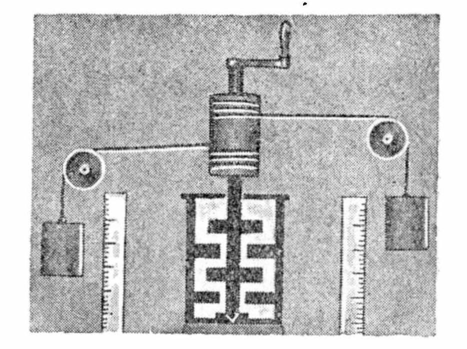


Fig. 327. — Experimento de Joule.

$$J = \frac{850}{2} = 425 \frac{\text{Kgmts}}{\text{Kilocaloría}}.$$

El promedio de muchas medidas arroja el valor que hemos mencionado en el párrafo anterior. Hallemos ahora el equivalente calórico de un trabajo igual a un julio.

Como un Kgmt es igual a 9,8 julios se tiene:

427 × 9,8 julios equivalen a 1000 calorías, de donde:

$$E = \frac{1000}{427 \times 9{,}8} = 0{,}24 \frac{\text{caloría}}{\text{julio}}.$$

*** 218. Método de Roberto Mayer.** — Hemos visto que el calor específico de un gas a presión constante es mayor que su calor específico a volumen constante. Se necesita más calor para calentar un gas a presión constante pues, cuando esto ocurre, ***aumenta el volumen del gas y se realiza en consecuencia un trabajo.***

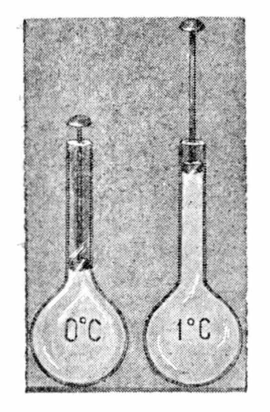


Fig. 328.

Supongamos que tenemos en un recipiente un gramo de aire a 0° C y a la presión de una atmósfera (fig. 328). Elevamos la temperatura a 1° C manteniendo constante la presión. El émbolo subirá y se efectuará un trabajo. Calculemos primero cuanto vale este trabajo.

Sabemos que 1000 cm³ de aire tienen una masa de 1,293 gramos. En un gramo habrán:

$$\frac{1000}{1{,}293} \text{ cm}^3,$$

a la temperatura de 0° C. Elevando la temperatura en 1° C, el ***aumento de volumen*** será:

$$\frac{1000}{1{,}293} \times \frac{1}{273} \text{ cm}^3.$$

Supongamos que la sección del émbolo sea igual a 1 cm². La altura H a que debe subir el émbolo será:

$$\frac{1000}{1{,}293} \times \frac{1}{273} \text{ cm} = \frac{10}{1{,}293 \times 273} \text{ m}.$$

Este émbolo de 1 cm² de superficie sometido a la presión de una atmósfera soporta una fuerza de 1,033 Kgr. El trabajo es entonces:

$$T = \frac{1{,}033 \times 10}{1{,}293 \times 273} \text{ Kgmts.}$$

¿De dónde ha salido este trabajo? Si hubiéramos calentado el gas a volumen constante el calor empleado habría sido igual a:

$$0{,}1690 \text{ calorías.}$$

Calentándolo a presión constante se gastan 0,2375 calorías, de acuerdo a los datos del párrafo 215. La diferencia

$$0{,}2375 - 0{,}1690 = 0{,}0685 \text{ calorías,}$$

es el calor convertido en trabajo.

Entonces:

$$0{,}0685 \text{ calorías equivalen a } T \text{ Kgmts,}$$

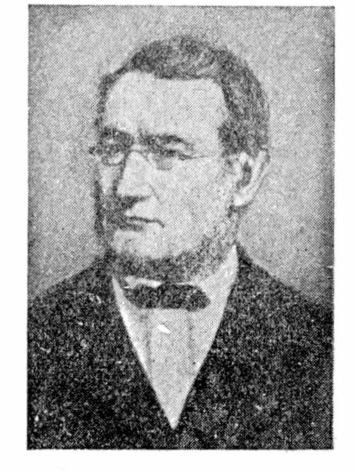
$$1 \text{ caloría equivale a } \frac{T}{0{,}0685} \text{ Kgmts}$$

y una Kilocaloría 1000 veces más. Reemplazando

$$1 \text{ Kilocaloría} = \frac{1033 \times 10}{1{,}293 \times 273 \times 0{,}0685} = 427 \text{ Kgmts.}$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

219. **Noticia histórica.** — Si un prestidigitador "*transforma*" ante nuestros ojos agua en leche, pensamos en seguida en un vaso de doble fondo o en cualquier otro ardid. En situación análoga pensaban encontrarse ante la naturaleza los físicos de antaño. No ignoraban el hecho de que dos cuerpos que se frotan se calientan, pero pensaban que la frotación, lo único que hacía, era poner en libertad el "*flúido calórico*" que se encontraba oculto entre las moléculas del cuerpo. El calor, para ellos, era un flúido sin peso, imponderable. Consideraban entonces que su creación era imposible, tan imposible como consideramos nosotros que lo es, el producir una lluvia de monedas de oro con sólo frotar las manos. De aquí, que el trabajo del médico alemán ROBERTO MAYER, publicado en 1842, donde aseguraba que el trabajo se transformaba en calor, no fuera comprendido por los físicos de aquella época. No sólo no comprendieron el alcance del trabajo de Mayer, sino que, hasta se mofaron de él.



Roberto Mayer (1814 - 1878).

Estas burlas desesperaron a Mayer, al punto de que intentó suicidarse. Salvado de ese intento hubo de ser recluído en un manicomio por dos años.

Esta historia rigurosamente auténtica es sumamente instructiva. No seamos tampoco muy severos al juzgar a los físicos contemporáneos del médico de Heilbronn. Éste era un simple aficionado a la física, por lo cual no es de extrañarse que los físicos lo juzgaran como juzgamos nosotros al chico ingenuo, que en el teatro, cree realmente en la creación de conejos por acción de la varita mágica.

Cuando, otro simple aficionado a la física, el cervecero inglés JAMES PRESCOTT JOULE, probó experimentalmente que frotando un líquido se producía siempre la misma cantidad de calor con el mismo trabajo, los físicos que creían en el flúido calórico deben haber experimentado una conmoción intensa. Pensemos, en efecto, que en el calorímetro podemos poner agua, mercurio, alcohol, etc.; las paletas pueden ser de madera, de hierro, de bronce, en fin, de cualquier substancia *y en todos los casos aparece una kilocaloría por cada 427 kilográmetros de trabajo!* Los experimentos de Joule constituyen la partida de defunción de la teoría del flúido calórico.

220. ¿Qué es el calor? — Debe admitirse lisa y llanamente el resultado de la experiencia: *el trabajo se transforma en calor.*

El calor debe ser entonces una forma de la energía. Conocemos ya varios aspectos de la energía: *cinética, potencial gravitatoria, potencial de un resorte tendido, etc.*

Un kilogramo de agua a 16° C tiene una energía de 427 kilográmetros más que un kilogramo de agua a 15° C. Se admite que esta energía no es más que energía molecular. Las moléculas de agua a 16° C deben moverse con mayor velocidad que las moléculas de agua a 15° C. Esta es, en esencia, la teoría cinética del calor.

221. Principio de conservación de la energía. — Consideremos un laboratorio totalmente aislado del exterior. Por sus paredes no puede entrar ni salir calor, luz, corrientes eléctricas, etc. Dentro del laboratorio podemos hacer todos los experimentos que se nos ocurran. Cualesquiera sean ellos la energía total será siempre la misma. Podremos transformar trabajo en calor, producir luz, corrientes eléctricas, criar animales y plantas, producir toda suerte de reacciones: *la energía total será siempre la misma.* Luego: *En un sistema aislado la energía se mantiene constante.* Este es el enunciado del famoso principio de conservación de la energía.

PROPAGACIÓN DEL CALOR

222. Conducción. — Si se coloca en el fuego el extremo de una barra de hierro, toda la barra se va calentando poco a poco. Éste es el fenómeno de la conducción del calor. Las moléculas del material de la parte que se calienta directamente comienzan a moverse con mayor velocidad. En sus choques con las moléculas vecinas les ceden a éstas parte de su energía cinética. El pasaje de "calor" de un extremo al otro de la barra corresponde a un pasaje de energía.

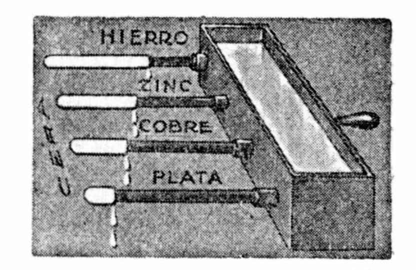


Fig. 330. — Conducción.

No todos los cuerpos conducen el calor con la misma facilidad. Si se vierte agua en ebullición (fig. 330) en un recipiente que tiene una serie de varillas de diferentes metales recubiertas de cera se observa que ésta se funde más rápidamente en unas varillas que en otras.

Coeficiente de conductividad. — Sea una plancha de cierta substancia de paredes planas y paralelas (fig. 331). Una de las caras la mantenemos a una temperatura constante T_1 y la otra a la temperatura T_2. Podríamos tener constantemente una cara a la temperatura de 100° C poniéndola en contacto con vapores de agua en ebullición, y la otra a 0° C estando en contacto con hielo en fusión. En este caso se observaría que el hielo se va fundiendo por el calor que pasa de la pared caliente a la fría. Veremos más adelante (pár. 226) que para fundir un gramo de hielo se necesitan 80 calorías. Pesando entonces el agua proveniente de la fusión se puede saber el calor que en cierto tiempo pasa de una a otra pared. Se ha encontrado así que esa cantidad de calor Q está dada por la expresión:

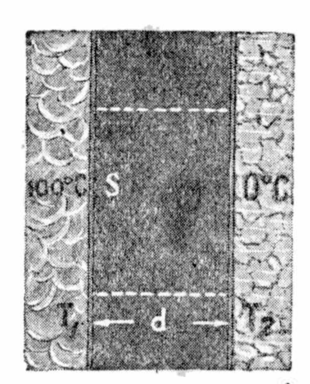


Fig. 331. — Conductividad.

$$Q = kS\frac{T_1 - T_2}{d}t;$$

siendo t el tiempo y k un coeficiente que depende del material y que mide la conductividad calorífica de la substancia. La fórmula nos dice entonces que la cantidad de calor que pasa a través de un muro es proporcional a la superficie S de las paredes, a la dife-

rencia de temperatura entre ambas y al tiempo y que está en razón inversa del espesor del muro.

Despejando k resulta:

$$k = \frac{Qd}{S\,(T_1 - T_2)\,t}.$$

Se han encontrado así los valores siguientes de k en:

$$\left(\frac{\text{caloría}}{\text{cm} \times \text{seg} \times \text{grado C}}\right):$$

Plata	Cobre	Aluminio	Hierro	Vidrio	Carbón
1,01	0,90	0,48	0,15	0,0023	0,0004

El vidrio y el carbón son muy poco conductores del calor; la porcelana es muy mala conductora. Los cuerpos buenos conductores del calor lo son también de la electricidad.

Por la conductividad de las telas metálicas se explica el hecho, que se pueda encender un gas por encima o por debajo de la tela sin que se propague la llama a la otra parte (figura 332). Si se enciende el gas por arriba en lugar de propagarse el calor al gas que está debajo y encenderlo se propaga por toda la tela. En esto se basa la lámpara de seguridad de DAVY, que fué muy utilizada en las minas de carbón para proteger a los obreros de las explosiones que se producían en forma imprevista, al inflamarse el gas llamado *grisú*. La llama de la lámpara se recubre con una tela metálica con lo cual se impide que se encienda el gas exterior.

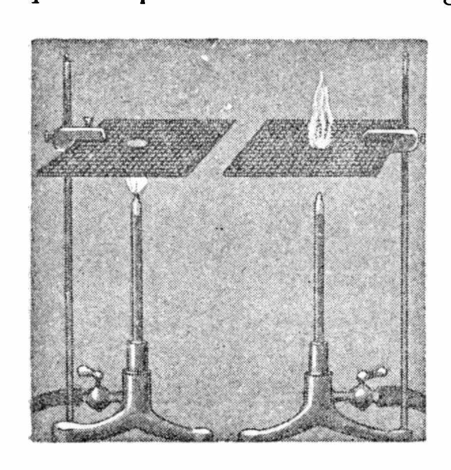


Fig. 332. — Telas metálicas.

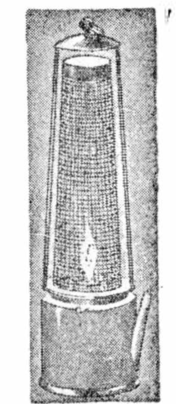


Fig. 333. — Lámpara de Davy.

223. Convección. — Si se calienta un líquido o un gas (fig. 334) por la parte inferior se constata fácilmente que se establecen dos corrientes: una ascendente de líquido más caliente (menos den-

so) y otra descendente de líquido más frío. El calor se propaga así a toda la masa del líquido. Esta propagación se efectúa con transporte de materia y se llama convección. En cambio si se tiene agua a 0° C y se la calienta por debajo, entre 0° C y 4° C, se calienta sólo por conducción, pues en ese intervalo, la densidad del agua aumenta al aumentar la temperatura. Entre 0° C y 4° C convendría aplicar el fuego en la parte superior del recipiente.

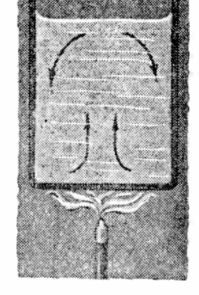


Fig. 334. — Convección.

224. **Radiación.** — El calor que nos llega del Sol se propaga en el espacio en forma análoga a como lo hace la luz. Si acercamos la mano a una plancha caliente notamos que recibimos calor aun estando frío el aire del ambiente. Todos los cuerpos irradian calor lo que significa que puede pasar calor de un cuerpo caliente a otro frío, aun estando ambos en el vacío. La cantidad de calor que irradia un cuerpo depende de la naturaleza de su superficie y de su temperatura. Se ha encontrado que dicha cantidad es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta (ley de Stefan). En la calefacción de un ambiente, se aprovecha la radiación térmica. Los radiadores de las instalaciones comunes se colocan cerca del suelo para que todo el aire se caldee por convección.

PROBLEMAS

1. *No se conoce el calor específico de ninguna substancia y no se tiene a mano dato alguno. ¿Cómo puede hallarse el calor específico de un calorímetro?*

   Se toma una pesa de la misma substancia que el calorímetro. Se tiene así una sola incógnita.

2. *Sea la masa de la pesa* M = *500 gramos; la del calorímetro* μ = *200 gramos y la del agua* m = *300 gramos; la temperatura inicial de la pesa 100° C, la del agua 20° C. Temperatura final 30° C. Sabiendo que el calorímetro y la pesa son de la misma substancia hallar el calor específico* C *de la misma.* Se tendrá:

$$MC\,(\tau - T) = m\,(T - t) + \mu C\,(T - t)\,;$$

de donde:

$$C = \frac{m\,(\mathrm{T}-t)}{M\,(\tau - T) - \mu\,(T - t)} = 0{,}09 \left[\frac{\text{caloría}}{\text{gramo} \times \text{grado C}}\right]$$

El resultado corresponde al latón.

3. *Con el calorímetro y la pesa anterior se determina el calor específico* x *de un líquido introduciendo en 300 gramos del mismo la pesa de 500 gramos inicialmente a 100° C. La temperatura inicial del líquido y el calorímetro es igual a 20° C, la final 40° C.* Aplicando la fórmula del párrafo 213 resulta:

$$x = 0{,}39 \frac{\text{caloría}}{\text{gramo} \times \text{grado C}}.$$

4. *¿Cuántas calorías se gastan en calentar 32 gramos de oxígeno de 0° C a 1° C manteniendo la presión constante e igual a una atmósfera?*

$$Q = mc_p \times 1^\circ\,\mathrm{C} = 6{,}976 \text{ caloría.}$$

5. *¿Y si el volumen se hubiera mantenido constante?* Por ser:

$$\frac{c_p}{c_v} = 1{,}4; \qquad c_v = \frac{c_p}{1{,}4}; \qquad Q' = \frac{6{,}976}{1{,}4} = 4{,}983 \text{ calorías.}$$

6. *¿Qué cantidad de calor se ha empleado en el trabajo de dilatar al gas?*

$$Q'' = Q - Q' = 1{,}993 \text{ calorías.}$$

7. *¿Cuánto vale el trabajo efectuado en la dilatación del gas?*

Como se trata de 32 gramos de oxígeno, un Mol, ocupan a 0° C un volumen de 22,412 litros, o sea 22412 cm^3. El aumento de volumen al aumentar la temperatura en 1° C es:

$$22412 \times \frac{1}{273} = 82{,}09 \text{ cm}^3.$$

Un émbolo de 1 cm^2 tendría que elevarse 82 cm. Si el émbolo tuviera 2 cm^2 se elevaría a 41 cm. En el primer caso

la fuerza sería de 1,033 Kgr; en el segundo doble. En cualquier caso el trabajo es el mismo. Ese trabajo será entonces:

$$T = 1{,}033 \text{ Kgr} \times 0{,}8209 \text{ m} = 0{,}848 \text{ Kgmts.}$$

8. *Hallar, con los datos anteriores, el equivalente en trabajo de una kilocaloría.* Se tiene:

$$1{,}993 \text{ calorías} = 0{,}848 \text{ Kgmts.}$$

$$1{,}993 \text{ kilocalorías} = 848 \text{ Kgmts.}$$

$$1 \text{ kilocaloría} = \frac{848}{1{,}993} = 425{,}5 \text{ Kgmts.}$$

CAPÍTULO XVI

CAMBIOS DE ESTADO

225. Fusión y solidificación. — Sabemos ya, que se llama fusión al pasaje de un cuerpo del estado sólido al líquido por la acción del calor (pág. 2). Mencionamos el caso de la naftalina y del hielo. Aquélla funde a unos 80° C y el hielo a 0° C. *Sabemos también que mientras dura la fusión la temperatura no varía, siempre que se mantenga constante la presión.* He aquí la temperatura de fusión de algunas substancias a la presión atmosférica.

Aluminio	Plomo	Hierro	Azufre rómbico	Azufre monoclínico
660° C	327	1530	113	119° C

Platino	Carbón	Mercurio	Hidrógeno	Helio *
1770° C	3800	— 38,9	— 259	— 272° C

Las substancias que no son especies químicas, o sea que son mezclas no presentan un punto de fusión franco, pasan por un estado pastoso intermedio, como sucede con el vidrio.

Influencia de la presión. — Si en un vaso con hielo y agua (fig. 335), hecho de vidrio con paredes resistentes, se aumenta la presión introduciendo el tornillo que se ve en la figura, se puede leer en el termómetro la temperatura de fusión correspondiente a la presión que indica el manómetro *M*. Se ha encontrado así que a la presión de 13 atmósferas el hielo funde a — 0,1° C y a la presión de 1000 atmósferas funde a — 8,5° C.

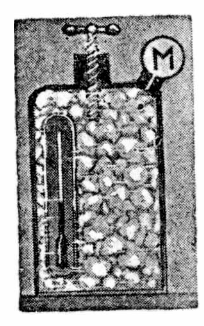


Fig. 335.

En las substancias que como el hielo y el bismuto disminuyen de volumen al fundirse (el hielo flota en el agua) al aumentar la presión disminuye la temperatura de fusión. El caso general es el inverso: en estado sólido el cuerpo ocupa menor volumen que en estado líquido; siendo así, la temperatura de fusión aumenta al aumentar la presión.

El hecho de ser el hielo menos denso que el agua, hace posible la vida acuática en el seno de ríos y lagos, cuya superficie se hiela

* A la presión de 25 atmósferas.

en las regiones frías. La capa de hielo formada impide el paso del calor del agua que está debajo al exterior. En esto tiene gran importancia el *color blanco* del hielo: si fuera negro irradiaría el calor más fácilmente.

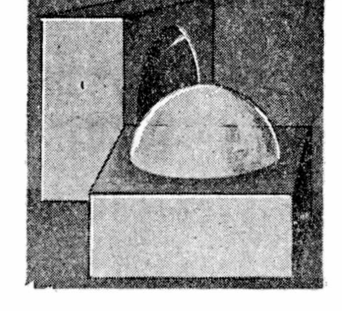


Fig. 336. — Rehielo.

Rehielo. — Si se colocan en un molde trozos de hielo y se comprimen (fig. 336), en los puntos de contacto de las distintas piedras aumenta la presión y el hielo que estaba a 0° C se funde. Por esta razón toma la forma del molde del cual se le saca introduciéndolo en agua tibia.

Por la disminución del punto de fusión con la presión se explica el experimento de la figura 337, en que un alambre puede atravesar una barra de hielo quedando ésta intacta. En los puntos situados debajo del alambre el hielo funde y le permite el paso; luego el agua se solidifica.

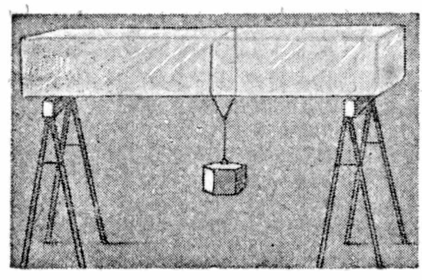


Fig. 337.

Solidificación. — Es el pasaje del estado líquido al sólido. La temperatura de solidificación es igual a la de fusión.

Sobrefusión. — Si se tiene agua pura y se la enfría lentamente, se observa que puede permanecer en estado líquido aún por debajo de 0° C. Basta la menor agitación para que el agua se solidifique y entonces la temperatura sube a 0° C. Se puede poner de manifiesto el fenómeno con la naftalina cuyo punto de fusión es de 79° C. Supongamos que tenemos naftalina líquida a 90° C (fig. 338). Dejamos que se vaya enfriando lentamente y leemos la temperatura cada minuto. Cuando no se produce la sobrefusión el resultado de la experiencia es el de la figura 339. En cambio la gráfica de la figura 340 corresponde a la sobrefusión.

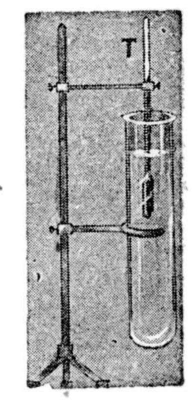


Fig. 338. — Sobrefusión.

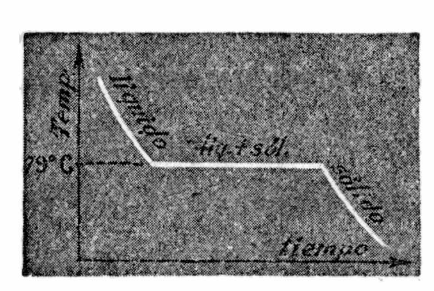


Fig. 339.

226. Calor de fusión. — Sea un calorímetro cuya masa equivalente en agua sea igual a 270 gramos. (Se trata de 260 gramos de agua y de un vaso de latón de 110 gramos; calor específico del latón = 0,09). Temperatura inicial, la del ambiente, igual a 20° C. Introducimos en el calorímetro un trozo de hielo de 30 gramos que hemos secado previamente con papel de filtro. Esperamos hasta que el hielo se funda totalmente y termine el descenso de temperatura. La temperatura final sea igual a 10° C. El descenso ha sido:

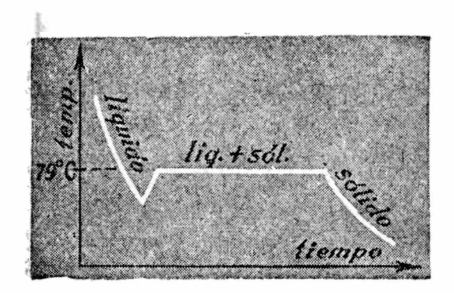


Fig. 340.

$$20° C - 10° C = 10° C.$$

El calorímetro entregó:

$$270 \times 10 = 2700 \text{ calorías.}$$

Este calor se empleó en fundir los 30 gramos de hielo y en calentar el agua proveniente de la fusión de 0° C a 10° C. El agua proveniente de la fusión son 30 gramos que para calentarse en 10° C necesitan:

$$30 \times 10 = 300 \text{ calorías.}$$

La diferencia:

$$2700 - 300 = 2400 \text{ calorías,}$$

se emplearon en fundir los 30 gramos de hielo. El cociente

$$f = \frac{2400 \text{ caloría}}{30 \text{ gramo}} = 80 \frac{\text{caloría}}{\text{gramo}}$$

es el calor de fusión del hielo. Para fundir 1 gramo de hielo se necesitan 80 calorías. *Calor de fusión de una substancia es, pues, el cociente entre el calor necesario para fundir una porción de la misma y la masa de dicha porción.*

He aquí los calores de fusión de algunas substancias:

Plomo	Hierro	Aluminio	Agua	Mercurio	
5,5	49	94	80	2,8	$\left[\frac{\text{caloría}}{\text{gramo}}\right]$

VAPORIZACIÓN

227. Evaporación y ebullición. — Se entiende por *vaporización* el pasaje del estado líquido al de vapor. Cuando los vapores se desprenden sólo de la superficie del líquido se dice que éste se

evapora. Es el caso del agua de un patio recién lavado que se va secando poco a poco. Si en cambio los vapores se desprenden de todo el seno del líquido, dando lugar a la formación de burbujas se dice que el líquido *hierve* o que está en *ebullición.* El pasaje inverso, del estado de vapor al estado líquido, recibe el nombre de *condensación.* Las gotas de rocío se producen por la condensación del vapor de agua de la atmósfera.

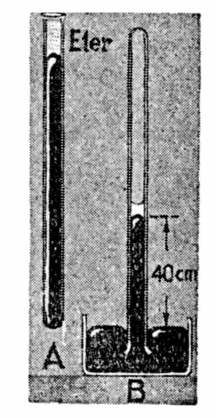
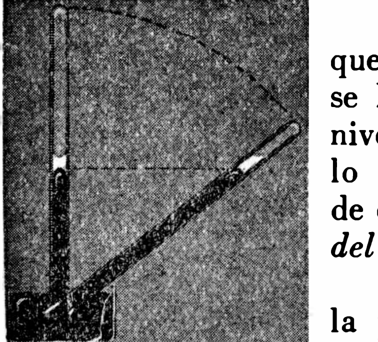


Fig. 341. — Vapor saturado.

228. **Tensión de vapor. Vapores saturados.** — Tomemos un tubo como el utilizado en el experimento de Torricelli. Echemos mercurio en su interior pero no lo llenemos totalmente. Dejamos un espacio de dos o tres centímetros que llenamos con éter, o con cualquier otro líquido. Tapamos el tubo, lo invertimos y lo introducimos en una cubeta *B* con mercurio (fig. 341). El resultado es extraordinario. La columna de mercurio tiene una altura sólo de 40 centímetros *. Los dos o tres centímetros de éter del tubo han hecho descender la columna barométrica en 36 centímetros de mercurio! Fijándonos atentamente veremos que el éter líquido que queda en el tubo, después de invertido, ocupa un volumen menor del inicial. Para explicarnos este resultado debemos admitir que parte del éter se ha vaporizado y que sus vapores ejercen una presión equivalente a la de una columna de mercurio de 36 cm de altura, ya que: $76 - 40 = 36$.


Fig. 342.

Inclinando el tubo, observamos (fig. 342) que el volumen ocupado por el éter líquido se hace mayor al aumentar la inclinación. El nivel del mercurio se mantiene constante. Por lo tanto la presión ejercida por los vapores de éter, llamada tensión del vapor, *no depende del volumen.*

Si calentamos con un mechero encendido la parte del tubo que contiene al éter y sus vapores, observaremos que el mercurio baja o sea que la tensión del vapor aumenta.

Cuando un vapor se encuentra en contacto con su líquido se dice que está saturado. El experimento anterior puede repetirse con alcohol, benceno, etc. Las medidas conducen a las siguientes leyes:

I *La tensión de un vapor saturado no depende de su volumen.*

* Esta altura depende de la temperatura en el momento de hacer el experimento.

La tensión de un vapor saturado aumenta al aumentar la temperatura.

La tensión de un vapor saturado, tiene, para cada líquido, un valor diferente que depende de la temperatura.

En la tabla siguiente se dan las tensiones del vapor saturado del éter, benceno y agua a diferentes temperaturas. Dichas tensiones están expresadas en *centímetros de mercurio.*

Substancia	20° C	35° C	80° C	100° C
Éter	43,3	76	302	495
Benceno	7,5	15	76	134
Agua	1,7	4,1	36	76

229. Vapores no saturados. — Sea un cilindro con un émbolo que contiene en A un líquido con su vapor saturado (fig. 343). Si subimos el émbolo (B) la presión se mantendrá constante siempre que no varíe la temperatura. Esta constancia de la presión en los vapores saturados se explica por la evaporación de parte del líquido a medida que aumenta el volumen. En (C) ya se ha evaporado totalmente el líquido. El vapor deja de estar saturado. Si continuamos aumentando el volumen la presión disminuirá.

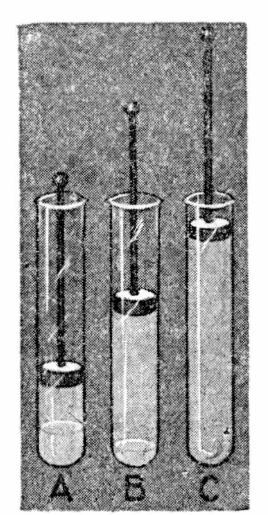


Fig. 343.

En los vapores no saturados se cumple con bastante aproximación la ley de BOYLE y MARIOTTE. Para experimentar con vapores no saturados basta repetir el experimento del párrafo precedente introduciendo en el tubo una cantidad de líquido muy pequeña para que se vaporice por completo.

230. Ebullición. — *Un líquido entra en ebullición a aquella temperatura en que la tensión de su vapor saturado iguala a la presión exterior.* Según esto, a la presión atmosférica de 76 cm de mercurio, y de acuerdo al cuadro del párrafo 228, las temperaturas de ebullición del éter, del benceno y del agua, serán:

Substancia	Éter	Benceno	Agua
Temp. de ebullición	35° C	80° C	100° C

Si se disminuye la presión exterior la temperatura de ebullición disminuye. Agua relativamente fría puede hacerse hervir debajo de la campana de la máquina neumática (fig. 344). Si la presión en la campana fuera de sólo 4,1 cm de mercurio el agua herviría a la temperatura de 35° C. Si la temperatura fuera de 20° C, de acuerdo al cuadro de la página anterior para conseguir que el agua entre en ebullición debe ser la presión inferior a 1,7 cm de mercurio. En cambio si la presión aumenta, la temperatura de ebullición debe ser mayor.

He aquí la temperatura de ebullición del agua a diferentes presiones:

Presión en mm de Hg	20	100	300	600	700	760
Temp. de ebullición en ° C ..	22	52	76	93,5	97,7	100

Presión en atmósferas	2	4	8	10	40	60	120	205
Temp. de ebullición en ° C ..	121	144	171	180	250	275	325	374

Si se toma un matraz (fig. 345), se hace hervir agua, se le tapa e invierte, el agua deja de hervir por la presión que sobre ella ejercen los vapores. Si se procede ahora a mojar el matraz con agua fría, el agua comienza a hervir de nuevo. Se explica este experimento, debido a FRANKLIN, porque el agua fría origina la disminución de la tensión de los vapores.

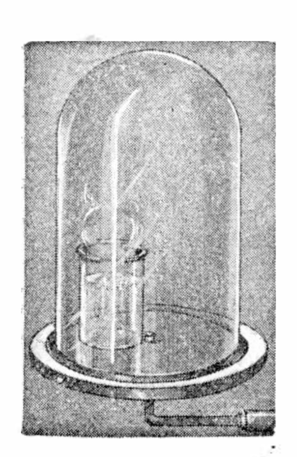


Fig. 344. — Agua fría hirviendo.

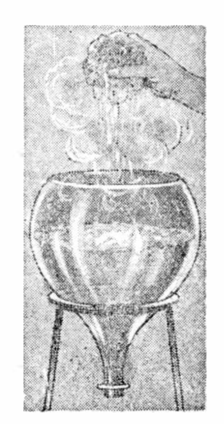


Fig. 345. — Experimento de Franklin.

Otro experimento interesante debido a TYNDALL es el siguiente: Un tubo de metal de unos dos metros de largo y suficientemente estrecho, abierto por su parte superior, comunica por esa parte con una amplia fuente que se llena de agua caliente (fig. 346). El tubo se calienta por debajo y como es largo y el agua se enfría por la parte superior, la temperatura del agua será mayor abajo que arriba. El agua de la parte inferior del tubo soporta una presión mayor que la atmosférica.

Si el tubo es de dos metros, como hemos supuesto, la presión será de unos 90 cm de mercurio. A esta presión el agua hierve recién a 105° C. Cuando alcanza esta temperatura se desprende una notable masa de vapor que sale violentamente por la fuente junto a un chorro de agua hirviente. Penetra luego agua algo más fría en el tubo y el fenómeno se repite periódicamente. Este experimento reproduce el fenómeno natural de los famosos *geisers de Islandia.*

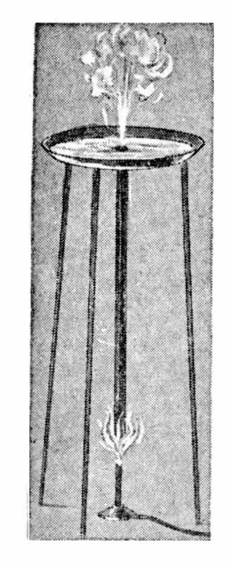


Fig. 346. — Experimento de Tyndall.

231. Destilación. Principio de la pared fría. — Si se tienen dos vasos A y B (fig. 347) con un mismo líquido a temperaturas diferentes, se observa que pasa constantemente vapor del vaso de mayor al de menor temperatura. En el vaso frío el vapor se condensa. Supongamos para fijar ideas, que el vaso A se encuentra a la temperatura ambiente que supondremos igual a 20° C, y el B a 0° C, lo que se logra si se le sumerge en un baño de hielo en fusión. Al cabo de cierto tiempo toda el agua se encontrará en B; *la tensión de los vapores saturados es la que corresponde a la temperatura del recipiente frío.* Éste es el llamado principio de la pared fría enunciado por WATT.

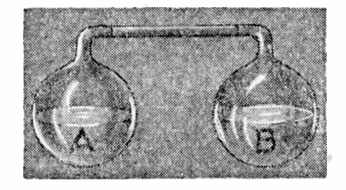


Fig. 347.

En esto se basan los aparatos de destilación (fig. 348). Los vapores del líquido pasan por un serpentín introducido en un baño de agua fría en circulación. El líquido que se condensa en el serpentín se recoge en el recipiente R. Si se tiene una mezcla de líquidos, alcohol y agua, por ejemplo, se les puede separar por destilaciones sucesivas, pues el alcohol se vaporiza más rápidamente que el agua.

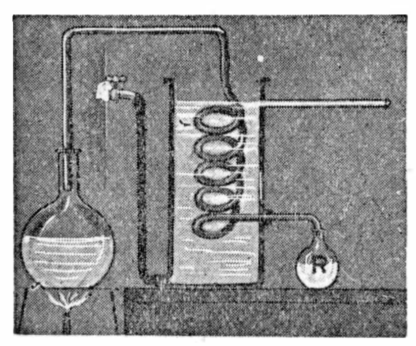


Fig. 348. — Destilación.

232. Calor de vaporización. — El calor de vaporización de un líquido es el cociente entre la cantidad de calor necesaria para transformar en vapor cierta porción del mismo y la masa de dicha porción. El líquido y el vapor deben considerarse a la misma temperatura. Se ha encontrado que

el calor de vaporización del agua a 100° C es igual a 539 cal/gramo. Esto quiere decir que para convertir un gramo de agua que está a 100° C en un gramo de vapor a 100° C se necesitan 539 calorías.

De este calor parte se emplea en aumentar la energía cinética de las moléculas y parte en hacer que aumente el volumen, ya que el vapor ocupa un volumen mucho mayor que el líquido. Un gramo de agua ocupa un volumen de 1 cm^3 y 1 gramo de vapor a 100° C y a la presión de una atmósfera ocupa 1670 cm^3. De aquellas 539 calorías, 40 se emplean en trabajo de expansión.

La determinación del calor de vaporización se efectúa haciendo que los vapores de líquido provenientes de una caldera C se condensen en el interior de un calorímetro (fig. 349).

El enorme valor del calor de vaporización del agua explica el "frío" que produce su evaporación.

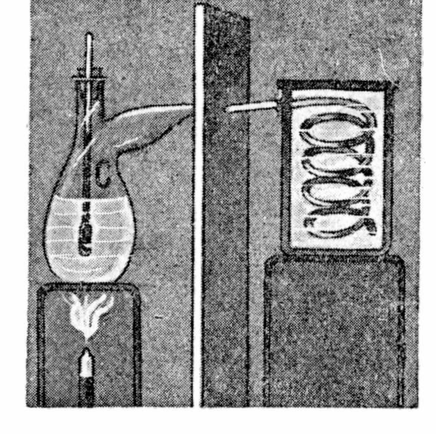


Fig. 349. — Calor de vaporización.

HIGROMETRÍA

233. Estado higrométrico. — Se designa con el nombre de estado higrométrico H del aire en un momento dado, al cociente entre la masa de vapor de agua m contenida en cierto volumen de aire y la masa m' de vapor, que debería tener aquel volumen para que el aire se encontrara saturado. Luego:

$$H = \frac{m}{m'}.$$

Supongamos que en cierto volumen de aire tenemos 50 gramos de vapor de agua y sabemos que si a esa temperatura hubiera en el mismo volumen 100 gramos, el vapor ya estaría saturado, es decir que comenzaría a formarse rocío. El estado higrométrico sería entonces:

$$H = \frac{50}{100} = 0{,}5; \quad \text{o también:} \quad 50\ \%.$$

El cociente de las masas m y m' es igual al cociente de las densidades d y d' del vapor realmente contenido y del vapor que contendría el *mismo volumen* de aire si estuviera saturado. Admi-

tiendo que para los vapores no saturados vale la ley de Boyle y Mariotte, justo hasta el momento de la saturación, el cociente de las densidades será igual al cociente de las presiones. Luego:

$$H = \frac{m}{m'} = \frac{d}{d'} = \frac{P}{P'}.$$

Para determinar H, habrá que medir la tensión del vapor de agua P, contenido en el aire en un momento dado y dividir dicha presión por la tensión del vapor saturado correspondiente a la temperatura del momento.

234. **Higrómetro de Daniell.** — Con este aparato (fig. 350) se mide en forma rápida y sencilla el estado higrométrico del aire. Las dos esferillas contienen en su interior éter. La que está recubierta por una tela se moja con éter en el momento de la medida. Ese éter se vaporiza y para hacerlo, necesita calor. Por esto el éter de la esfera recubierta se enfría. Siendo así, el éter de la esfera que tiene un anillo dorado comienza a destilar, por lo cual su temperatura también desciende, descenso que se aprecia con el termómetro situado en el interior de la misma. Debe seguirse atentamente ese descenso fijándose en el anillo dorado de la esfera de vidrio. Llega un momento en que el anillo y la esferilla de vidrio se empañan. Se dice que ha sido alcanzado el *punto de rocío*. Supongamos que en ese momento el termómetro del soporte indique 26° C, que es la temperatura ambiente. En cambio la temperatura del punto de rocío, indicada por el termómetro interior, es igual a 18° C.

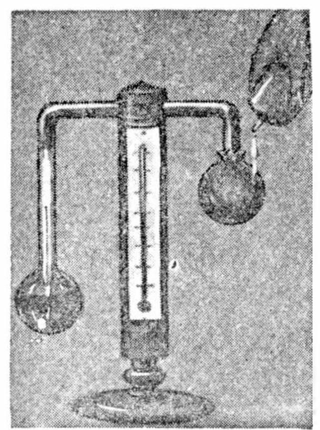


Fig. 350. — Higrómetro de Daniell.

Utilizando la tabla siguiente puede calcularse fácilmente H.

t	*P*	*t*	*P*	*t*	*P*	*t*	*P*	*t*	*P*
0	4,6	8	8.0	16	13,5	24	22.2	32	35,5
1	4,9	9	8,6	17	14,4	25	23,5	33	37,6
2	5,3	10	9,2	18	15.4	26	25,0	34	39,7
3	5,7	11	9,8	19	16,4	27	26,5	35	42,0
4	6,1	12	10,5	20	17,4	28	28,1	36	44,4
5	6.5	13	11,2	21	18.5	29	29.8	37	46,9
6	7,0	14	11,9	22	19,7	30	31,6	38	49,5
7	7,5	15	12,7	23	20,9	31	33,5	39	52,3

Esta tabla da la tensión del vapor saturado P en mm de mercurio a diferentes temperaturas. En el ejemplo anterior la temperatura ambiente es igual a 26 ° C. La tensión que tendría que tener el vapor para que el aire estuviera saturado de humedad sería de acuerdo a la tabla de 25,0. Pero la tensión que tiene realmente es la que corresponde a la temperatura de rocío, igual a 18° C. Esta tensión es de 15,4. Por lo tanto:

$$H = \frac{15{,}4}{25{,}0} = 0{,}616 \simeq 60\ \%.$$

235. **Volatilización.** — Algunas substancias sólidas, pasan directamente de ese estado al de vapor. Al pasaje inverso se le llama sublimación. Se ha podido medir, en algunos casos, la tensión de los vapores de cuerpos sólidos. Para esto se introducen pequeños trozos de la substancia en el interior de la cámara barométrica. Se han encontrado así los valores siguientes para la tensión de vapor en mm de mercurio:

Naftalina, a 0° C: 0,009; a 80° C: 6,4.
Alcanfor, a 30° C: 0,25; a 70° C: 6,5.
Iodo, a 20° C: 0,25; a 80° C: 16; a 160° C: 412.

Es posible que todos los cuerpos sólidos se volatilicen, o sea que desprendan moléculas de su superficie en cantidades muy pequeñas. Así, por ejemplo, Moss dispuso en el extremo de un tubo horizontal privado de aire un trozo de azufre; al cabo de 25 años, sin haber movido el tubo, se encontraban en el otro extremo pequeños cristales ortorrómbicos de azufre de un diámetro de dos décimos de milímetro. A temperaturas muy altas, como las que se obtienen con el horno eléctrico, el carbón y la sílice se volatilizan.

El hielo se volatiliza con relativa facilidad y a temperaturas bajas. La tensión de los vapores de hielo a 0° C es de 4,6 mm de mercurio; a —10° C es de 2 mm y a —50° C es de 0,05 mm.

PROBLEMAS

1. *Hallar el calor necesario para convertir un gramo de hielo a 0° C en un gramo de vapor de agua a 100° C.*

Para fundir el hielo se necesitan 80 calorías; para elevar la temperatura del agua de 0° C a 100° C, se requieren 100

calorías; para vaporizar el agua a esta temperatura 539 calorías; luego:

$$Q = 80 + 100 + 539 = 719 \text{ calorías.}$$

2. *Se echa una piedra de hielo de 50 gramos en un vaso que contiene 200 gramos de agua a 28° C. Despreciando el enfriamiento de las paredes del vaso y supuesto el hielo inicialmente a 0° C hallar la temperatura final.*

Se tendrá:

$$50 \times 80 + 50\,x = 200\,(28 - x)\,; \qquad x = 6{,}4^{\circ}\,\text{C},$$

siendo x la temperatura buscada y 80 cal/gramo el calor de fusión del hielo.

3. *30 gramos de vapor de agua provenientes de agua en ebullición se condensan en el serpentín de un calorímetro cuya temperatura final es de 25° C. ¿Cuántas calorías entregó el vapor de agua?*

Al condensarse entregó:

$$30 \times 539 = 16170 \text{ calorías;}$$

y al enfriarse el agua de condensación, de 100° C a 25° C:

$$30 \times 75 = 2250 \text{ calorías.}$$

En total el calor entregado es:

$$16170 + 2250 = 18420 \text{ calorías.}$$

4. *Si la temperatura inicial del calorímetro anterior era igual a 15° C, ¿cuál es su masa equivalente en agua?*

$$M\,(25 - 15) = 18420 \text{ calorías;} \qquad M = 1842 \text{ gramos.}$$

5. *La temperatura ambiente es igual a 8° C; la del punto de rocío 6° C. Hallar el estado higrométrico.* Utilizando la tabla de la página 240 resulta:

$$H = \frac{7{,}0}{8{,}0} = 0{,}875 = 87{,}5\ \%.$$

CAPÍTULO XVII

VAPORES Y GASES

236. **Temperatura crítica.** — A la presión de una atmósfera el agua hierve a 100° C. Para tener agua y vapor de agua a 100° C será necesario que la presión sea de una atmósfera. Si la presión fuera algo mayor todo el vapor se condensaría, y si fuera menor todo el líquido se convertiría en vapor. Análogamente, a 325° C la tensión del vapor de agua es igual a 120 atmósferas; si la presión exterior es algo mayor tenemos únicamente agua líquida y si es menor sólo vapor de agua. Para 374° C la tensión de los vapores es igual a 205 atmósferas. *Para una temperatura algo mayor ya es imposible, por grande que sea la presión exterior, tener agua líquida.* Es decir, que si tenemos vapor de agua a la temperatura de 380° C, aun cuando hiciéramos la presión exterior igual a un millón de atmósferas, no podríamos lograr la condensación de aquellos vapores.

La temperatura de 374° C es la temperatura crítica del agua. Por encima de esa temperatura es imposible obtener agua líquida.

Se llama temperatura crítica de una substancia a la mayor temperatura en que puede coexistir la misma en estado líquido y en estado de vapor, o lo que es lo mismo *a aquella temperatura por encima de la cual el estado líquido es imposible.*

Un gas no es más que un vapor cuya temperatura es superior a la temperatura crítica.

A las temperaturas de

50° C 100° C 200° C 370° C,

se tiene *vapor de agua;*
y a las temperaturas de

380° C 400° C 500° C,

se tiene *"gas" de agua.*

A la presión correspondiente a la temperatura crítica, suponiendo que en ésta todavía coexisten los dos estados, líquido y vapor, se la denomina presión crítica.

He aquí la temperatura y la presión crítica de algunas substancias.

	Temp. crítica	Presión crítica	Temp. de ebullición a la presión de 1 atm.
Mercurio	1470° C	—	356,7° C
Agua	374	205 atm.	100
Alcohol	243	63 „	78,3
Éter	194	35 „	34,6
Anhídrido carbónico (CO_2)	31	72 „	— 78,5
Oxígeno	—119	50 „	—183
Nitrógeno	—147	33 „	—196
Hidrógeno	—240	13 „	—253
Helio	—268	2,6 „	—269
Aire (sin CO_2)	—141	37 „	—193

De acuerdo a estos datos, para licuar el oxígeno será necesario enfriarlo por debajo de 119° C bajo cero. Para tener oxígeno líquido a esta temperatura hace falta una presión de 50 atmósferas. A temperatura de —183° C el oxígeno hierve a la presión atmosférica y a una temperatura más baja la tensión de los vapores se hace todavía menor.

Todo esto prueba que entre el estado líquido y el gaseoso existe una continuidad perfecta.

Fig. 351.

237. Experimentos de Andrews. Isotermas del CO_2. —Los resultados mencionados en el párrafo anterior fueron puestos de manifiesto por primera vez por ANDREWS en 1869. Este físico estudió la compresibilidad del anhídrido carbónico a diferentes temperaturas. Se valía del dispositivo indicado en la figura 351. En un recipiente de cobre totalmente lleno de agua se introduce un tornillo que aumenta la presión. El gas a estudiarse se coloca en un tubo estrecho, resistente y bien calibrado. Otro tubo con aire sirve de manómetro de aire comprimido. El aire y el gas están separados del agua por una pequeña porción de mercurio. Todo el aparato se coloca en un baño a temperatura constante. Se aumenta la presión poco a poco y se lee en cada caso el volumen ocupado por el gas o el vapor.

Pueden representarse luego los resultados, en un sistema de coordenadas (fig. 352). Si el CO_2 se encuentra a la temperatura de 48° C su comportamiento es parecido al de los gases comunes, es decir que cumple la ley de Boyle y Mariotte con suficiente aproximación. En cambio obsérvese la isoterma de 21° C. La rama *AB* corresponde a un vapor no saturado; en *B* comienza el vapor a condensarse y de *B* a *C* tenemos vapor saturado y líquido. En esta parte de la curva varía el volumen y la presión se mantiene constante. Al llegar a *C* todo el vapor se ha condensado; de *C* a *D* tenemos únicamente líquido. Por esta razón el volumen casi no varía aun aumentando mucho la presión.

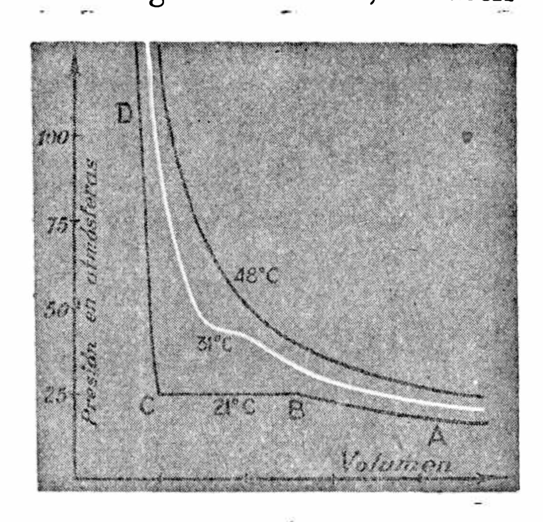


Fig. 352. — Isotermas del CO_2

La isoterma de 31° C, representada en blanco, no presenta ninguna discontinuidad: es la que corresponde a la temperatura crítica. *La continuidad entre el estado gaseoso y el líquido* es bien manifiesta. Además, considérese que se puede pasar del estado de vapor no saturado o del estado gaseoso, al estado líquido sin pasar por el estado de vapor saturado y en forma continua. Supongamos que la presión, el volumen y la temperatura de la substancia correspondan en un momento dado el punto *A* (vapor no saturado) (fig. 253). Si la calentamos manteniendo constante el volumen podremos llegar en forma continua al punto *A'*, pasando de una isoterma a la siguiente. De *A'* podríamos llegar a *D* (estado líquido) siguiendo el camino *A'D*, es decir enfriando el gas y manteniendo la presión constante. Se pasa así del estado gaseoso al estado líquido en forma continua *sin pasar por el estado de vapor.*

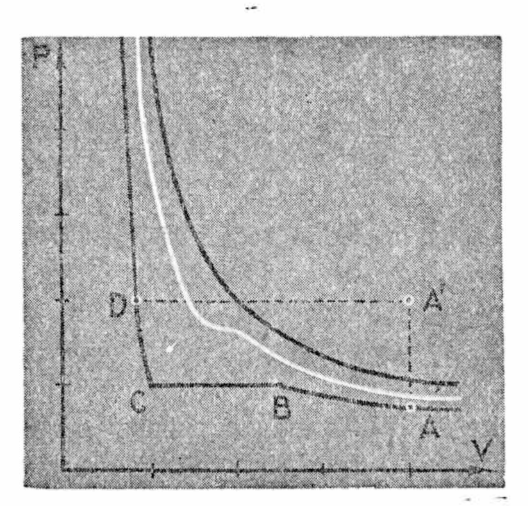


Fig. 353. — Continuidad entre los estados líquido y gaseoso.

238. Gases reales y gases ideales. — Ningún gas real cumple las leyes de BOYLE y MARIOTTE y GAY-LUSSAC. Según la ley de Boyle y Mariotte a temperatura constante el producto de la presión P por el volumen V debiera ser constante. Si se representa en una

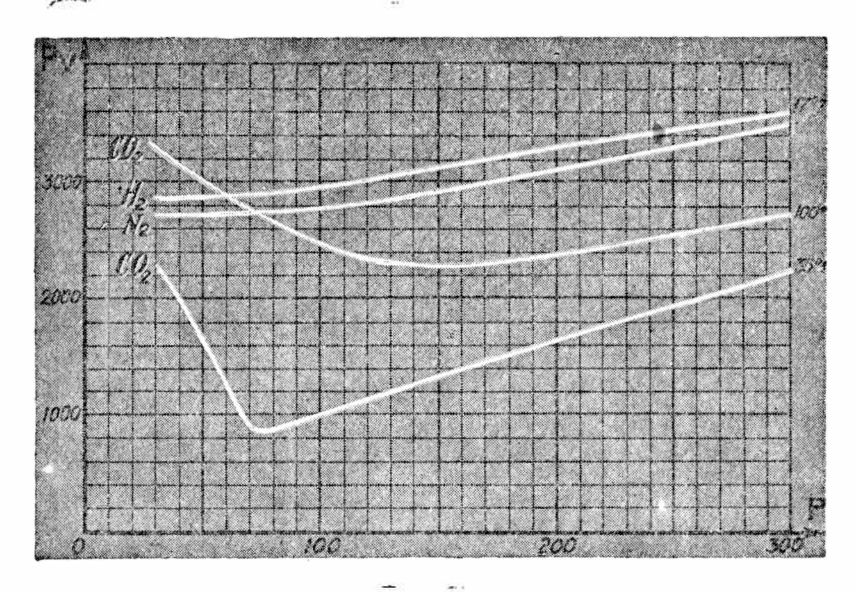


Fig. 354. — Gases reales.

gráfica, en el eje de las ordenadas el producto PV, y en el de las abscisas la presión P debiera obtenerse una recta paralela al eje de las abscisas. En la figura 354 se han indicado algunos de los resultados para diferentes gases. Se ve que ninguno de ellos cumple la ley de Boyle y Mariotte. Tampoco siguen los gases las leyes de Gay-Lussac: el coeficiente de dilatación varía con la temperatura y no tiene exactamente el mismo valor para todos los gases.

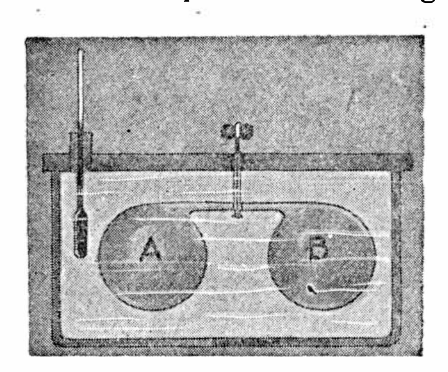


Fig. 355. — Efecto Thomson-Joule.

Un gas real se acerca en su comportamiento, tanto más a un gas ideal, cuanto mayor sea su temperatura con respecto a su temperatura crítica.

Efecto Thomson-Joule. — Tengamos en A (fig. 355) un gas comprimido. En el recipiente B se ha hecho el vacío. Ambos recipientes pueden comunicarse por medio de una llave y se encuentran en el interior de un calorímetro. Si se abre la llave el gas se expande *sin producir trabajo exterior*.

En los gases reales se observa que, en general, al expandirse sin producir trabajo, se enfrían. Se explica este enfriamiento porque las moléculas se alejan unas de otras al aumentar el volumen. Cuando están relativamente cerca se atraen entre sí con fuerzas que no son del todo despreciables. Para separarlas se necesita gastar un trabajo y para realizar este trabajo se requiere cierta cantidad de calor que se obtiene del propio gas produciendo el enfriamiento. En otras palabras la velocidad de las moléculas del gas disminuye algo cuando el gas se expande, aun sin producir trabajo exterior.

En los gases comunes el enfriamiento producido por el efecto THOMSON - JOULE es sumamente pequeño y es necesario tomar precauciones especiales para ponerlo de manifiesto. El hidrógeno a la temperatura ordinaria se calienta al expandirse en lugar de enfriarse. Pero por debajo de —80° C se enfría al dilatarse como los otros gases. *El efecto Thomson - Joule es nulo sólo para un gas ideal.*

239. Liquefacción de gases. Nieve carbónica. — Para licuar el anhídrido carbónico cuya temperatura crítica es igual a 31° C bastará comprimirlo a la temperatura ambiente, en el supuesto de que ésta no alcance a tener aquel valor. Sin necesidad de aumentar la presión puede obtenerse anhídrido carbónico líquido y aún sólido (nieve carbónica, hielo seco) enfriando el gas. Esto se realiza de un modo muy fácil. En el comercio se expende el anhídrido carbónico en cilindros de metal que contienen este "gas" a presión. Sería realmente un gas en los días de riguroso verano; en general en el cilindro se encuentra vapor saturado, en contacto con anhídrido carbónico líquido. La presión dependerá únicamente de la temperatura. A 10° C esta presión es de 44 atmósferas; a 20° C, 55 atm y a 30° C, 71 atm.

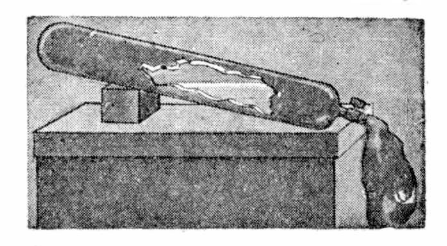


Fig. 356. — Obtención de nieve carbónica.

Si colocamos el cilindro como indica la figura 356 como para recoger el líquido, éste al pasar bruscamente de la presión de 50 o 60 atmósferas, a la presión de una atmósfera, se vaporiza en parte. Esta vaporización requiere calor, por lo cual el resto del líquido se enfría hasta solidificarse.

A la presión atmosférica la nieve carbónica se *volatiliza* a la temperatura de —78,5° C, por lo cual un trozo de CO_2 sólido desprende vapores sin pasar por el estado líquido: de aquí el nombre de "*hielo seco*". La densidad relativa al agua del "hielo seco" es

igual a 1,53 y su calor de vaporización igual a 142 calorías por gramo. Para convertir un gramo de nieve carbónica en vapor a 0° C se necesitan unas 150 calorías: el calor de vaporización más el calor necesario para calentar el vapor.

Siendo el calor de fusión del hielo común, igual a 80 calorías por gramo, se observa, que como refrigerante, la nieve carbónica tiene un rendimiento casi doble a igualdad de masa. Para licuar otros gases cuya temperatura crítica es muy baja, LINDE ideó un aparato aprovechando el efecto *Thomson-Joule*. Se comprime un gas, se le refrigera en serpentines apropiados y luego se le hace expandir bruscamente. Así la temperatura baja. Con este gas algo enfriado se repite el proceso, lográndose así temperaturas inferiores a — 200° C. Actualmente se han logrado temperaturas muy próximas al cero absoluto por diversos medios. *La temperatura del cero absoluto es inalcanzable.* Haría falta para lograrla gastar infinita energía. Se han obtenido temperaturas inferiores a un grado absoluto.

Experimentos con aire líquido. — En vasos *Dewar* que no son otra cosa que "termos" puede conservarse el aire líquido bastante tiempo (dos o tres días) pues esos vasos absorben en forma insignificante el calor exterior. La temperatura del aire líquido en ebullición a la presión atmosférica es de — 193° C; no estando en ebullición es algo inferior. Introduciendo en aire líquido un trozo de carne, o una flor, se vuelven frágiles; el mercurio se solidifica pudiéndose hacer un pequeño martillo de ese metal; una hélice de alambre de plomo se hace elástica, etc., etc.

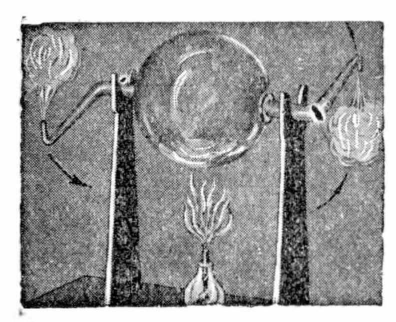


Fig. 357. — Esfera de Herón.

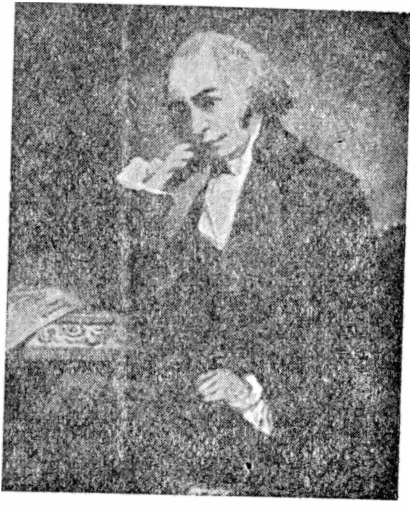
MÁQUINAS TÉRMICAS

240. **Máquina a vapor.** — Una máquina que produce trabajo mecánico por la acción del calor es una máquina térmica. En ella se transforma calor en trabajo mecánico. El modelo más antiguo de máquina térmica es la esfera de HERÓN de Alejandría, llamada *eolipila* (Puerta de Eolo). Al calentar el agua contenida en una esfera giratoria (fig. 357) el vapor que se desprende por tubos acodados en sentido inverso, produce por reacción la rotación de la misma.

Un molino de viento es en realidad una máquina térmica que utiliza el calor del Sol, pues a causa de diferencias de temperatura

es que se originan las corrientes de aire. Lo mismo cabe decir con respecto a las turbinas hidráulicas que funcionan aprovechando una caída o corriente de agua. El calor del Sol es nuevamente la causa del movimiento del líquido.

En las máquinas térmicas propiamente dichas, se aprovecha el calor de un combustible cualquiera: carbón, petróleo, nafta, etc. Un kilogramo de carbón produce al quemarse, combinándose con el oxígeno, unas 8000 kilocalorías. *Sólo una parte de este calor puede transformarse en trabajo.*


James Watt (1736 - 1819). Inventor de la máquina a vapor de doble efecto.

Una máquina a vapor consta, en esencia, de una caldera donde se genera vapor de agua a presión (fig. 359) y de un mecanismo que se pone en movimiento por la acción de esa presión. Supongamos que la temperatura del agua de la caldera sea igual a 180° C. A esta temperatura la tensión del vapor es de 10 atmósferas. Si comunicamos la caldera alternativamente con una y otra cara de un émbolo que recorre un cilindro podremos producir desplazamientos del mismo. Abramos las llaves 1 y 4 y cerremos la 2 y la 3. Los tubos 3 y 4 comunican con la atmósfera.

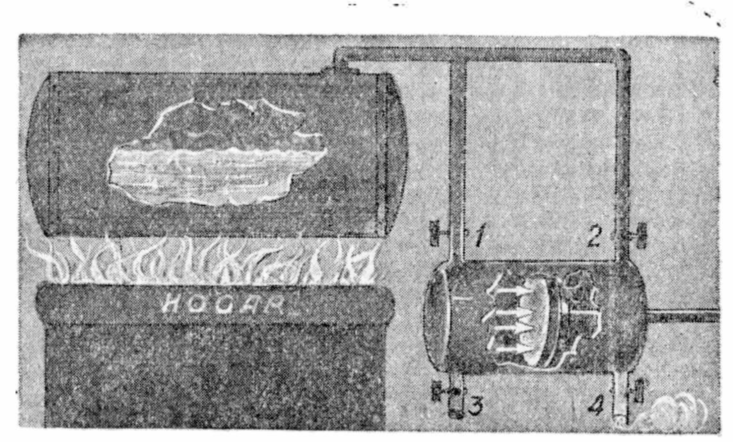


Fig. 359. — Máquina a vapor.

En este caso la diferencia de presión entre ambas caras del émbolo será de 9 atmósferas y se desplazará de izquierda a derecha. Como una atmósfera es igual a un kilogramo por centímetro cuadrado,

aproximadamente, si la superficie del émbolo fuera de 300 cm², la fuerza que lo impulsa sería igual a:

$$9 \times 300 = 2700 \text{ Kgr.}$$

Si la longitud del recorrido del émbolo fuera igual a 0,5 m, el trabajo realizado en esta carrera sería:

$$2700 \times 0{,}5 = 1350 \text{ kilográmetros.}$$

Al llegar el émbolo al extremo de la derecha abrimos las llaves 3 y 2 y cerramos la 1 y la 4. Ahora se moverá de derecha a izquierda y obtendremos otros 1350 kilográmetros de trabajo. Supongamos que el émbolo realice en un segundo cuatro carreras: dos de izquierda a derecha y otras dos de derecha a izquierda.

El trabajo realizado en un segundo sería:

$$1350 \times 4 = 5400 \text{ kilográmetros.}$$

La potencia W de la máquina, cociente del trabajo y el tiempo, es entonces:

$$W = \frac{5400 \text{ Kgmt}}{1 \text{ seg}} = 5400 \frac{\text{Kgmt}}{\text{seg}} = \frac{5400}{75} \text{H.P.} = 72 \text{ H.P.}$$

Transformación del movimiento de vaivén en un movimiento circular. — Esto se logra, como en la máquina de coser a pedal o en la máquina del afilador, por medio de una biela y una manivela (fig. 360) unida a un volante que regulariza el movimiento.

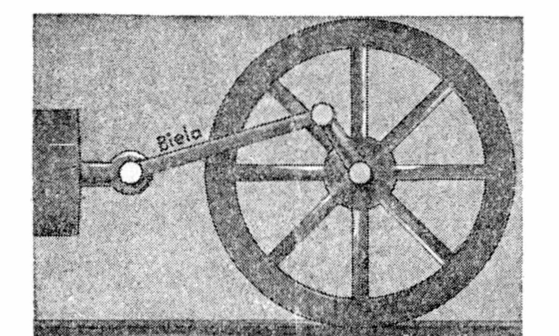


Fig. 360.

Caja de distribución. — En lugar de las supuestas llaves la entrada del vapor en el cilindro se regula por medio de una corredera accionada por una excéntrica fija al eje de giro de la máquina (fig. 361).

Ciclo. — Representemos en una gráfica la presión en función del volumen en uno de los dos compartimientos en que queda dividido el cilindro por el émbolo (fig. 362). El punto *A* corresponde al momento en que el émbolo

ocupa la posición extrema de la izquierda: el volumen del compartimiento de la izquierda es mínimo y como se comunica en ese momento con la caldera la presión será de 10 atmósferas. Comienza a desplazarse el émbolo hacia la derecha, aumenta el volumen, pero como sigue en comunicación con la caldera la presión se mantiene constante. El punto representativo va de A hacia B.

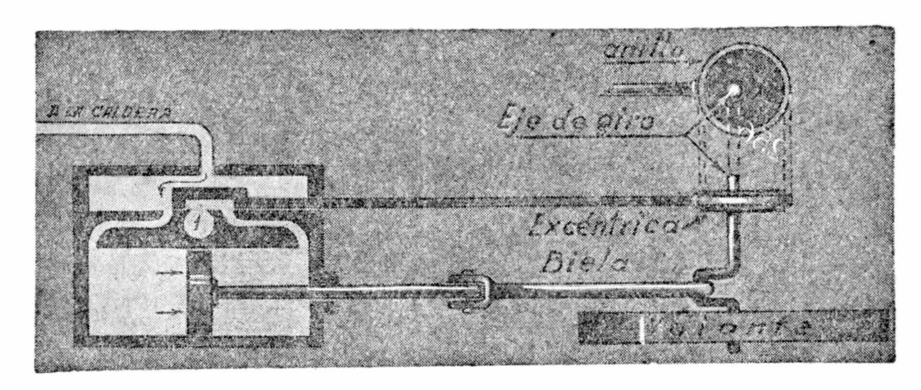


Fig. 361. — Máquina a vapor.

En B se comunica con el exterior y la presión desciende hasta el valor de una atmósfera, valor que conserva hasta llegar a D.

Si llamamos P a la presión del vapor en la caldera, S a la superficie del émbolo y l a la carrera del mismo, la fuerza que actúa, digamos de izquierda a derecha es PS y el *trabajo de esta fuerza* en una carrera es:

$$PSl;$$

al volver se opone la presión P' del exterior y el trabajo, negativo en este caso, será:

$$-P'Sl.$$

Luego, el trabajo de un ciclo, correspondiente a un solo compartimiento es:

$$T = (P - P')\,V,$$

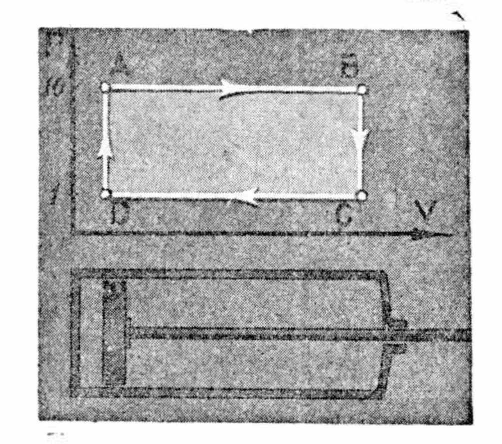


Fig. 362. — Ciclo.

siendo $V = Sl$, el aumento de volumen en toda la carrera. Se ve que este trabajo es igual numéricamente al *área* encerrada por el ciclo.

Si se procediera en realidad en la forma que hemos supuesto, se *derrocharía* inútilmente mucha energía pues se hace comunicar

con el exterior vapor a 10 atmósferas de presión, que está todavía en condiciones de realizar trabajo. Para evitar esto se cierra la llave 1 cuando el émbolo efectuó sólo 1/3 ó 1/4 de su carrera. A partir de ese momento el vapor empuja al émbolo y al aumentar el volumen disminuye de presión. Se dice entonces que la máquina trabaja a expansión. Además no se espera al término de la carrera para abrir la llave 2; todo esto hace que el ciclo real sea parecido al representado en la figura 363. El área encerrada por el ciclo da una medida del trabajo. Existen aparatos llamados indicadores con los cuales se obtiene dibujado automáticamente el ciclo. Un pequeño manómetro *M* (fig. 364) se conecta a una de las partes del cilindro *C*. Este manómetro lleva en su extremo un lápiz que se apoya sobre un tablero *T* que se mueve solidariamente con el pistón.

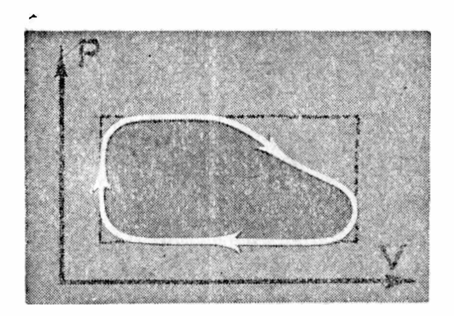


Fig. 363. — Ciclo.

Condensador. — En las máquinas fijas, el vapor ya utilizado en el cilindro se dirige, no a la atmósfera libre, sino a un recipiente que contiene agua fría y del cual se ha extraído el aire. La presión que se opone al movimiento del émbolo es ahora menor que la presión atmosférica. Esta presión es la tensión del vapor de agua a la temperatura del condensador.

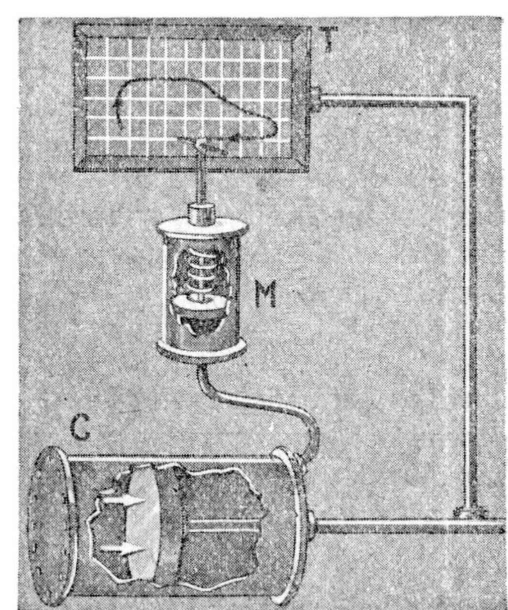


Fig. 364. — Indicador.

El agua de éste se va calentando poco a poco; esta agua por medio de bombas o inyectores especiales vuelve a la caldera.

Si el condensador llegara a tener una temperatura igual a la de la caldera la máquina dejaría de funcionar.

Como el condensador es muy pesado, se prescinde de él en las locomotoras.

241. Motores a explosión. — La figura 365 muestra un esquema de un motor a explosión de cuatro tiempos.

En el primer tiempo, *admisión*, el émbolo baja estando la válvula 1 abierta y la 2 cerrada. Por 1 entra entonces a la cámara de explosión una mezcla de nafta y aire formada en un órgano llamado carburador, no representado en la figura. En el segundo tiempo, *compresión*, las válvulas 1 y 2 están cerradas y el émbolo sube, comprimiendo así a los gases del cilindro y de la cámara de explosión. Esta compresión origina un aumento de temperatura. Al comenzar el tercer tiempo salta en la bujía una chispa que enciende la mezcla: se produce la *explosión* y la *expansión* de los gases. Durante este tiempo las válvulas 1 y 2 deben estar cerradas. Es en este tiempo únicamente, cuando se realiza trabajo. Finalmente en el cuarto tiempo, el émbolo sube y estando la válvula 2 abierta, expulsa a los gases al exterior. La figura 366 representa las variaciones de la presión y el volumen durante los cuatro tiempos. El trabajo realizado está medido por la *diferencia* de las dos áreas encerradas por la curva del ciclo.

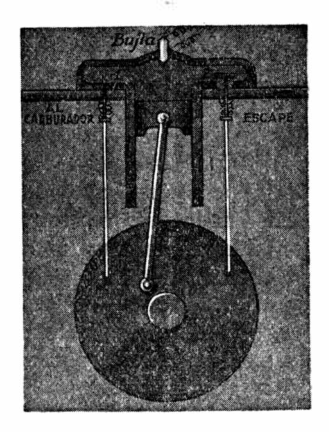


Fig. 365. — Motor a explosión.

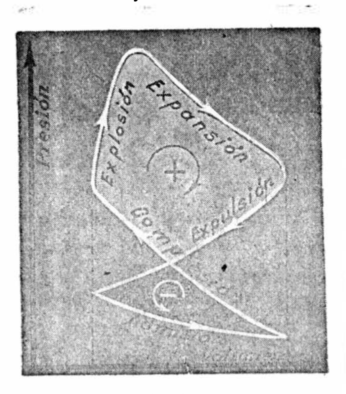


Fig. 366. — Ciclo de un motor de cuatro tiempos.

Un motor de esta clase con un solo cilindro experimentaría cambios bruscos de velocidad. Si el motor es de 4 cilindros se procura que todos ellos trabajen en tiempos distintos, para que por lo menos uno realice siempre un trabajo positivo. (Para poner en marcha un motor de esta clase hace falta un motor auxiliar de arranque, que en los automóviles es eléctrico, accionado por la batería que suministra también la energía necesaria para el encendido.)

CAPÍTULO XVIII

EL MOVIMIENTO CONTINUO

242. Movimiento continuo de primera especie. — En todas las épocas ha habido inventores que pretendieron construir máquinas capaces de realizar un trabajo mecánico sin gasto alguno. Sería erróneo creer que un molino de viento constituye un movimiento continuo. Puede moverse continuamente, pues en los días de calma se le podría hacer funcionar con parte de la energía que él mismo ha producido en los días de viento, si se tuvo la precaución de almacenar esa energía en forma eléctrica, cargando acumuladores, o en cualquier otra forma. Lo mismo cabe decir de un aparato que aprovechara una caída de agua. En uno y otro caso, estas máquinas utilizan en forma indirecta, como ya se ha dicho (240) la energía solar.

Un movimiento continuo se realizaría con un aparato *capaz de crear energía,* es decir, *producir trabajo sin tomar la energía de ninguna otra parte.*

Claro está, que si es cierto el principio de conservación de la energía, es imposible el funcionamiento de un aparato de esta clase. Pero, *¿cómo es que sabemos, que el principio de conservación de la energía es cierto?* En realidad se ha adquirido ese conocimiento basándose en los fracasos de todos los inventores del movimiento continuo. Hombres de gran ingenio han querido resolver el problema; los aparatos inventados parecía que debían funcionar; por lo menos así resultaba sobre el papel. Cuando esos aparatos se construían no funcionaban.

El químico OSTWALD nos cuenta en su libro sobre la energía, de la desilusión que experimentó ante un fracaso de esta clase, y de lo mucho que aprendió al reflexionar sobre las causas del fracaso. Los resultados negativos de los fracasados inventores, han tenido su fruto: *el principio de conservación de la energía.* A continuación pondremos una serie de ejemplos, exponiendo primero la demostración que hubiera dado el supuesto inventor antes de conocer el fracaso. Más adelante daremos la explicación negativa, pero recomendamos

al lector como ejercicio utilísimo, el que trate de encontrar por su cuenta la causa del no funcionamiento de cada una de las máquinas propuestas.

Máquinas basadas en el principio de Arquímedes. — Si se utiliza la fuerza del viento, ¿por qué no utilizar la de la gravedad que la tenemos tan a mano? ¿Por qué no construir un "*molino de gravedad*"? Pesos de plomo pueden dejarse caer desde cierta altura y luego se les hace subir en un baño de mercurio, ya que el plomo flota en el mercurio. En la figura 367, *A*, *B*, *C* y *D* son conos de plomo fijos a un eje horizontal. En *S* se ve la sección, no circular, de uno de estos conos. La mitad de ellos, en la figura el *C* y el *D*, están en el interior de una caja con mercurio. Válvulas especiales permiten el paso de los conos por la pared vertical sin que salga el mercurio de la caja. El cono *D*, por ejemplo, al salir se apoyaría con su borde afilado sobre unas láminas elásticas, separándolas y pasando al exterior. La entrada de los conos a la caja se lograría en forma análoga. Admitiremos, pues, que la construcción de estas válvulas es posible. Supongamos que cada cono tenga un volumen de 10 litros. El peso específico del plomo es 11, luego cada uno de ellos pesará 110 kilogramos. Adentro del mercurio experimentan un empuje igual a 136 kilogramos pues 13,6 es el peso específico del mercurio. En resumen la fuerza que hace caer a los dos conos exteriores es igual a 220 Kgr y la que hace subir a los que están adentro: 2 (136 — 110) = 52 Kgr. Claro está que podemos aumentar el número de conos. Si no se aprovechara "*el trabajo que suministra*" el aparato, éste se movería con movimiento acelerado. Otra variante del aparato anterior es la que indica la figura 368. Sobre una correa se disponen varios pesos: la mitad de ellos en el aire, la otra mitad en un líquido. Una compuerta especial permite el paso de los pesos del exterior al interior del líquido.

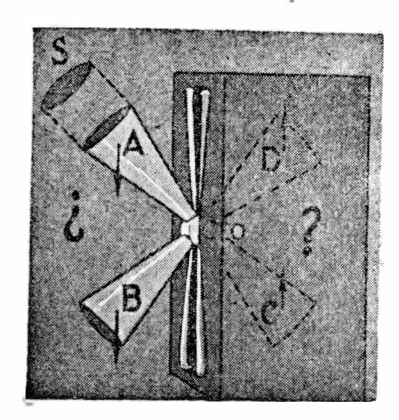


Fig. 367. — ¿Funcionará?

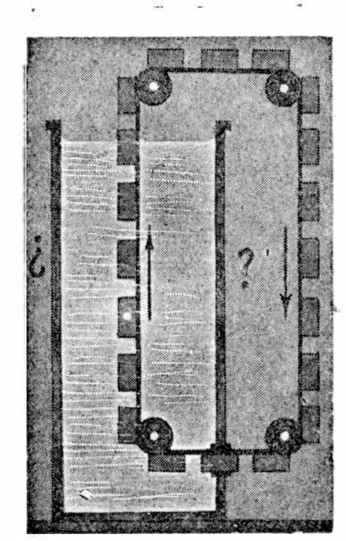


Fig. 368. — ¿Habrá que frenarlo?

En el aparato de la figura 369 se encuentran fijos a una correa unos vasos con una pesa de plomo en su interior. Una de las bases de esos vasos cilíndricos es rígida, la otra de goma. De este modo los vasos de la derecha ocupan constantemente mayor volumen que los de la izquierda, el empuje será en ellos mayor y el aparato parece que debería girar en el sentido de las flechas.

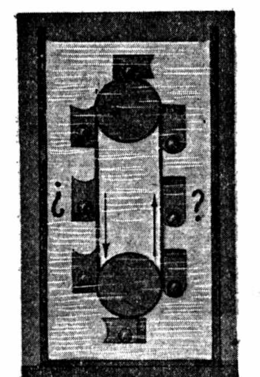


Fig. 369. — Parece que sí.

Máquina basada en la capilaridad. — Sea un tubo capilar cuyo diámetro es tal, que en él el agua puede ascender hasta la altura de 20 centímetros (fig. 370). Cortémosle por debajo de este nivel. El agua que parece que debería salir por el tubo podría accionar una minúscula turbina. Éste es el experimento que tanto preocupó a OSTWALD.

Máquina basada en la variación de g con la latitud. — La aceleración g es en el polo 983 cm/seg^2; en el Ecuador 978 cm/seg^2. Un cuerpo que pesa en el polo 983 kilogramos pesa en el Ecuador sólo 978 kilogramos. Tomemos ese cuerpo y dejémosle caer en el polo desde una altura de 10 metros; obtendremos un trabajo de 9830 kilográmetros en el trayecto AB (fig. 371). Lo transportamos luego siguiendo el nivel del mar hasta el punto C del Ecuador. En este trayecto, el trabajo de la grave-

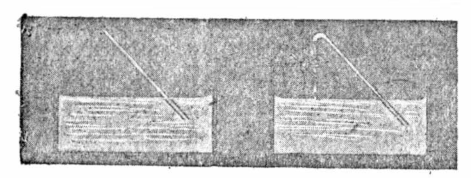


Fig. 370. — El aparato que Ostwald pensaba patentar.



Fig. 371. — El aparato sería algo grande, pero ¿marchará?

dad es nulo, pues la fuerza es constantemente perpendicular al camino: No tenemos en cuenta las fuerzas del roce. Una vez en C elevamos el cuerpo a la altura de 10 metros hasta alcanzar el punto D; gastaremos un trabajo de 9780 kilográmetros.

Nos queda por lo tanto de beneficio:

$$9830 - 9780 = 50 \text{ Kilográmetros.}$$

Luego, transportamos el cuerpo de D a A siguiendo una línea de nivel, a una altura de 10 metros sobre el nivel del mar. En este trayecto no gastaremos trabajo. Por lo tanto parece que una cadena sin fin dispuesta entre los puntos $ABCD$ debiera girar en el sentido de las flechas.

Demostraciones negativas. — Para calcular el trabajo de los aparatos basados en pesos que caen, y luego suben al penetrar en un líquido, consideraremos para simplificar el problema, un cilindro recto (fig. 372) de sección S y longitud l. Llamemos ρ al peso específico del cuerpo; su peso será $Sl\rho$ (volumen $\times$ peso específico). Al caer de C a D el trabajo que realiza es:

$$T_1 = Sl\rho\,(H - h);$$

al subir de A a B, siendo ρ' el peso específico del líquido la fuerza será igual al empuje $Sl\rho'$ menos el peso $Sl\rho$ y el trabajo será:

$$T_2 = (Sl\rho' - Sl\rho)\,(H - h).$$

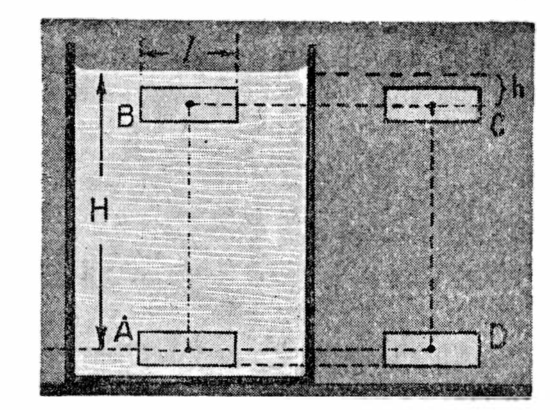


Fig. 372. — ¡Qué lástima!

Al salir el cuerpo del seno del líquido realiza también un trabajo positivo. La fuerza que lo hace salir es igual a la presión hidrostática en el nivel BC, igual a $h\rho'$, por la sección S. La fuerza es entonces $Sh\rho'$. Si l es la longitud del cilindro el trabajo será:

$$T_3 = Slh\rho'.$$

Antes de seguir adelante sumemos estos tres trabajos positivos. Efectuando las operaciones se tiene:

$$T_1 + T_2 + T_3 = Sl\rho' H.$$

Calculemos ahora el trabajo que necesitamos gastar para introducir el cilindro en el líquido en el pasaje de D a A. Si este trabajo fuera un *poquito menor* que el anterior el aparato funcionaría; si fuera mayor, funcionaría también pero en sentido inverso. Bien,

ese trabajo es igual a la fuerza que ejerce la presión hidrostática $H\rho'$ actuando sobre la sección S por el camino l; luego:

$$T_4 = H\rho' S l;$$

exactamente igual a la suma de los otros tres. Como este trabajo es negativo resulta:

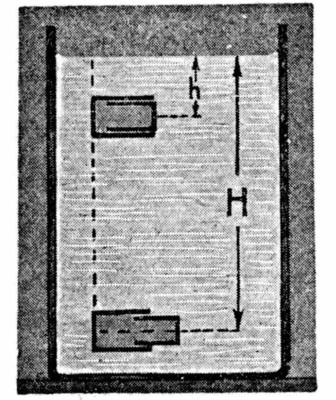


Fig. 373. — ¡Siempre algún inconveniente!

$$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 0.$$

En cuanto al aparato que "funciona" por cambio de volumen, basta suponer un cilindro enchufado en otro; en la parte *superior* el cuerpo se achica y en la parte *inferior*, donde la presión es mayor, se debe agrandar (figura 373).

Digamos que es P el peso de los cilindros de sección S y longitud l_0 cuando tienen volumen mínimo. Si el peso específico del líquido es ρ la fuerza con que caen es:

$$P - S l_0 \rho,$$

y el trabajo de caída:

$$T_1 = (P - S l_0 \rho)\ (H - h).$$

Si l es la longitud correspondiente al volumen máximo, suponiendo que entonces los cilindros flotan, el trabajo al subir será:

$$T_2 = (S l \rho - P)\ (H - h).$$

El trabajo positivo de la contracción en la parte superior es:

$$T_3 = S\rho h\ (l - l_0).$$

La suma de estos tres trabajos es:

$$T_1 + T_2 + T_3 = S\rho H\ (l - l_0).$$

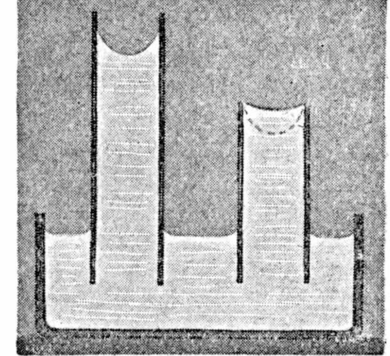


Fig. 374. — ¡El menisco culpable!

El trabajo negativo de agrandar los cilindros en la parte inferior es:

$$T_4 = S\rho H\ (l - l_0).$$

Nuevamente el trabajo total es nulo.

En cuanto al aparato basado en la capilaridad, no puede funcionar por la razón siguiente. Primeramente el líquido sube debido a la tensión superficial. La superficie del menisco se comporta como una goma elástica. Si cortamos el tubo lo único que ocurre es que varía la forma del menisco (fig. 374). Creer que el líquido ha de salir por el tubo capilar al cortarlo equivaldría a creer lo siguiente: El tubo *T* (fig. 375) está recubierto por una goma en su parte superior; por su parte inferior comunica por medio de un tubo flexible con un vaso *V*; el tubo está totalmente lleno de agua. Si se baja el vaso *V* la superficie de la goma se hace cóncava. Esta concavidad aumenta al aumentar la diferencia de nivel entre la goma y la superficie del agua del vaso. Podemos hacer que esa diferencia de nivel sea por ejemplo de 30 centímetros. Entonces decimos: la tensión de la goma contrarresta una presión de 30 centímetros de agua. Elevemos el vaso, la diferencia de nivel sea, ahora, de 10 centímetros. Podríamos decir, olvidándonos que ha variado la forma de la goma: si la goma contrarrestaba una presión de 30 centímetros ahora que la diferencia de nivel es 10 cm nos queda un exceso de 20 cm. Con esto podríamos caer en la peregrina ocurrencia de pinchar la goma para ver salir de ella un chorro de agua hacia arriba. Esto, ni más ni menos, es lo que se pretende con el aparato basado en la capilaridad. Se prescindió en él de la forma del menisco y de la tensión superficial.

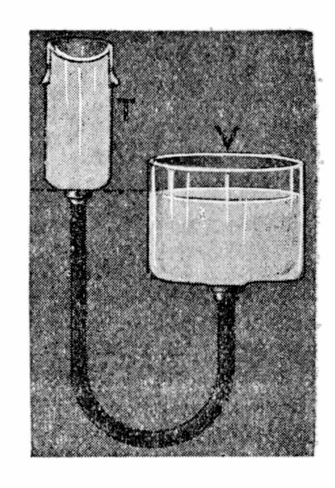


Fig. 375. — ¿Y si pinchamos la goma?

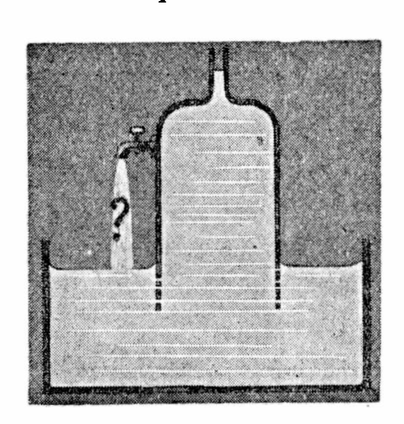


Fig. 376. — ¡Para obtener mayor trabajo!

Otra variante del aparato anterior es la que muestra la fig. 376. Se pretende que el líquido salga de la canilla, pero en ella la presión es menor que la atmosférica: el líquido no sale. Lo mismo ocurre si se abre una canilla en la parte lateral del tubo del experimento de Torricelli (fig. 377). El líquido no sale y si sale entra aire y se acabó el aparato!

243. Fuerzas conservativas. — Antes de dar la demostración negativa de la máquina basada en las variaciones de *g*, conviene que

reflexionemos acerca de la causa íntima que hace que no funcione ningún *"molino de gravedad"*. ¿Qué diferencia hay entre la fuerza de gravedad y la fuerza del viento? Si colocamos un plano perpendicular a la dirección del viento (fig. 378) se moverá de A hacia B y realizará un cierto trabajo. Al llegar a B lo podemos poner de canto y llevarlo hasta D; en este caso el trabajo será insignificante. En D lo ponemos nuevamente en dirección perpendicular a la fuerza y repetimos el ciclo cuantas veces queramos. Obtenemos un trabajo positivo. Si existiera un cuerpo cuyo peso variara según su posición se podría construir un molino de gravedad. Sea el supuesto cuerpo una barra; si estando horizontal pesa 10 Kgr y vertical 5 Kgr procederíamos así: la dejamos caer desde cierta altura en posición horizontal; luego la giramos 90° hasta colocarla vertical y la elevamos hasta la altura inicial, etc.

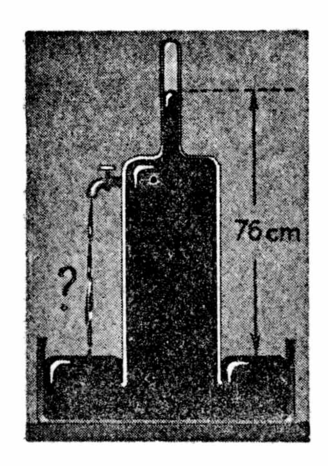


Fig. 377. — ¿Lo patentamos?

Pero no existen cuerpos con estas raras propiedades.

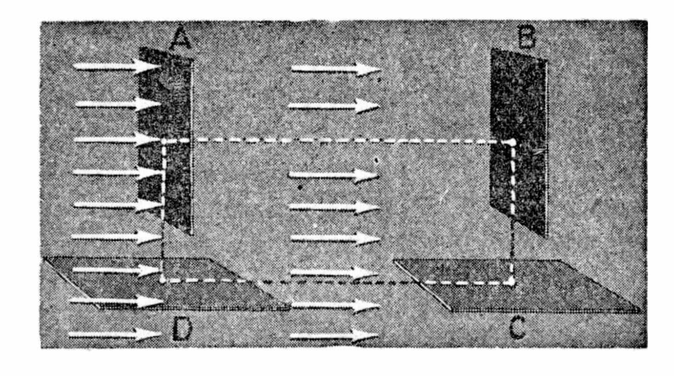


Fig. 378. — Con el viento es otra cosa.

Tampoco existen substancias opacas o semiopacas a la acción gravitatoria; pero sí existen para la acción del viento (fig. 379). Si existiera una substancia opaca para la gravedad sería muy fácil construir un molino gravitatorio.


Fig. 379. — Esto sí, funciona.

Llamaremos campo de fuerzas gravitatorio a la región del espacio donde se manifiestan las fuerzas de gravedad. Rodeando a la Tierra existe un campo gravitatorio; es el campo gravitatorio terrestre que hace que los cuerpos pesen. El campo gravitatorio originado por el Sol es el que hace que la Tierra y los demás planetas tiendan a caer hacia el astro central. La propiedad fundamental del campo de fuerzas gravita-

torio es la siguiente: *El trabajo que realizan las fuerzas del campo sobre un cuerpo que recorre un camino cerrado es siempre cero.*

Esto equivale a decir que es imposible la construcción de un "*molino de gravedad*" pues en una máquina cualquiera, al cabo de un ciclo, cada una de sus partes volverá a la posición inicial y el trabajo será nulo. A un campo de fuerzas que tenga esta propiedad se le llama *conservativo.*

244. **Idea general de potencial.** — Si en el campo gravitatorio solar, o en otro campo gravitatorio cualquiera, transportamos un cuerpo de un punto A a otro B siguiendo el camino 1 (fig. 380) gastaremos cierto trabajo. Si regresamos a A por el camino 2 el trabajo total de las fuerzas del campo será nulo. Fijemos ideas: supongamos que de A a B por 1 gastamos 1000 kilográmetros; en el trayecto de B a A recibiremos 1000 kilográmetros. Luego si vamos de A a B por el camino 2 gastaremos el mismo trabajo que yendo por 1.

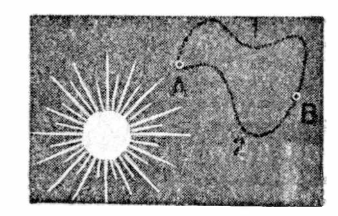


Fig. 380. — Potencial gravitatorio.

El trabajo gastado en un campo de fuerzas conservativo depende sólo de la posición final e inicial y no depende del camino seguido. Cuando esto se cumple se dice que el campo admite un *potencial. Decir que un campo de fuerzas es conservativo, o que el trabajo en un camino cerrado cualquiera es nulo, o que el trabajo no depende del camino, son expresiones sinónimas.*

Veremos en su lugar que el campo eléctrico es también un campo de fuerzas que admite un potencial.

En el caso del campo gravitatorio la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera es, por definición, igual al cociente entre el trabajo gastado y la masa que se transporta. Si se trata de los puntos A y B, indicando la diferencia de potencial entre los mismos por $V_B - V_A$, siendo T el trabajo de transportar de A a B la masa m se tiene:

$$V_B - V_A = \frac{T}{m}; \quad \text{o sea:} \quad T = m\,(V_B - V_A).$$

Sobre la superficie de la Tierra, si la diferencia de altura entre dos puntos es h el trabajo vale mgh, y la diferencia de potencial gravitatorio entre esos puntos es:

$$V_B - V_A = gh.$$

245. Superficies de nivel en la Tierra. — En cuanto al caso de la figura 371, estamos en condiciones de asegurar que el trabajo a lo largo del camino *A*, *B*, *C*, *D*, *A*, debe ser cero.

¿En dónde fallaba nuestro razonamiento? Habíamos supuesto que en el camino de regreso de *D* a *A* seguíamos una línea de nivel. Pero esto no es exacto. Si partimos de *D* y seguimos realmente una línea de nivel, es decir, si nos movemos siempre perpendicularmente a la fuerza llegaremos a un punto *A'* situado por debajo de *A* (fig. 381). Luego los 50 kilográmetros que habíamos obtenido los tendremos que emplear en elevar el cuerpo de *A'* a *A*. Si llamamos x a esta distancia deberá ser:

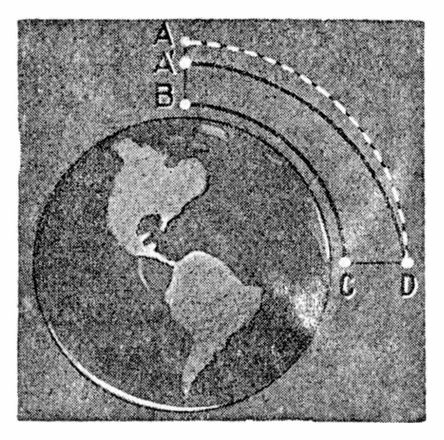


Fig. 381. — Líneas de nivel.

$$983 \text{ Kgr} \times x = 50 \text{ Kgmts};$$

de donde:

$$x = \frac{50 \text{ Kgmts}}{983 \text{ Kgr}} = 0{,}05 \text{ m} = 5 \text{ cm}.$$

Si siguiéramos el camino de puntos para pasar de *D*, directamente a *A*, en ese trayecto gastaríamos los 50 kilográmetros.

Una superficie de nivel es aquélla en que no se gasta trabajo al transportar un cuerpo de uno a otro punto de la misma. Se la llama también superficie *equipotencial.* Si no se gasta trabajo es porque la fuerza actuará en todos los puntos perpendicularmente a la superficie.

Luego, *en un campo de fuerzas que admiten un potencial, la fuerza actúa perpendicularmente a las superficies equipotenciales o de nivel.* La superficie del mar es, en el caso de la Tierra, una superficie equipotencial. Los caminos *BC* y *DA'* están sobre dos superficies equipotenciales, el *BC* en una y el *DA'* en otra.

Pero estas superficies *no son equidistantes.*

Sólo en el caso de una Tierra esférica y homogénea, que no girara, las superficies equipotenciales serían superficies esféricas concéntricas.

Representando gráficamente diversas superficies de nivel, se advierte de inmediato que la fuerza es tanto mayor cuanto más próximas estén ellas. Si llamamos g_P y g_E a los valores de la aceleración de la gravedad en el polo y en el Ecuador, respectiva-

mente y h_P y h_E la distancia en esos lugares entre dos superficies de nivel deberá cumplirse:

$$g_P h_P = g_E h_E,$$

de acuerdo a lo visto en (244).

246. **Principio de conservación de la energía.** — De acuerdo a lo que precede el enunciado concreto del principio de conservación de la energía sería:

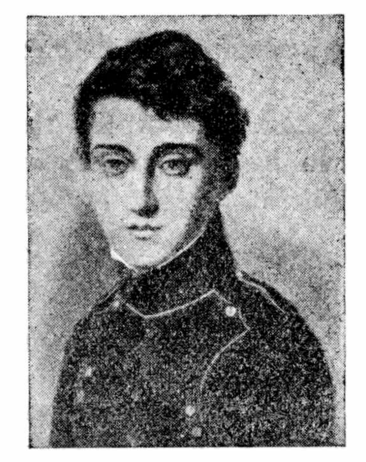
El movimiento continuo de primera especie es imposible.

MOVIMIENTO CONTINUO DE SEGUNDA ESPECIE

247. **Definición.** — Podemos suponer que los inventores del movimiento continuo de primera especie, desilusionados por sus reiterados fracasos, adquirieron la noción de energía y, lo que es más importante, el concepto de la conservación de la misma, que hace del todo imposible sacar trabajo de la nada. Entonces pueden haber pensado lo siguiente: el movimiento continuo de primera especie es imposible, pero quizá sea posible construir una máquina que funcione aprovechando el calor del mar o el calor del aire. Esta máquina no gastaría combustible y prácticamente sería tan ventajosa como el movimiento continuo de primera especie. Sería una máquina frigorífica que suministra trabajo sin gastar nada. Hagamos un pequeño cálculo: supongamos que con la supuesta máquina logramos extraer del mar por segundo 100 kilocalorías. Con esto la temperatura del mar no variará en forma apreciable aunque funcionaran millones de estas máquinas. Una kilocaloría equivale a 427 kilográmetros. Nuestra máquina produciría por segundo un trabajo de 42 700 kilográmetros; tendría una potencia de unos 560 H. P. Su funcionamiento no estaría reñido con el principio de conservación de la energía. Esta máquina realizaría el movimiento continuo de segunda especie.

En la máquina de vapor tenemos *dos fuentes térmicas*: una a temperatura alta, *la fuente caliente*, la caldera; la otra a temperatura inferior, la llamada *fuente fría* que puede ser la atmósfera o el condensador. Observamos en su lugar que el condensador se va calentando, y es tan indispensable calentar el agua de la caldera como enfriar la del condensador para que la máquina funcione. Observamos también que *si la temperatura del condensador se hace igual a la de la caldera*, la máquina deja de funcionar.

En los motores a explosión, al producirse ésta, la temperatura se eleva muchísimo: en la misma cámara de explosión está la fuente caliente y la atmósfera es la fuente fría. El aparato que realizara el movimiento continuo de segunda especie tendría que funcionar con una *única fuente térmica.*



Carnot a los 17 años de edad. (1796 - 1832).

248. Principio de Carnot - Clausius o segundo principio de la termodinámica. — SADI CARNOT publicó en 1824 su célebre memoria titulada "REFLEXIONES ACERCA DE LA POTENCIA MOTRIZ DEL FUEGO" donde hacía destacar la necesidad de la existencia de dos fuentes de calor a diferentes temperaturas para el funcionamiento de una máquina térmica.

En 1850, CLAUSIUS estableció un principio general, cuyo enunciado original era: *Es absolutamente imposible hacer pasar calor de una fuente fría a otra caliente, sin que se produzcan al mismo tiempo otras variaciones.*

Este enunciado equivale, como puede demostrarse, al siguiente (enunciado de PLANCK):

El movimiento continuo de segunda especie es imposible.

Si se pudiera hacer pasar calor del mar a una caldera a temperatura alta, *sin producir otras variaciones*, una máquina térmica funcionaría entre la caldera y el mar; en última instancia esta máquina funcionaría con el calor del mar: sería un movimiento continuo de segunda especie. Se ve así, la equivalencia entre el enunciado de CLAUSIUS y el de PLANCK.

249. Consecuencias. — Es realmente extraordinaria la fecundidad del segundo principio aplicable a la totalidad de los fenómenos físicos y químicos.

Daremos a continuación un solo ejemplo. En un vaso tenemos una solución, que para fijar ideas supondremos de azúcar en agua. Las paredes del vaso son semipermeables (208). Si la tensión del vapor de agua de la solución en *S'* (fig. 383) fuera igual a la tensión del vapor de agua pura cuya superficie es *S*, encerrando el osmómetro en una campana, el agua se evaporaría en forma continua en *S'* y se condensaría en *S*, pues esta última superficie se encuentra a una presión algo mayor que *S'*. El exceso de presión en *S* es igual al

peso específico ρ del vapor de agua, por la diferencia de nivel H entre ambas superficies. Este movimiento circulatorio, de vapor de agua que desciende y solución que sube por el tubo, podría utilizarse, con hélices apropiadas, para producir trabajo. En este caso la temperatura del aparato descendería. Pasaría calor de la atmósfera a él. Se tendría así un movimiento continuo de segunda especie. De la imposibilidad del mismo *deducimos* que la tensión de los vapores de agua de la solución en S' debe ser menor que la tensión de los vapores de agua pura. Si llamamos P a la tensión de los vapores de agua pura y P' a la tensión de la solución, la diferencia $P - P'$ deberá ser igual a ρH:

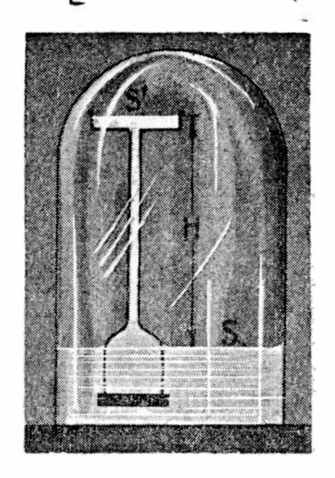


Fig. 383. — Proyecto de movimiento continuo de segunda especie.

$$P - P' = \rho H.$$

Como H depende de la presión osmótica, hemos encontrado una relación *cuantitativa* entre la disminución de la tensión de los vapores de una solución, con respecto a la tensión del solvente puro, y la presión osmótica de la misma.

250. Método termodinámico. — En el ejemplo anterior vimos que al disolver azúcar en agua, la tensión de los vapores de la solución se hace menor. Pudimos calcular hasta *cuanto vale* esa disminución y para hacerlo, no nos preocupamos en lo más mínimo acerca del mecanismo del fenómeno de la evaporación.

Puede pensarse que si la tensión del vapor de agua disminuye cuando se disuelve en ella una substancia, ello se debe a la atracción que en la superficie ejercen las moléculas de la substancia disuelta sobre las moléculas del vapor.

En el método termodinámico no se entra para nada al estudio del mecanismo íntimo de los fenómenos: Si se trata de calcular la llamada fuerza electromotriz de una pila eléctrica, se procede, al hacer el cálculo, a postular que las reacciones químicas, etc., en su interior, tendrán que efectuarse de modo que se cumplan los dos principios establecidos. En otras palabras, la pila funciona de tal modo que hace del todo imposible un movimiento continuo, de primera o de segunda especie. Se observa que calculando así, se obtienen resultados concordantes con la experiencia.

251. Rendimiento máximo de una máquina térmica. — Ya sabemos que para que una máquina funcione hacen falta por lo menos dos fuentes de calor: una a temperatura alta T_1 y otra a temperatura menor T_2. Supongamos que la máquina, al cabo de un ciclo, saca 10 kilocalorías de la fuente caliente y efectúa un trabajo mecánico equivalente a 2 kilocalorías. El resto, 8 kilocalorías, pasan sencillamente a la fuente fría sin ser utilizadas. El rendimiento sería en este caso:

$$r = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\ \%.$$

El rendimiento es por definición *igual a la relación entre el calor transformado en trabajo y el calor extraído a la fuente caliente.* Este rendimiento no podrá ser nunca igual a la unidad, pues si lo fuera se tendría un móvil perpetuo de segunda especie. CARNOT demostró que si las *temperaturas absolutas* de las fuentes entre las cuales funciona la máquina son T_1 y T_2, y una *máquina perfecta* funciona entre las mismas extrayendo al cabo de un ciclo el calor Q_1 a la fuente caliente y entrega el calor Q_2 a la fuente fría, deberá cumplirse:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad [1]$$

EJEMPLO. — Sea $T_1 = 546^0$ absolutos (273^0 C) y $T_2 = 273^\circ$ absolutos (0^0 C); si $Q_1 = 10$ kilocalorías, Q_2 tendrá que ser igual a 5 kilocalorías. Esto, repetimos, en el caso de una máquina perfecta, o ideal, que llamaremos *máquina de Carnot.*

El rendimiento será:

$$r = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Y como de la proporción anterior:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

resulta para el rendimiento de la máquina de Carnot:

$$r = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

En el ejemplo anterior el *rendimiento máximo* sería igual a 1/2. A este rendimiento se le llama también rendimiento teórico. El rendimiento de las máquinas reales es siempre inferior al teórico.

252. **Temperatura termodinámica.** — La temperatura *definida* por medio de un termómetro de mercurio, no coincide con la temperatura *definida* por un termómetro de hidrógeno, o de cualquier otra substancia. Las temperaturas de diversos termómetros, con distintas substancias termométricas, coinciden solamente en los puntos fijos de la escala adoptada. El segundo principio de la termodinámica permite definir la temperatura, independientemente del comportamiento de substancia alguna. A la temperatura definida así por lord KELVIN se la llama temperatura termodinámica.

La relación [1] del párrafo anterior se refiere a las temperaturas termodinámicas. Se demuestra que la temperatura termodinámica coincide con la temperatura absoluta que indicaría un termómetro de gas perfecto.

De la temperatura ordinaria que indica un termómetro de mercurio, por ejemplo, se puede pasar al conocimiento de la temperatura termodinámica por medio del cálculo. Hace falta conocer para esto ciertas constantes físicas de la substancia termométrica. En resumen, la temperatura t definida por un termómetro cualquiera, es una función perfectamente determinable de la temperatura termodinámica T. La temperatura absoluta indicada por un termómetro de hidrógeno, puede considerarse en la práctica, que coincide con la temperatura termodinámica, ya que las diferencias entre ambas son muy pequeñas.

253. **La entropía.** — Sabemos que una kilocaloría equivale a 427 kilográmetros. Consideremos dos fuentes de calor, una a 100° C y otra a 0° C: agua en ebullición y hielo fundente a la presión normal. Entre ambas fuentes puede funcionar una máquina térmica. Ésta extrae calor de la fuente caliente, transporta una parte a la fuente fría y convierte la diferencia en trabajo. Supongamos que la máquina saca en cada ciclo 5 calorías a la fuente caliente, convierte en trabajo 1 y entrega 4 a la fuente fría. Estas cuatro calorías de la fuente fría ya no podrán ser utilizadas por la máquina. Del punto de vista de la utilización vale más una caloría en la fuente caliente que una caloría en la fuente fría, aun cuando representen ambas la misma cantidad de energía.

Al pasar calor de los cuerpos calientes a los fríos, por conducción, radiación, etc., la energía se mantiene constante, pero la ***posi-***

bilidad de poder transformar esa energía en trabajo disminuye siempre.

Un ingeniero diría: Qué me importa a mí que la energía de una caloría de la fuente caliente sea exactamente igual a la energía de una caloría de la fuente fría, si de esta última caloría yo no puedo aprovechar en trabajo absolutamente nada. Para mí, continúa, tiene más valor la energía calorífica cuanto mayor sea la temperatura. Me conviene por eso, construir mi máquina, de modo que transporte a la fuente fría el mínimo posible de calor. Debo tratar que no pase calor de una a la otra ni por conducción ni por radiación.

Para tener una idea, no sólo de la energía calorífica, sino del valor de la misma, introdujo CLAUSIUS el concepto de *entropía.*

Por definición, *el aumento de la entropía de una fuente térmica es igual al cociente entre el aumento de su cantidad de calor y su temperatura absoluta.* Si se aumenta en una caloría la cantidad de calor de una fuente cuya temperatura absoluta es igual a 500° C, el aumento s de su entropía será:

$$s = \frac{1}{500} \left[\frac{\text{caloría}}{\text{grado C}} \right].$$

Si en lugar de agregar, le sacamos calor, la entropía disminuirá. Supongamos que de esa fuente a 500° absolutos pasa por conducción una caloría a otra fuente a 250° absolutos. En la primera la entropía *disminuyó* en 1/500; en la segunda aumentó en 1/250; el aumento total de entropía, considerando el conjunto de las dos fuentes es:

$$S = \frac{1}{250} - \frac{1}{500} = \frac{1}{500}.$$

Se comprende que al pasar el calor por conducción de una fuente caliente a otra fría la entropía aumenta.

En la producción de calor por rozamiento la entropía aumenta también; si el calor producido es Q, y la temperatura absoluta es T el aumento será: Q/T.

Si de una fuente caliente a la temperatura absoluta T_1 una máquina saca el calor Q_1 y entrega a una fuente fría a la temperatura T_2 el calor Q_2, el aumento de la entropía será:

$$S = \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1}.$$

La diferencia de calor $Q_1 - Q_2$ es lo que la máquina ha transformado en trabajo.

Una máquina perfecta, en la cual no hubiera transporte de calor por conducción ni radiación, en fin, la máquina de Carnot, límite ideal inalcanzable en la práctica, haría que la entropía de todo el sistema no variara, o sea:

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = 0;$$

y de aquí obtenemos nuevamente [1] del parágrafo 251.

En todos los procesos que se cumplen en la naturaleza, producción de calor por roce, conducción y radiación térmica, etc., *la entropía aumenta.*

En un proceso cualquiera la energía inicial es igual a la final, pero la entropía ha aumentado algo. Si un péndulo oscila sin roce alguno, la energía y la entropía se mantienen constantes, pero no bien exista el más mínimo rozamiento, que es el caso real, la entropía aumenta. El aumento incesante de la entropía da una medida de la *desvalorización* o *degradación de la energía*, en cuanto a la posibilidad de transformar la misma, en trabajo mecánico.

¿Qué pasaría con la entropía si se pudiera construir un móvil perpetuo de segunda especie? Simplemente, si *extrajéramos* calor de una única fuente y lo transformáramos en trabajo, la entropía disminuiría.

LA IMPOSIBILIDAD DEL MOVIMIENTO CONTINUO DE SEGUNDA ESPECIE SE TRADUCE AHORA DEL MODO SIGUIENTE:

La entropía de un sistema aislado debe aumentar; en el caso límite (ausencia de roce, conducción de calor, etc.), permanece, cuando mucho, constante, pero es absolutamente imposible hacer que la entropía disminuya.

254. **Reversibilidad.** — Cae una piedra; su energía cinética se transforma en calor al chocar aquélla contra el suelo; la energía total no ha variado, pero la entropía aumentó. Este proceso es *irreversible,* es decir es imposible hacer que el calor producido por el choque se transforme en trabajo haciendo que la piedra vuelva a su posición inicial, *quedando todo lo demás como estaba antes.* Un péndulo que oscila sin roce constituye un fenómeno reversible: no hay producción de calor y la entropía permanece constante. Tal

es lo que parece ocurrir en el movimiento de los planetas, aun cuando el más mínimo roce producido por el polvo cósmico, uranolitos, etc., hace que esos movimientos no sean del todo reversibles. *La máquina de Carnot, con la cual la entropía no variaba, debe consistir en un proceso reversible.* En resumen, el aumento de la entropía hace que se distinga el estado final del estado inicial de un sistema. El segundo principio de la termodinámica o *principio del aumento de la entropía es algo así como una flecha indicadora en el tiempo*: el pasado corresponde a valores más pequeños de la entropía, el futuro a valores más grandes. Si se supone que este principio es aplicable a todo el Universo, la entropía mediría la edad del mismo. Cuando esa magnitud alcance su valor máximo ya no será posible que se efectúe cambio alguno. A ese supuesto estado final de quietud se le ha llamado la muerte del Universo. Por más que el principio del aumento de la entropía se verifica constantemente, es dudoso que tenga sentido extender su validez al Universo entero.

PROBLEMAS

1. *Sobre un camino horizontal un ciclista, un corredor y un caminante recorren igual trayecto. ¿Cuál de los tres efectúa más trabajo en contra de la fuerza de gravedad?*

Un examen superficial del asunto haría pensar que en los tres casos el trabajo es cero. Pero mientras el *centro de gra-*

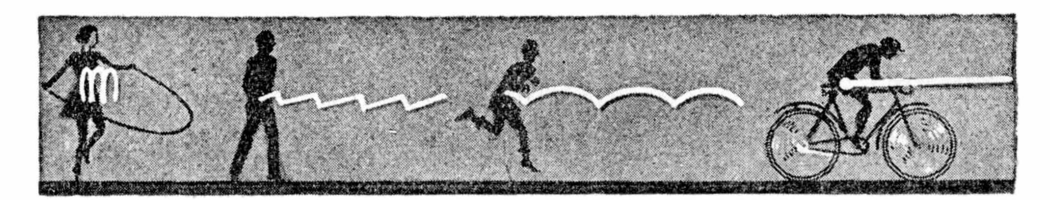


Fig. 384. — Trabajo en el salto, la marcha y la carrera.

vedad del ciclista sigue una trayectoria horizontal o casi horizontal (fig. 384) en el caso del corredor dicha trayectoria es una sucesión de arcos de parábola. Si el corredor pesara 60 Kgr y se elevara en cada salto 10 cm el trabajo por salto sería de 6 kilográmetros. Al caer no recupera ese trabajo que se convierte en calor. Por eso al saltar, el trabajo mecánico que se realiza es bien apreciable: se transforma en calor y los pies se calientan. Al caminar, el centro de gravedad también sube

y baja, pero en forma casi inapreciable. En consecuencia el corredor es el que efectúa el mayor trabajo y el ciclista el menor.

2. *¿En cuánto aumenta la entropía cuando se funden 100 gramos de hielo utilizando el calor proveniente de agua en ebullición a la presión normal?*

El calor de fusión del hielo es 80 cal/gramos. Se han transportado 8000 calorías. La temperatura absoluta de la fuente caliente es 373°, de la fuente fría 273. La entropía de la fuente caliente *disminuye*, porque se saca calor, en:

$$\frac{8000}{373};$$

la entropía de la fuente fría aumenta en:

$$\frac{8000}{273}.$$

El aumento total es:

$$\frac{8000}{273} - \frac{8000}{373} = 7{,}86 \frac{\text{caloría}}{\text{grado C}}.$$

3. *¿Cuánto valdría el rendimiento de una máquina de Carnot que funcionara entre las fuentes anteriores?*

$$r = \frac{373 - 273}{373} = 0{,}27.$$

4. *¿Cuánto valdrá el rendimiento de una máquina real que funciona entre esas fuentes?*

Tendrá que ser menor que 0,27. En las mejores máquinas reales su rendimiento es inferior a la mitad del rendimiento teórico.

5. *Una máquina real funciona entre las fuentes anteriores. Su rendimiento es 0,1; su potencia 11,38 H.P. ¿Cuánto aumenta la entropía por segundo?*

El trabajo realizado por segundo es 853,5 kilográmetros. Como 427 kilográmetros equivalen a una kilocaloría, la diferencia $Q_1 - Q_2$ será:

$$Q_1 - Q_2 = \frac{853{,}5}{427} = 2 \text{ kilocalorías.}$$

Además, por la definición de rendimiento:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}1; \qquad Q_1 = 20 \text{ Kcal}; \qquad Q_2 = 18 \text{ Kcal.}$$

El aumento de la entropía por segundo es:

$$\frac{18}{273} - \frac{20}{373} = 0{,}0123 \frac{\text{Kilocaloría}}{\text{grado C}}.$$

CAPÍTULO XIX

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA CINÉTICA MOLECULAR

255. **El cálculo de probabilidades.** — Ya GALILEO se ocupó de los juegos de azar al resolver un problema que le plantearon acerca del juego con tres dados. PASCAL y FERMAT dieron el método a seguir para calcular las probabilidades en diversos casos; SANTIAGO BERNOULLI, GAUSS, LAPLACE, etc., dieron más tarde los fundamentos del cálculo de probabilidades.

Éste se aplica no sólo en las cuestiones relativas a los juegos de azar, que es de donde ha surgido, sino también en los cálculos de seguros de todas clases; en los del presupuesto de una nación y en los más modestos del presupuesto casero. En biología, es de aplicación constante en la rama llamada biometría, y en lo que se refiere a la física se aplica en la teoría cinética de los gases, en la constitución de los átomos, en los fenómenos de radiactividad y transmutación de la materia. Para los físicos actuales, las ondas que constituyen la luz no son más que "*ondas de probabilidad*".

Cuando en una simple experiencia hallamos el término medio de varias observaciones, estamos aplicando el cálculo de probabilidades; y en la prodigiosa exactitud de las observaciones astronómicas modernas se aplica el mismo cálculo para hallar en cada caso el "*error probable*" de cierta cantidad.

256. **¿Cara o ceca?** * — Si lanzamos una moneda al aire y apostamos a que sale *cara* la probabilidad de acertar es igual a un medio, pues *se llama probabilidad, al cociente entre el número de casos favorables y el de casos igualmente posibles.*

Lancemos ahora la moneda *dos veces* y veamos todos los casos posibles. Si indicamos con el número 1 cuando sale *cara* y con el número 2 cuando sale *ceca* estos casos serán:

11;   12;   21;   22.

Esto significa que puede salir dos veces *cara* (11), o la primera vez *cara* y la segunda *ceca* (12); o primero *ceca* y luego *cara*

* La palabra "ceca" es un argentinismo; en el Uruguay se habla de "*sol o número*"; en el Perú de "*cara o sello*"; en otras partes de "*cara o cruz*", etc. En las monedas coloniales se imprimía del otro lado de "*las caras*" la "ceca", palabra de origen árabe que significa casa donde se acuña moneda.

(21) o finalmente las dos veces *ceca.* Los casos posibles son cuatro y entonces la probabilidad de que salga *cara* las dos veces será 1/4; de que salga *ceca* las dos veces también 1/4, y de que salga una



Fig. 385. — Los cuatro casos igualmente posibles en dos tiradas.

vez cara y otra ceca, en cualquier orden, 2/4. Escribamos en orden estos resultados:

1/4; 2/4; 1/4.

Consideremos ahora que lanzamos la moneda 3 veces. Los casos posibles son $8 = 2^3$:

	111;	112;	122;	222.
		121	212	
		211	221	
Probabilidades:	1/8	3/8	3/8	1/8.

A continuación se contempla el caso de 4 tiradas:

	1111;	1112;	1122;	1222;	2222.
		1121	1212	2122	
		1211	1221	2212	
		2111	2112	2221	
			2121		
			2211		
Probabilidades:	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16.

Vemos ya que en cuatro tiradas, la probabilidad de salir la mitad de las veces *cara* y la otra mitad *ceca*, en cualquier orden, no es un medio, sino 6/16.

¿Cómo pasamos de este caso al de 5? El caso anterior da todas las posibilidades de las 4 primeras tiradas que son 16.

La quinta tirada podrá ser *cara* o *ceca* y tendremos 32 casos posibles. Supongamos en efecto que las cuatro primeras tiradas hayan sido 1112; la quinta podrá ser 1 ó 2, luego:

$$1112 \begin{cases} 1112\ 1 \\ 1112\ 2 \end{cases}$$

De estos 32 casos *igualmente posibles,* tenemos 1 caso para cinco *caras;* cinco casos cuatro *caras* y una *ceca;* 10 casos 3 *caras* y 2 *cecas,* etc. Veamos porqué resultan 10 casos en que salen 3 caras y 2 cecas. Estos 10 casos provienen de los cuatro casos:

1112, 1121, 1211, 2111,

cuando después de ellos sale ceca (2):

1112 2, 1121 2, 1211 2, 2111 2,

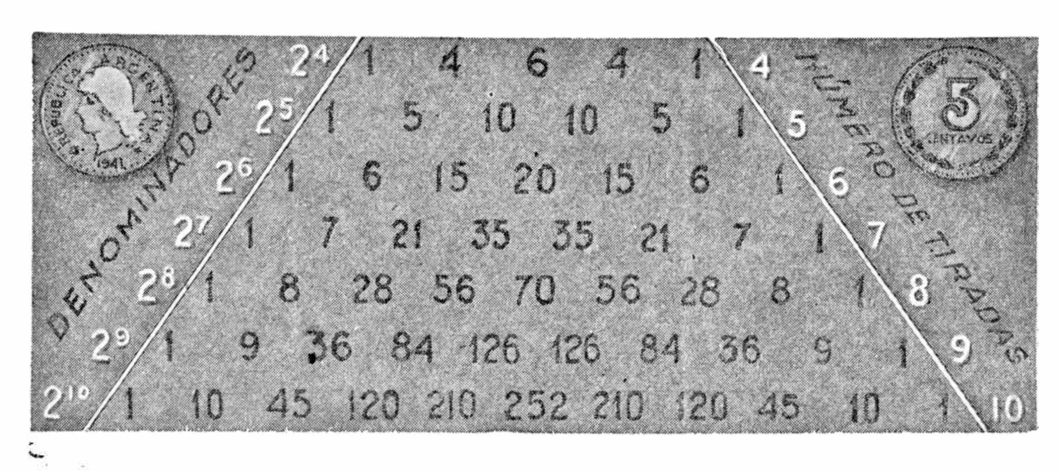
y de los seis casos:

1122, 1212, 1221, 2112, 2121, 2211,

cuando después de ellos sale cara (1):

1122 1, 1212 1, 1221 1, 2112 1, 2121 1, 2211 1.

Por lo tanto si escribimos los numeradores de las probabilidades para el caso de 4 tiradas obtenemos los numeradores de las probabilidades para el caso de 5 con sólo sumar los números consecutivos y así sucesivamente:



Este cuadro numérico no es otra cosa que el famoso triángulo de TARTAGLIA con el cual se calculan los coeficientes de las potencias de un binomio, y que también sirve, cosa asombrosa, para saber lo que pasa cuando se tira una moneda!

Consideremos el caso de una serie de diez tiradas. El número de casos posibles es $2^{10} = 1024$. La probabilidad de que salgan 10 *caras* es:

$$P_{10} = \frac{1}{1024} = 0{,}0009766;$$

las probabilidades de que salga 9 veces *cara* y una vez *ceca*, u ocho *caras* y dos *cecas*, etc., son:

$$P_9 = \frac{10}{1024} = 0{,}009766; \qquad P_8 = \frac{45}{1024} = 0{,}04395; \ldots$$

La *probabilidad máxima* corresponde al caso de 5 *caras* y 5 *cecas*:

$$P_5 = \frac{252}{1024} = 0{,}2461.$$

La probabilidad máxima es, en este caso, menor que 1/4. La figura 386 representa gráficamente las probabilidades de obtener en 10 tiradas, cero, una, dos, etc. veces *cara*. La línea blanca une los distintos puntos.

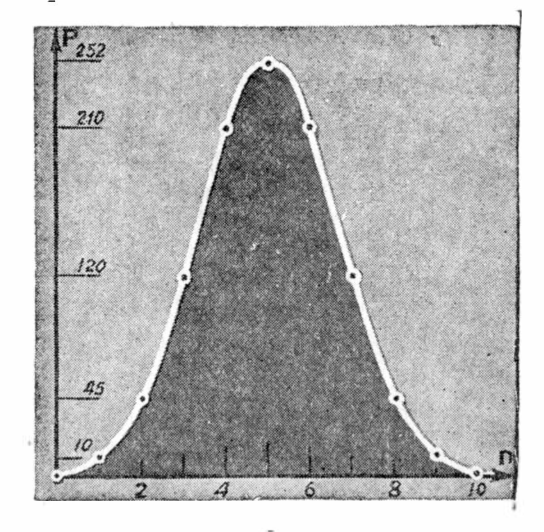
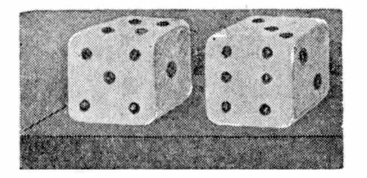


Fig. 386. — ¿Cara o ceca? en 10 tiradas.

257. Otros ejemplos. Frecuencia. — En el caso de un dado la probabilidad de que salga


Fig. 387.

un punto determinado, digamos el as, es 1/6. La probabilidad contraria 5/6.

En la ruleta se trata de 37 sectores numerados de cero a 36; la probabilidad de que salga un número determinado es igual a 1/37. De esos números, 18 son "colorados" y 18 "negros". El cero "no tiene color". La probabilidad de que salga negro es entonces 18/37. Si se apuesta a dos números (semipleno) la probabilidad de acertar es 2/37. Si se apuesta a 4 números (cuadro) 4/37, etc.

Se llama *frecuencia absoluta* de un acontecimiento el número de veces que el mismo se produce en una serie determinada de pruebas.

Frecuencia relativa es el cociente entre el número de casos que se han producido y el número total de pruebas. *Cuando el número de pruebas es muy grande, la frecuencia relativa es igual a la proba-*

bilidad del acontecimiento. Si se tira un dado 6000 veces se observa (si el dado es "bueno") que el as sale un número de veces *cercano* a 1000. Se puede calcular que existe una probabilidad igual a 1/2 para que el as salga un número de veces que difiera de 1000 en más o en menos 21.

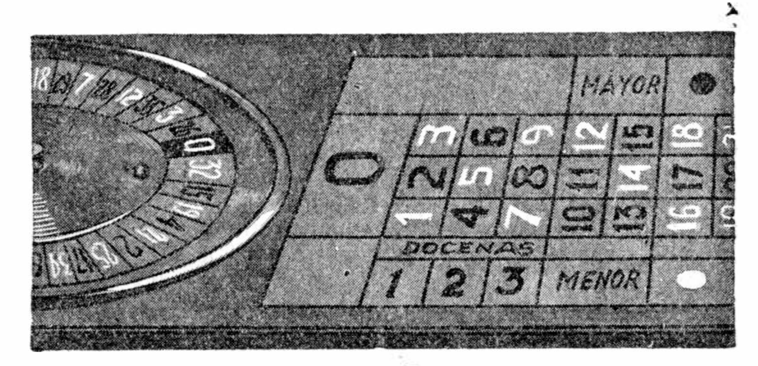


Fig. 388. — Ruleta.

Es decir que si se efectúan muchas series de 6000 tiradas cada una, en la mitad de ellas el as saldrá un número de veces comprendido entre 979 y 1021; la otra mitad de las veces la diferencia entre el número de veces que sale el as y el número 1000 será mayor que 21 en valor absoluto. En el cuadro siguiente se consignan los resultados a esperarse en series de pruebas de 60; 6000; 600 000, etc. tiradas.

Series de	60	6000	600 000	60 000 000
Frecuencia	10	1000	100 000	10 000 000
Apartamientos	± 2	± 21	± 212	± 2125

Según este cuadro existe una probabilidad de 1/2 para que en una serie de 60 tiradas tengamos un apartamiento igual o menor que 2 y por lo tanto la probabilidad es de 1/2 para que el apartamiento sea mayor que 2. Si en 60 tiradas el as sale 13 veces en lugar de 10 ello no es motivo de que nos asombremos o de que pensemos que el dado es "falso". Otra cosa sería si en 6000 tiradas el as saliera 1300 veces. Se ve en el cuadro que los *apartamientos* absolutos son tanto mayores cuanto mayor es el número de pruebas; pero los apartamientos relativos:

$$\frac{2}{60}; \quad \frac{21}{6000}; \quad \frac{212}{600\,000}; \quad \text{etc.}$$

van siendo cada vez menores.

El ejemplo precedente es un caso particular del célebre teorema de BERNOULLI; los cálculos se efectúan con fórmulas matemáticas especiales.

258. **Esperanza matemática.** — Se llama así, al producto de la probabilidad por el valor del premio que se espera recibir. Si se apuesta \$ 1 a que las dos últimas cifras del premio mayor de la lotería formarán el número 15, y el premio que se espera es \$ 80, como la probabilidad es 1/100, la esperanza matemática será:

$$E = \frac{1}{100} 80 = \$\ 0{,}80.$$

Un juego se dice que es equitativo si la esperanza matemática es igual a la unidad. En el ejemplo que precede, uno de los jugadores tiene una ventaja del 20 % con respecto al otro. En el caso de la ruleta la esperanza matemática correspondiente a un peso *apostado en cualquier forma y en cualquier momento es*:

$$\frac{36}{37} = \$\ 0{,}973.$$

La ventaja del banquero es ahora de 2,7 %. Consecuencia inmediata del teorema de BERNOULLI es la siguiente: En cualquier juego en que la esperanza matemática es menor que la unidad es absolutamente seguro que en un número de pruebas suficientemente prolongado se debe perder. Es más aún: todos los procedimientos de juego son equivalentes y conducen "a la larga" a igual pérdida por unidad apostada.

Tan imposible es la existencia de un procedimiento para ganar en un juego de azar, como la realización del movimiento continuo.

Todo el cálculo de probabilidades puede desarrollarse en base a esta proposición.

Los jugadores suelen creer en la existencia de martingalas; piensan por ejemplo que si ha salido en la ruleta diez veces consecutivas el rojo, el negro tiene una mayor probabilidad de salir y esto es absolutamente falso. "La ruleta no tiene memoria". *Se producen en igual número, series de 10 rojos seguidos de un negro, que series de 11 rojos.*

259. Estadística. — Elegiremos un ejemplo que interesa profundamente a los estudiantes. Damos a continuación las calificaciones obtenidas por un grupo de 1000 alumnos en determinado examen:

Calificaciones	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de alumnos	8	15	56	96	149	175	176	148	95	57	25

La figura 389 representa gráficamente estos resultados, habiendo tomado en el eje de las ordenadas el número de alumnos y en el de las abscisas las calificaciones. Se obtiene, uniendo los puntos, una curva muy parecida a la de la figura 386.

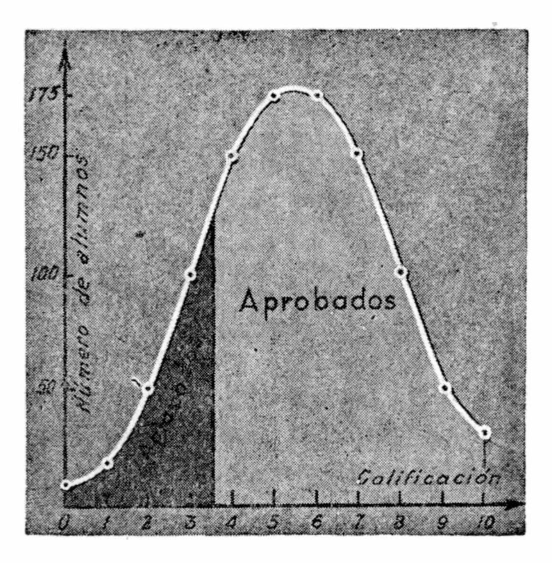


Fig. 389. — ¡Cuidado con la región sombreada!

Ésta es la llamada curva de GAUSS, o de campana debido a su forma. Si en un tablero inclinado (fig. 390) con muchos clavos se dejan caer municiones, éstas al chocar contra los clavos seguirán trayectorias muy caprichosas. Es absolutamente imposible, en la práctica, prever en qué casillero caerá una determinada munición. Se observa que ellas se distribuyen en los casilleros de acuerdo a la curva de GAUSS.

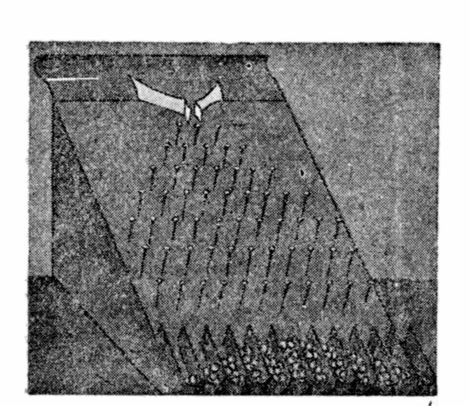


Fig. 390. — Tablero de Galton.

Si en una colectividad, digamos de 10 000 personas de la misma edad, se las clasifica por su estatura, o por su peso, o por su capacidad torácica, etc., se obtiene una distribución análoga. Ocurre con frecuencia que la curva obtenida es más complicada (fig. 391). En el caso de la figura la curva obtenida, blanca, se puede considerar como la suma de dos curvas *normales de Gauss*. Esto prueba que se trata de dos clases diferentes de individuos mezclados; en el caso de una colectividad humana revelaría ese hecho la existencia de dos razas.

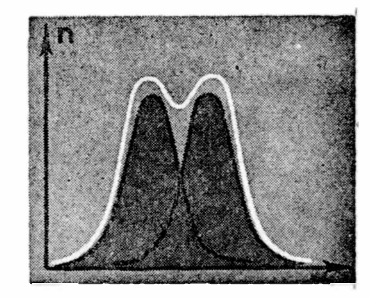


Fig. 391.

Lo que los estudiantes llaman mesas examinadoras "buenas" o "malas" podría someterse a control por estudios estadísticos. El grado de exigencia de determinada mesa podría ser medido. En el ejército francés, QUÉTELET puso de manifiesto en 1844, la existencia de un fraude por medio de estudios estadísticos.

Clasificó por su estatura un grupo de 100 000 conscriptos y encontró que para los de talla superior a 1,60 m los resultados estaban en perfecto acuerdo con el cálculo, es decir que se distribuían según una curva normal de Gauss. En cambio, los de estatura inferior a 1,57 m que debían ser, según el cálculo, unos 26300, resultaban ser 28600. Un exceso de 2300 individuos demasiado bajos, *y según la ley jurídica se exceptuaban del servicio militar los que no alcanzaban la estatura de 1,57 m.* La clase de conscriptos comprendida entre 1,57 y 1,60 comprendía, en cambio, un número de individuos menor que el teórico.

Quedaba pues de manifiesto que individuos de 1,58 y 1,59 m de estatura habían sido clasificados fraudulentamente como de talla inferior a 1,57 para exceptuarlos del servicio.

En la figura 392 se han representado 2 curvas de Gauss diferentes. Ambas podrían representar los resultados de una misma medida: la 1 con un instrumento menos preciso que la 2. Para poder representar estas curvas es necesario efectuar muchas observaciones. La abscisa del máximo es el valor más probable de la magnitud medida. Estas curvas se llaman curvas de errores y a pesar del enunciado paradójico, "*el cálculo de errores*" es de mucha importancia en todas las mediciones de gran precisión.

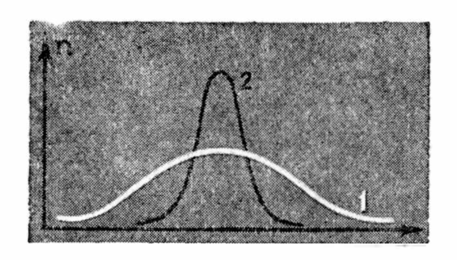


Fig. 392. — Dos curvas de Gauss.

Un juego para determinar π. — Puede determinarse el valor de π estadísticamente. Tiremos cierto número de veces sobre las tablas de ancho D de un piso una regla de longitud l. Esta regla (fig. 393) cortará a las juntas de las tablas un número variable de veces. Si por casualidad cae sobre una tabla tomando una dirección paralela a la misma el número de cortes será en ese caso igual a cero. Hallemos ahora el *término medio* del número de cortes sumando los cortes de cada prueba y dividiendo por el número de pruebas. Sea ese término medio igual a N. Se obtiene el valor de π con la fórmula:

$$\pi = \frac{2l}{ND}.$$

EJEMPLO. — Sea $D = 6$ cm; $l = 21$ cm. Efectuamos 10 pruebas que arrojan el resultado siguiente:

4 1 3 2 1 1 3 3 4 1.

Esto significa que en la primer tirada el número de cortes fué igual a 4, en la segunda 1, etc. Como la suma es 23 el término medio N es 2,3. Se obtiene para π el valor:

$$\pi = \frac{2 \times 21}{2,3 \times 6} = 3,0.$$

La precisión en la determinación de π aumenta con el número de pruebas y está limitada por la precisión con que se miden l y D.

DEMOSTRACIÓN. — El término medio N de cortes, será tanto mayor cuanto mayor sea la longitud de la regla con respecto al ancho de las tablas. Indicando con k una constante, por ahora indeterminada, podremos establecer:

$$N = k \frac{l}{D}. \qquad [1]$$

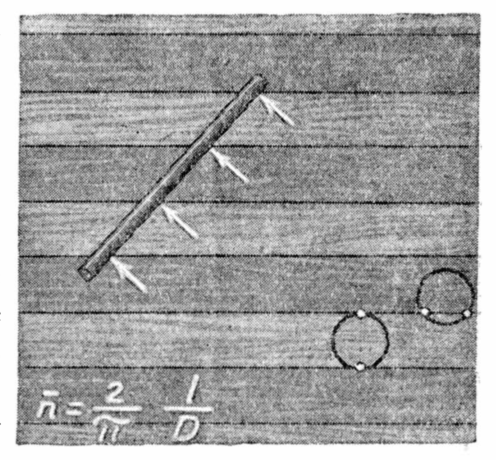


Fig. 393. — Determinación de π.

Este término medio no depende de la forma de la varilla que puede ser arqueada o quebrada en muchas partes, pues puede considerarse a la misma como suma de segmentos muy pequeños. Siendo así, la fórmula anterior puede aplicarse a un hilo o alambre de cualquier forma. Apliquémosla entonces a un anillo circular de diámetro exactamente igual al ancho de las tablas. La longitud del anillo es πD. El anillo en todos los casos efectuará 2 cortes, o sea N será igual a 2. Tendremos así:

$$2 = k \frac{\pi D}{D}, \quad \text{y de aquí:} \quad k = \frac{2}{\pi}.$$

Reemplazando este valor de k en la [1] obtenemos:

$$N = \frac{2}{\pi} \frac{l}{D}.$$

De esta fórmula se obtiene la que habíamos establecido al comienzo. Valores bastante aproximados de π se obtienen en pocas

tiradas dejando caer sobre un papel milimetrado un polígono cualquiera de cartón de perímetro conocido.

TEORÍA CINÉTICA MOLECULAR

260. **Teoría cinética de los gases.** — DANIEL BERNOULLI propuso una sugestiva hipótesis para explicar el comportamiento de los gases en lo que a presión y temperatura se refiere. Llama en efecto la atención que la presión de cualquier gas (aire, oxígeno, helio, etc.), se haga doble si el volumen se reduce a la mitad (ley de Boyle). Parece entonces que no influyen para nada en los gases, fuerzas de acción entre las moléculas. Si la presión de un gas y su expansibilidad proviniera de un efecto de repulsión molecular, cabría esperar que cada gas se comportara de modo diferente. En los sólidos, cada uno de ellos tiene un módulo o coeficiente de compresión diferente. Lo mismo ocurre con el variar de la temperatura: el coeficiente de dilatación es el mismo para todos los gases (leyes de Gay-Lussac). Supone entonces Bernoulli que las moléculas de los gases pueden considerarse como esferas elásticas de diámetro muy pequeño con respecto a las distancias medias que las separan.

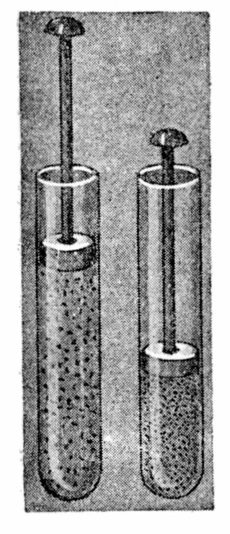


Fig. 394.

Debe ser así, desde el momento que podemos reducir cientos de veces el volumen de un gas. Estas moléculas estarían en constante movimiento, chocando unas con las otras continuamente. Sus trayectorias deben ser sumamente complicadas. Sería una vana pretensión el querer calcular el recorrido de cada una de ellas. Todo lo que puede hacerse es aplicar los métodos estadísticos. Los choques de estas moléculas contra las paredes del recipiente que las contiene producen la presión. En el caso de la presión atmosférica sabemos que ella es igual a un kilogramo por centímetro cuadrado. La fuerza de un kilogramo sobre cada centímetro cuadrado, provendría del efecto del choque de miles de millones de moléculas por segundo sobre aquella superficie.

Si reducimos el volumen de un gas a la mitad (fig. 394) manteniendo constante la temperatura, se comprende, sin cálculo, que en término medio el número de choques por cm^2 será el doble y por consiguiente la presión se duplicará. Para explicar el comportamiento de los gases con la temperatura basta con suponer que al aumentar ésta debe aumentar la velocidad de sus moléculas. La energía cinética de cada molécula es igual a $1/2\ mv^2$; la suma de

las energías cinéticas moleculares, da la energía cinética molecular del gas. Esta energía cinética debe ser proporcional a la temperatura absoluta. Se explican así las leyes de Gay-Lussac.

Distribución de velocidades. — El físico inglés JAMES CLERK MAXWELL (1831-1879) aplicó el cálculo de probabilidades al supuesto movimiento de las moléculas de un gas. Supongamos una gran mesa de billar con una cantidad muy grande de bolas perfectamente elásticas que se mueven sin rozamiento. Éste es el caso de los gases, pues el rozamiento es la transformación de trabajo en energía molecular. En el movimiento de las moléculas de un gas no habría rozamiento. En un momento dado las esferas del billar tendrán: unas, velocidades grandes, otras, pequeñas. Si seguimos una esfera determinada observaremos que su velocidad varía en cada choque, en dirección y magnitud. ¿Cuál es la distribución más probable de las velocidades en cuanto a magnitud?

Si designamos por 1 el valor de la velocidad más probable, y se trata de un conjunto de 10 000 esferas, su distribución será de acuerdo al cálculo de probabilidades:

Entre	0-0,1	0,8-0,9	0,9-1	1,0-1,1	1,1-1,2	1,9-2,0	2,9-3
Número de esferas	8	790	825	825	794	192	3

De las 10 000 esferas tenemos solamente 8 con velocidad inferior a un décimo de la velocidad más probable, 192 con una velocidad comprendida entre 1,9 y 2,0 de la velocidad correspondiente a la probabilidad máxima, y sólo 3 cuya velocidad corresponde al intervalo 2,9—3.

La curva de la figura 395 consigna gráficamente estos resultados que han sido calculados de acuerdo a una fórmula dada por MAXWELL y que se conoce con el nombre de *ley de distribución de las velocidades.*

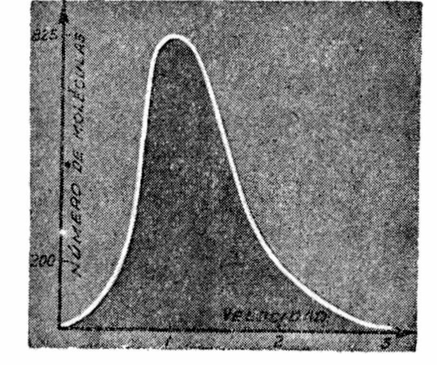


Fig. 395. — Ley de Maxwell.

En cuanto al valor absoluto de la velocidad puede calcularse en forma sencilla. Se han calculado para la temperatura de 0° C los siguientes valores en metros por segundo:

Hidrógeno	Nitrógeno	Oxígeno	Anhídrido carbónico
1840	492	460	392 m/seg.

Estas velocidades son las que debieran tener las moléculas si sus velocidades fueran iguales, para que la energía cinética total coincidiera con la energía cinética del gas cuyas moléculas se mueven, como hemos dicho, a diferentes velocidades.

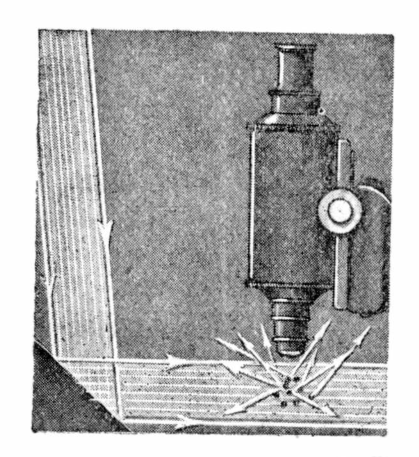


Fig. 396. — Ultramicroscopio.

Obsérvese que las moléculas de hidrógeno se mueven con una velocidad *cuatro* veces mayor que las del oxígeno, de modo que la energía cinética resulta en ambas igual. Lo mismo ocurre para cualquier gas: *la energía cinética media molecular es igual para todos los gases, siempre que estén a la misma temperatura.*

El movimiento browniano. — La agitación molecular se pone de manifiesto en forma directa por el movimiento de pequeñas partículas en suspensión en el seno de un líquido. Este movimiento fué descubierto por el botánico Brown en 1828. También puede ser observado el movimiento de pequeñísimas partículas en suspensión en el seno del aire o de otro gas cualquiera. Se utiliza para ello el ultramicroscopio que no es más que un microscopio común en que la solución a observarse se ilumina perpendicularmente al eje del instrumento (fig. 396). En estas condiciones cada partícula difunde la luz y se ve, en el campo del microscopio, como un punto luminoso sobre fondo obscuro. En el ultramicroscopio se utiliza el efecto que hace que podamos seguir el trayecto de un haz de luz en una pieza obscura por la luz

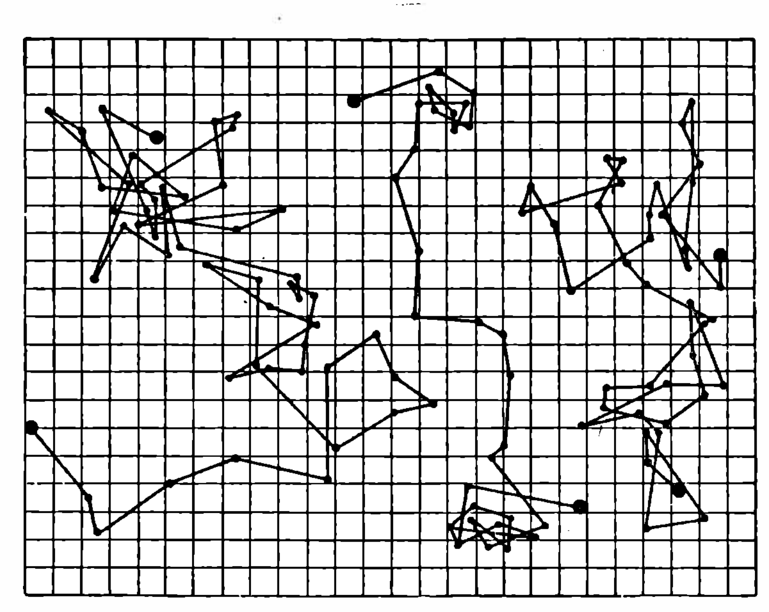


Fig. 397. — Movimiento browniano.

que difunden las partículas del polvo suspendido en el aire. En la figura 397 se han indicado los trayectos de tres partículas de mástic de radio igual a medio micrón. Los puntos indican las posiciones ocupadas por las partículas en intervalos de tiempo de 30 en 30 segundos. El lado de cada cuadradito es de 3 micrones. En realidad la trayectoria de la partícula es mucho más complicada pues entre un punto y otro sigue también una línea en zig-zag.

El movimiento de estas partículas revela el movimiento de las moléculas. Éstas chocan contra aquéllas en todas direcciones, pero sería una *casualidad muy grande* que los efectos de estos choques se anularan. Dada la pequeñez de cada partícula, en un momento dado el número de choques será mayor de un lado que de otro, explicándose así su movimiento.

¿Cómo se cuentan las moléculas? — Aplicando el cálculo estadístico al movimiento browniano puede conocerse el número de moléculas contenidas en determinado volumen de un líquido o un gas. Existen otros procedimientos basados en efectos completamente distintos y todos ellos dan siempre valores concordantes. Este número resulta ser fantásticamente grande. En un centímetro cúbico de aire, o cualquier otro gas, a 0° C y a la presión normal ese número es:

$$N = 2{,}7 \times 10^{19}.$$

En los vacíos más elevados que pueden alcanzarse con la técnica moderna el número de moléculas que todavía quedan por centímetro cúbico es del orden de los cuatro o cinco millones!

Existen también varios métodos para determinar el diámetro de las moléculas supuestas esféricas; uno de ellos basado en los apartamientos del gas con respecto a la ley de Boyle y Mariotte cuando la presión es muy grande.

Conociendo ese diámetro se puede calcular el recorrido medio de una molécula entre dos choques consecutivos y, como se conoce la velocidad, el número de choques por segundo. Se han obtenido así los resultados siguientes:

	Diámetro en cm^{-8}	Recorrido medio en micrones	Número de choques por segundo
Hidrógeno	3,33	0,18	9250×10^6
Nitrógeno	3,47	0,10	4780×10^6
		Presión normal y 0° C.	

Una molécula de hidrógeno experimenta unos diez mil millones de choques por segundo!

Aun en un vacío "bueno" las moléculas chocan constantemente unas con otras siguiendo trayectorias en zig-zag. En los llamados vacíos moleculares el recorrido libre es del orden de magnitud de las dimensiones del recipiente (fig. 398). Las moléculas van directamente de una pared a la otra.

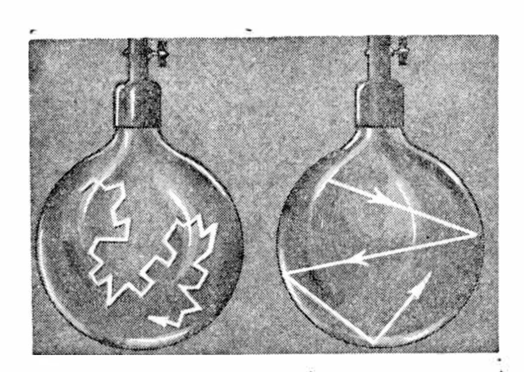


Fig. 398. — Vacío común y vacío molecular.

Oscilaciones moleculares en los sólidos. — Las moléculas de un cuerpo sólido pueden asimilarse a pequeñísimos diapasones. Oscilan alrededor de una posición de equilibrio efectuando millones de millones de oscilaciones por segundo. Al aumentar la temperatura, aumenta la amplitud de las oscilaciones. Con estos supuestos se explica el comportamiento de los cuerpos sólidos bajo la acción del calor. Para explicar las variaciones que experimenta el calor específico con la temperatura debe admitirse además que la energía varía en forma discontinua, como si existieran átomos o *cuantos de energía.*

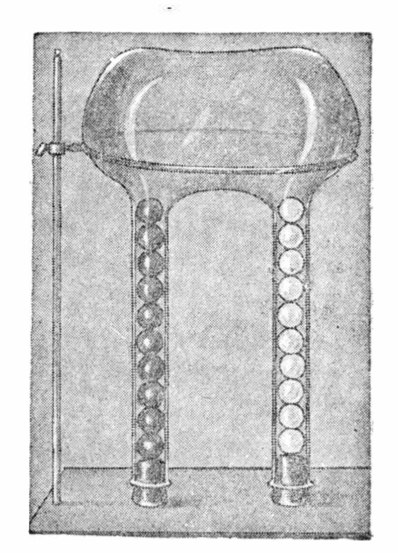


Fig. 399.

261. La ruleta y el movimiento continuo. — Hemos dicho (258) que es absolutamente imposible la existencia de un método que permita ganar a la ruleta. En otra parte afirmamos también la imposibilidad del movimiento continuo de segunda especie (248). Esta última imposibilidad proviene de que el calor pasa de un cuerpo caliente a otro frío pero no inversamente. Se trata de un proceso irreversible (254).

Consideremos el conjunto de jugadores de todos los casinos del mundo: el dinero pasa constantemente de sus manos a las manos de los banqueros. Aquí también tenemos en *término medio* un proceso irreversible. Lo que en el calor es la diferencia de temperatura es en el juego la desventaja del apostador con respecto a la banca.

Veamos otro ejemplo en que la irreversibilidad es nada más que consecuencia del azar. Sea un balón con dos tubos (figs. 399 y

400). Ponemos en cada tubo 10 bolillas: en uno blancas y en el otro negras. Luego invertimos el balón, lo agitamos y lo damos vuelta de modo que en cada tubo vuelvan a haber 10 bolillas.

La probabilidad de que, por puro azar, vuelvan a colocarse las bolillas blancas a la derecha y las negras a la izquierda es:

$$p = \frac{1}{184756}.$$

Se puede calcular, que sería necesario repetir la operación unas 127500 veces para tener una probabilidad igual a 1/2 de que ello ocurra. Si en lugar de 10 bolillas en cada tubo, suponemos 500, la probabilidad de que vuelvan a la distribución inicial sería igual a la que tendría un analfabeto de componer la siguiente frase de H. POINCARÉ, apretando al azar las teclas de una máquina de escribir:

"El porqué los resultados del cálculo de probabilidades son aplicables a experiencias del mundo real, es una cuestión que los matemáticos creen que es asunto de física y los físicos un teorema de matemáticas" *.

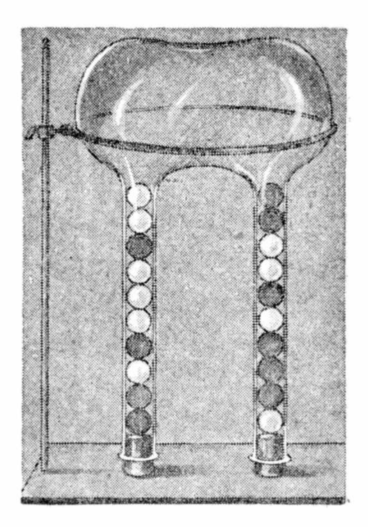


Fig. 400. — Irreversibilidad.

Consideremos ahora dos balones con aire, uno a 0° C y el otro a 100° C. El volumen de cada uno de ellos sea igual a un litro. Los mezclamos y obtenemos dos litros a la temperatura de 50° C.

En el aire a 0° C la velocidad media de las moléculas es de 450 metros por segundo y en el aire a 100° C es de 530 m/seg. En el aire frío tenemos también millones de moléculas cuya velocidad es superior a 500, 600, 700, etc. m/seg; y en el aire caliente existen también millones de moléculas con velocidad muy inferior a la velocidad media. Al mezclar ambos litros de aire la velocidad media va a ser ahora de 490 m/seg que corresponde a la temperatura de 50° C. Podríamos preguntarnos: ¿Qué probabilidad existe de que por puro azar vuelvan los gases a la distribución inicial? Esta probabilidad es comparable a la que tendría el escritor del ejemplo anterior de componer todas las obras existentes en la biblioteca Nacional.

* Hemos supuesto, al efectuar el cálculo, una máquina con 36 teclas; resulta que deben apretarse 202 teclas en un orden predeterminado. Si no se cuentan los espacios, la frase debiera ser algo más larga.

¿Por qué el calor pasa de los cuerpos calientes a los fríos y no inversamente? Porque aquel pasaje es muchísimo más probable que este último. Si se mezcla polvo de arroz con polvo de carbón tendremos finalmente un polvo de apariencia gris, de color tanto más uniforme cuanto más mezclemos. La imposibilidad del pasaje del calor de un cuerpo frío a otro más caliente es la misma que hace imposible el separar por simple agitación, el polvo negro del blanco.

La razón que hace imposible la creación de un móvil perpetuo de segunda especie, es la misma que hace imposible la existencia de un método para ganar a la ruleta: ***asunto de probabilidades.***

Esta interpretación estadística del segundo principio de la termodinámica se debe al físico BOLTZMANN (1844 - 1906). Él estableció una vinculación entre dos conceptos que parecían pertenecer a mundos completamente diferentes y concretó su pensamiento en una fórmula sencilla y a la vez extraña:

$$S = k \log P;$$

donde S es la entropía (253) de un sistema gaseoso, P la probabilidad del mismo y k una constante universal. El misterioso y constante aumento de la entropía está originado por el aumento de la probabilidad. *La entropía, es proporcional al logaritmo de la probabilidad!* *

Con esta interpretación del segundo principio se ve que es posible, que en algunos casos, pase calor, en un momento dado, de un cuerpo frío a otro algo más caliente; son las fluctuaciones que se deben producir de acuerdo al mismo cálculo de probabilidades. Sea una habitación a 20° C; en ella el aire está quieto, es decir no existe ningún movimiento de conjunto. Si pudiéramos medir la temperatura en un determinado punto de la habitación, digamos en un micrón cúbico, debiéramos observar variaciones constantes de la misma, aumentos y disminuciones. Estas fluctuaciones que prevé el cálculo de probabilidades son las que originan el movimiento browniano y las que hacen también que la banca pierda en la ruleta de vez en cuando.

El "Demonio" de Maxwell. Macro y microfísicos. — Cuando MAXWELL formuló la ley de distribución de las velocidades moleculares de un gas, se objetó a la misma lo siguiente. Sean dos compartimientos que contienen inicialmente un mismo gas a la misma

* Prescindimos en este enunciado de una constante aditiva.

temperatura (fig. 401). Ambos comunican por una ventana pequeñísima que permite el pasaje de las moléculas una por vez. Esta ventana puede abrirse y cerrarse y el encargado de esta operación es un ser de facultades extraordinarias que puede ver y apreciar la velocidad que lleva cada molécula. Si observa que una molécula del compartimiento de la izquierda dotada de gran velocidad se acerca a la ventana, abre a ésta en el preciso momento y la molécula veloz pasa al compartimiento de la derecha. De este modo, cerrando y abriendo la ventana oportunamente, el supuesto demonio logra que las moléculas más veloces pasen al compartimiento de la derecha y las más lentas al de la izquierda. Si la temperatura inicial de ambos compartimientos era de 20° C podrá lograr al cabo de cierto tiempo que la temperatura en el compartimiento de la derecha sea, por ejemplo, de 40° C y en el de la izquierda de 0° C. Es decir, que ese demonio consigue que pase calor de una fuente fría a otra caliente, con lo cual bastaría contratar demonios de esa clase, para realizar el movimiento continuo de segunda especie.

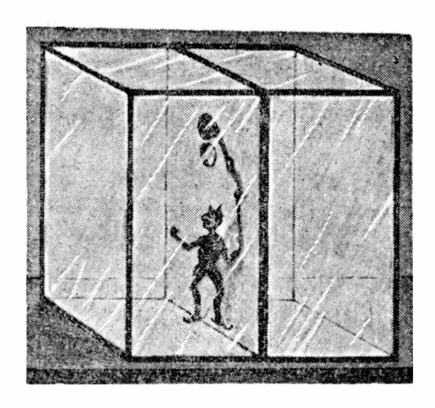


Fig. 401. — "Demonio" de Maxwell.

Se cuenta que Maxwell contestó a esa objeción diciendo que él hacía física para hombres y no para demonios. Pero, ¿no sería posible construir una pared con orificios pequeñísimos provistos de algo así como válvulas hechas de pestañas sutilísimas que permitieran el pasaje de las moléculas en un solo sentido? Si en lugar de moléculas se tratara de esferas de tamaño relativamente grande, como municiones o esferas de billar, sería fácil la construcción de un tabique de esa clase. Tratándose de moléculas, las válvulas tienen que estar hechas con otras moléculas y los demonios capaces de construir semejantes paredes tendrían que poder tomar a los átomos con pinzas de modo análogo a como los tipógrafos lo hacen con las letras dispuestas en casilleros especiales. Se desprende de aquí que el segundo principio de la termodinámica es válido solamente, como lo ha hecho notar PLANCK, para *macrofísicos*, que operan siempre con billones de moléculas, aun en el caso en que experimenten con pequeñísimas porciones de materia. Para *microfísicos* el principio no sería válido, pues operando éstos con un pequeño número de moléculas el cálculo de probabilidades ya no es aplicable.

PROBLEMAS

1. *Hallar la probabilidad de sacar "as" dos veces consecutivas tirando un dado.*

$$P = 1/6 \times 1/6 = 1/36.$$

2. *Hallar la probabilidad de que la suma de los puntos de dos dados sea igual a cinco.*

Esta suma puede obtenerse de cuatro modos diferentes:

$$1-4;\quad 2-3;\quad 3-2;\quad 4-1;$$

y siendo el número de casos posibles $6^2 = 36$ la probabilidad es $4/36 = 1/9$.

3. *Hallar las probabilidades para que la suma de los puntos de dos dados sea igual a 2; 3; ... 12.*

Razonando como en el caso precedente se obtiene:

Suma:	2;	3;	4;	5;	6;	7;	8;	9;	10;	11;	12.
Probabilidad:	$\frac{1}{36}$;	$\frac{2}{36}$;	$\frac{3}{36}$;	$\frac{4}{36}$;	$\frac{5}{36}$;	$\frac{6}{36}$;	$\frac{5}{36}$;	$\frac{4}{36}$;	$\frac{3}{36}$;	$\frac{2}{36}$;	$\frac{1}{36}$.

4. *Hallar la probabilidad que existe de que no salga el 6 tirando un dado 10 veces.*

Esta probabilidad será:

$$\left(\frac{5}{6}\right)^{10} = 0{,}1615.$$

5. *Hallar el número* n *de veces que deben tirarse dos dados, para que la probabilidad de que salgan dos ases sea igual a nueve décimos.*

La probabilidad de que salgan dos ases es 1/36; la *probabilidad contraria* 35/36. La probabilidad de que no salgan los dos ases en n veces es:

$$q = \left(\frac{35}{36}\right)^n$$

y se quiere que esta probabilidad (la contraria) sea de *un décimo*.

$$\frac{1}{10} = \left(\frac{35}{36}\right)^n; \qquad 10 = \left(\frac{36}{35}\right)^n$$

de donde, tomando logaritmos:

$$n = \frac{1}{\log 36 - \log 35} = 82.$$

6. *Calcular la probabilidad de los ejemplos del párrafo 261.*

Los casos posibles son las permutaciones de 20 objetos (20!); de éstas, las permutaciones de las 10 bolillas blancas (10!) y de las 10 negras dan lugar a situaciones iguales, luego:

$$P = \frac{10!\ 10!}{20!}.$$

Para el caso de las mil bolillas, 500 blancas y 500 negras la probabilidad sería:

$$P = \frac{500!\ 500!}{1000!}.$$

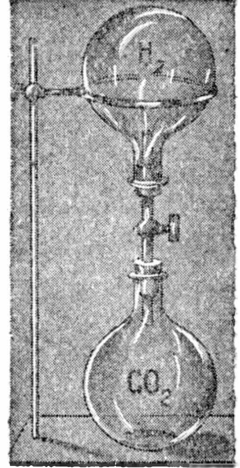


Fig. 402. — Difusión de gases.

Es prácticamente imposible, pues llevaría mucho tiempo de trabajo, hacer estos cálculos en la forma habitual. Se emplea la fórmula encontrada en 1730 por el matemático inglés James Stirling aplicable a valores grandes de n:

$$n! = n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n};$$

donde e es el número 2,71828... base de los logaritmos naturales. Resulta así que la probabilidad en el caso de las 1000 bolillas es de uno contra

$$2{,}703 \times 10^{299}$$

o sea un número de 300 cifras!

7. *En una bolsa tenemos las 28 letras del abecedario. ¿Cuál es la probabilidad de extraer en orden las letras de la palabra Sol?*

$$P = \frac{1}{28} \times \frac{1}{27} \times \frac{1}{26}.$$

8. *Se tienen dos balones, el de arriba con hidrógeno y el de abajo con anhídrido carbónico* (fig. 402). *A pesar de la mayor densidad de este último al comunicarlos entre sí se mezclan íntimamente. Es el fenómeno de difusión.*

Explíquelo el alumno basándose en la teoría cinética de los gases.

9. *Suponiendo sólo 10 moléculas en cada balón, hallar la probabilidad de que el hidrógeno se separe del anhídrido carbónico.*

Esta probabilidad es igual al doble de la calculada en el problema 6 ya que se pueden separar de dos modos: el hidrógeno en el balón de arriba o en el de abajo.

10. *¿Es reversible el fenómeno de difusión?*

R.: No. Dígase porqué.

CAPÍTULO XX

ÓPTICA. REFLEXIÓN DE LA LUZ

262. Propagación rectilínea de la luz. — Cuando verificamos si el canto de una regla es recto colocándola delante del ojo (fig. 403), estamos aprovechando el conocimiento de que la luz se propaga en línea recta. Si un agrimensor desea medir el ángulo *BAC* (fig. 404) coloca en *A* un anteojo y en *B* y en *C* miras apropiadas.

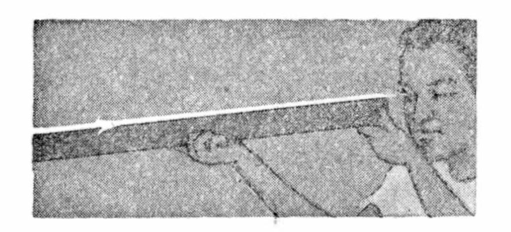



Fig. 403.

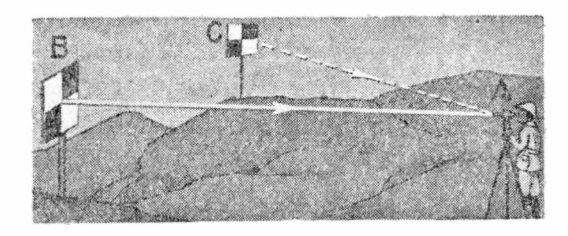
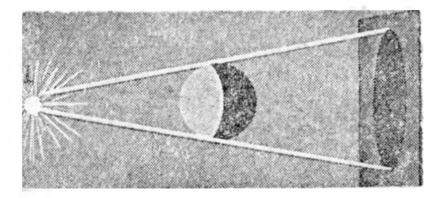


Fig. 404.

Supone, en su medida, que la luz va de *B* a *A* y de *C* a *A*, donde él la recibe, en línea recta. Procediendo así encuentra que los resultados de sus mediciones están de acuerdo a los previstos por la geometría de Euclides; por ejemplo, que la suma de los ángulos de un triángulo cualquiera formado por rayos de luz, vale dos rectos.

Sombra. — La propagación rectilínea de la luz se pone de manifiesto por la sombra arrojada por un cuerpo opaco (fig. 405). Si el foco luminoso (fig. 406) tiene cierta extensión, se produce, entre la plena luz y la plena sombra una zona intermedia llamada *penumbra.* A los puntos de esta zona llega luz sólo de una parte del cuerpo luminoso. La zona de sombra está delimitada por las tangentes exteriores comunes al foco de luz y al cuerpo opaco; la de penumbra por las tangentes interiores.


Fig. 405. — Sombra.

En las salas de cirugía se utilizan lámparas muy extensas para evitar que las manos del cirujano proyecten sombra.

263. Velocidad de propagación. — Se ha logrado medir en forma directa, por diversos métodos, la velocidad de la luz. Ésta resulta ser, en el vacío, igual a trescientos mil kilómetros por segundo. Se designa a este valor con la letra c y es una de las constantes más importantes de toda la física:

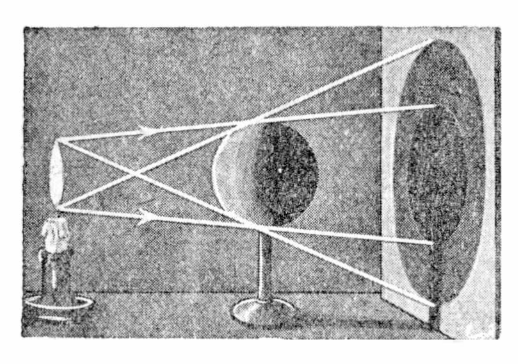


Fig. 406. — Sombra y penumbra.

$$c = 300\,000 \text{ Km/seg.}$$

Este valor es casi igual a la velocidad de propagación de la luz en el aire. Que la luz se propaga en el vacío, lo prueba el hecho de que recibimos luz del Sol y de las estrellas más remotas, así como también el hecho de que podemos ver los objetos colocados en el interior de una campana de vidrio de la cual hemos extraído el aire.

La circunferencia del ecuador terrestre es aproximadamente igual a 40 000 Km: Un rayo de luz que pudiera dar vueltas alrededor de la Tierra, daría, en un segundo, siete vueltas y media, (fig. 407), pues 300 000/40 000 = 7,5.

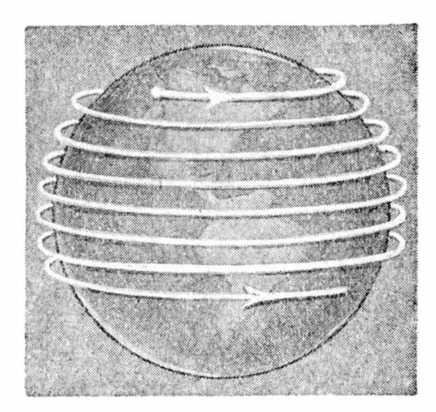


Fig. 407. — En 1 seg 7,5 vueltas!

En un diez milésimo de segundo un rayo de luz recorre un espacio de 30 kilómetros! Luego, para poder medir esta velocidad será necesario poder medir fracciones de tiempo sumamente pequeñas. Daremos a continuación el principio de estas medidas.

Método de Galileo. — Galileo propuso el siguiente método: Dos observadores A y B con sendas linternas iguales se colocan a cierta distancia uno del otro (fig. 408). Estas linternas están provistas de pantallas. En un momento dado el observador A desobtura su linterna; B tiene la consigna de hacer lo propio apenas percibe la luz que partió de A. Supongamos que fuera posible que ambos observadores estuvieran separados por una distancia de 300 000 Km. El observador A abre su linterna a las 12 h en

punto de la noche; la señal llegará a *B* a las 12 h y un segundo; en este momento *B* abre su linterna y la señal luminosa será percibida por *A* a las 12 h y dos segundos.

En resumen, ha transcurrido un tiempo de dos segundos entre el instante en que *A* abrió su linterna y el instante en que percibió la luz de *B*. Claro está que con este método podría determinarse la velocidad de la luz, sólo en el caso de que fuera mucho menor de lo que realmente es.

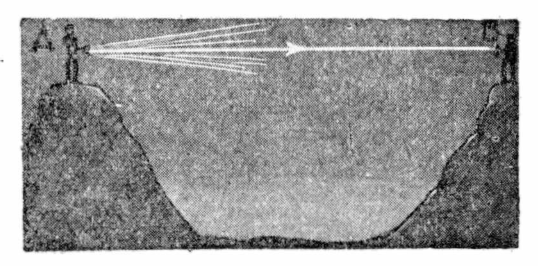


Fig. 408. — Método de Galileo.

Método de Roemer (1644-1710). — Supongamos que un faro (fig. 409) se eclipsa periódicamente y que un observador fijo en *O* percibe estos eclipses cada noche justo a las 24 horas, o lo que es lo mismo a la hora cero. El observador emprende ahora un viaje fantástico a través del espacio alejándose del faro. Si recibe la señal del eclipse estando en 1, su reloj no indicará ya la hora cero sino algo más. Si la distancia *O*1 fuera igual a 300 000 kilómetros, su reloj indicaría las 0 h 1 seg. Cuando llegue a *P*, si la distancia *OP* fuera igual a 300 000 000 de kilómetros percibiría el eclipse al marcar su reloj cero hora 1000 seg, o sea 0 h 16 m 40 seg. Es posible que nuestro observador piense, al observar este atraso, que el aparato de relojería del faro marcha mal. Emprende entonces el viaje de regreso y constata que el momento del eclipse se va adelantando. Cuando llega al punto de partida *O* vuelve a percibir los eclipses, nuevamente a la hora cero. Ese viaje fantástico lo realizamos todos los años llevados por la Tierra en su movimiento alrededor del Sol y los eclipses periódicos del faro, están producidos por la más cercana de las nueve lunas o satélites del planeta Júpiter (fig. 410). Este satélite penetra en el cono de sombra que proyecta Júpiter, o sea se eclipsa, cada 42 horas y media aproximadamente. Si calculamos de acuerdo a esto el momento en que se percibirá determinado eclipse, constatamos que en una parte del año, cuando la Tierra se aleja de Júpiter, el eclipse se produce después de la hora calculada. Estos atrasos llegan a totalizar unos mil segundos en el momento en que

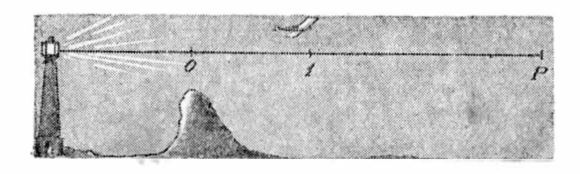


Fig. 409. — Un viaje fantástico.

la Tierra dista más de Júpiter. Como el diámetro de la órbita terrestre es igual a 300 000 000 Km obtenemos así para la velocidad de la luz el valor:

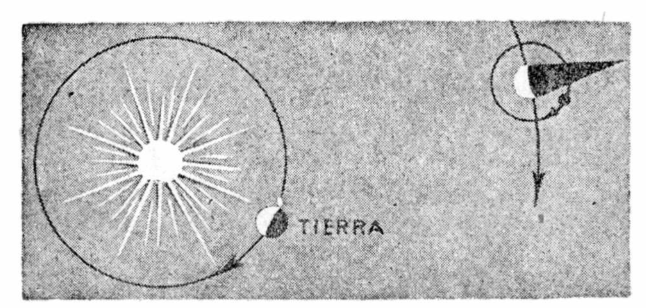
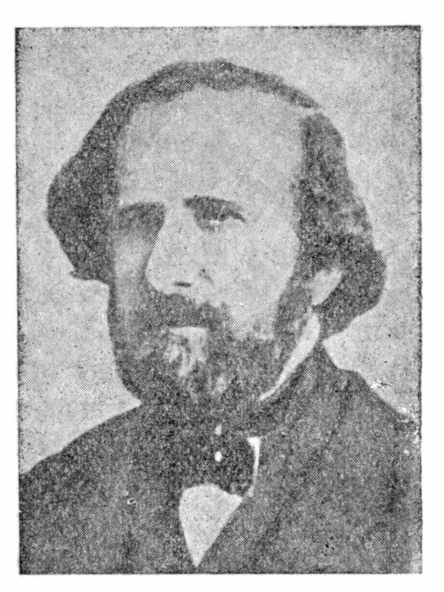


Fig. 410. — Método de Roemer.

$$c = 300\,000 \text{ Km/seg.}$$

Este cálculo fué efectuado por el astrónomo dinamarqués ROEMER en 1676 utilizando observaciones anteriores efectuadas por CASSINI.

Método de Fizeau. — En 1849 midió FIZEAU por primera vez en forma directa el tiempo empleado por la luz en recorrer cierta distancia que en sus experimentos era de unos 34 kilómetros. Un haz de luz (fig. 412), sale de L y se refleja en un vidrio V semiazogado, o sea un vidrio que en parte refleja la luz y en parte la deja pasar. El haz luminoso llega a un espejo E colocado a gran distancia de V. El espejo E está colocado normalmente al rayo VE por lo cual se refleja sobre sí mismo, y llega al observador después de atravesar la lámina V. Entre V y E se coloca una rueda dentada R cuyos dientes tienen igual ancho que los vanos. Esta rueda puede hacerse girar a diversas velocidades por medio de un aparato de relojería. Supongamos que la rueda tenga 500 dientes y 500 vanos. Si está en reposo y el rayo de luz pasa por entre dos dientes el observador percibe en forma continua la luz de L. Si la



H. L. Fizeau (1819 - 1896).

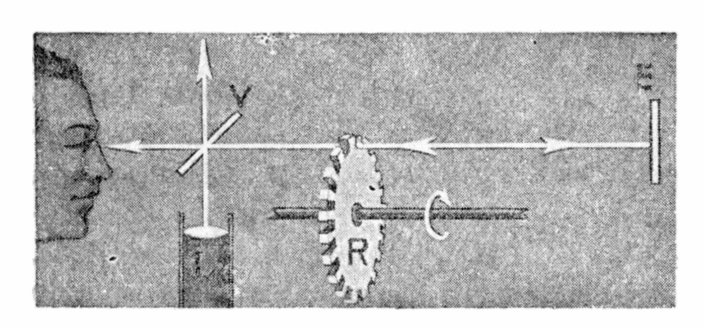


Fig. 412. — Método de Fizeau.

rueda gira, pasan por los vanos destellos de luz; si la velocidad de giro es pequeña el destello que pasó por A (fig. 413) encuentra en su regreso a la rueda casi en la misma posición y el observador percibe luz. Si se aumenta poco a poco la velocidad de la rueda, llega un momento en que el observador no percibe luz alguna. *La luz se eclipsa cuando el tiempo empleado por ella en ir de* R *a* E *y volver de* E *a* R *es igual al empleado por un diente en ocupar exactamente el lugar de un vano.*

Supongamos entre R y E una distancia de 15 kilómetros; el recorrido de ida y vuelta será igual a 30 kilómetros. Cuando la rueda, que tiene 500 dientes y 500 vanos gira a razón de 10 vueltas por segundo la luz se eclipsa. ¿Qué tiempo tarda un diente en ocupar el lugar de un vano? Como entre dientes y vanos son 1000, y la rueda da 10 vueltas por segundo, ese tiempo es igual a 1/10 000 de segundo.

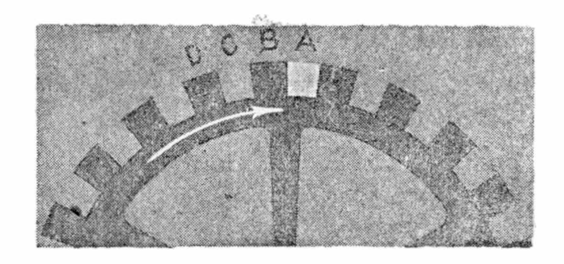


Fig. 413. — Rueda de Fizeau.

Este tiempo es también igual al que emplea la luz en recorrer los 30 kilómetros de ida y vuelta. Por lo tanto la velocidad será:

$$c = \frac{30 \text{ Km}}{0{,}0001 \text{ seg}} = 300\,000 \text{ Km/seg.}$$

En el caso supuesto la luz que pasaba por A encontraba a su regreso al diente B, la que pasaba por C encontraba a D, etc. Si la velocidad de la rueda se hace doble, vuelve a percibirse la luz en su máximo pues entonces *toda* la luz que pasa por A encuentra en su regreso la abertura C, etc.

Si el número de dientes es n, entre vanos y dientes tenemos $2\,n$, y si la rueda da N vueltas por segundo el tiempo t que tarda un diente en ocupar la posición que antes tenía un vano será:

$$t = \frac{1}{2\,Nn}.$$

Si la distancia entre las dos estaciones (entre R y E) es d, la velocidad c será:

$$c = 2\,d \div \frac{1}{2\,Nn} = 4\,dNn.$$

Además del método mencionado para medir c, existen otros. Algunos se basan en observaciones astronómicas. Todos los métodos arrojan para c, aproximadamente, el mismo valor, que es el mencionado más arriba.

FOTOMETRÍA

264. **Intensidad luminosa.** — La iluminación que produce en una habitación una lámpara eléctrica poderosa es mucho mayor que la que produciría la luz de un fósforo colocado en el lugar de aquélla. Si adoptáramos como unidad de medida de intensidad luminosa la intensidad de la luz de un fósforo y supiéramos que hacen falta 100 de éstos para producir una iluminación igual a la de la lámpara, diríamos que la intensidad de ésta es 100.

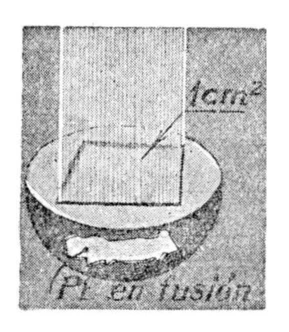


Fig. 414. — Violle.

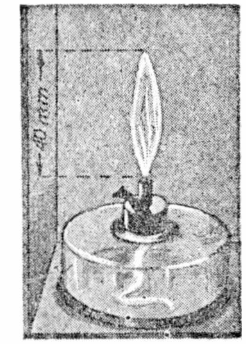


Fig. 415. — Hefner.

Unidades de intensidad.— En el congreso de electricistas celebrado en París en 1884 se convino en adoptar la unidad propuesta por VIOLLE. *Esta unidad, llamada violle, es la intensidad de luz, emitida normalmente a la superficie, por un centímetro cuadrado de platino en fusión.* La temperatura es aproximadamente igual a 1700° C. Se la realiza en la práctica en la forma que indica la figura 414, en que la tapa del crisol tiene una abertura de un centímetro cuadrado. En el congreso de 1889 se resolvió adoptar como unidad práctica de intensidad la *bujía decimal,* igual a la *vigésima* parte del *violle.* Se emplea además, por ser muy cómoda, la lámpara HEFNER-ALTENECK (fig. 415). Esta lámpara quema acetato de amilo; la mecha maciza tiene 8 mm de diámetro y, cuando la llama tiene una altura de 40 mm, su intensidad luminosa, llamada *hefner,* es igual a 0,885 bujías decimales.

265. **Iluminación en función de la distancia.** — Todo el mundo sabe que a medida que un foco luminoso se aleja de una superficie, ésta aparece menos iluminada. Sea I un foco luminoso y P una pantalla situada a un metro de distancia del mismo (fig. 416). Consideremos en la pantalla un cuadrado de un centímetro de lado de tal modo que la pirámide de vértice en el foco luminoso sea recta. Alejemos la pantalla a 2 metros. El haz luminoso que antes

iluminaba una superficie de un centímetro cuadrado ilumina ahora una superficie de *cuatro* centímetros cuadrados. Si la distancia es triple, la superficie iluminada por *el mismo haz* es nueve veces mayor *y la iluminación será igual a la novena parte.*

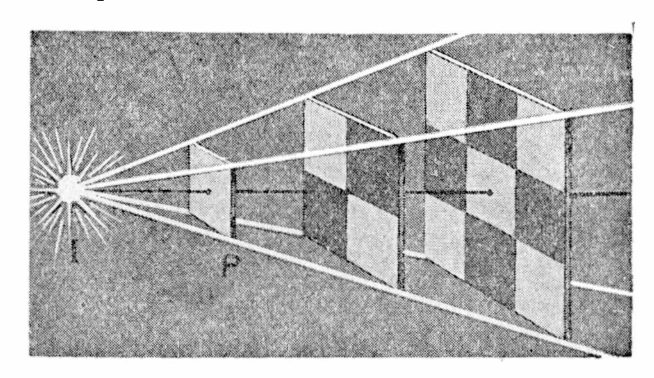


Fig. 416. — Iluminación y distancia.

De aquí que *la intensidad de iluminación que produce un foco sobre una superficie colocada normalmente a los rayos, esté en razón inversa del cuadrado de la distancia que separa al foco de la superficie.* El razonamiento que precede es válido si la luz se propaga en un medio absolutamente transparente, en que no se produzca *absorción de luz.* El aire, *cuando las distancias no son muy grandes, y siempre que no haya neblina, se comporta de tal modo que puede despreciarse la absorción.*

Si el foco luminoso tiene la intensidad I, la intensidad de iluminación L que produce sobre una superficie normal a los rayos y a la distancia d es:

$$L = \frac{I}{d^2}.$$

Dependencia del ángulo. — Consideremos un haz de luz formado por rayos paralelos (fig 417).

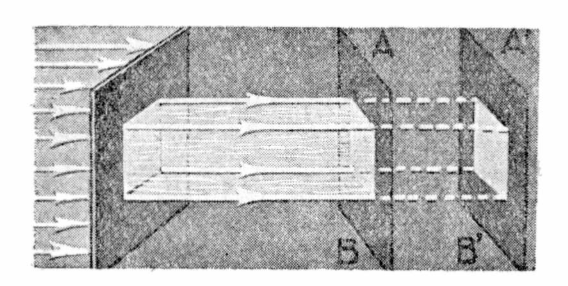


Fig. 417.

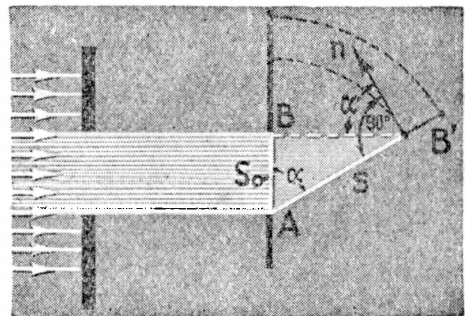


Fig. 418. — Ley del coseno.

En este caso la iluminación en AB o en $A'B'$ será la misma; no variará aun cuando varíe la distancia. Pero si inclinamos la superficie AB en un ángulo α (fig. 418) la superficie iluminada por el

mismo haz luminoso será ahora mayor y en consecuencia la intensidad de iluminación menor. Llamemos S_0 a la superficie iluminada cuando la pantalla está colocada normalmente a los rayos, y S cuando la normal n a la misma forma con los rayos el ángulo α. Si es L_0 la iluminación que recibe en el primer caso y L en el segundo, estas iluminaciones deben estar entre sí en *razón inversa* de las superficies iluminadas:

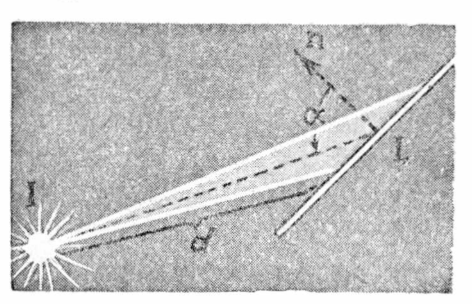


Fig. 419.

$$\frac{L}{L_0} = \frac{S_0}{S}.$$

Por otra parte, se ve en la figura que:

$$S_0 = S \cos \alpha,$$

de donde:

$$L = L_0 \cos \alpha.$$

Esta fórmula nos dice que *la iluminación que recibe una superficie es proporcional al coseno del ángulo que los rayos forman con la normal a la misma.*

Podemos expresar en una única fórmula la dependencia de la iluminación con la distancia y el ángulo. La iluminación L producida por el foco de intensidad I (fig. 419) será:

$$L = \frac{I}{d^2} \cos \alpha.$$

266. Fotómetros. — El fotómetro de RUMFORD consiste simplemente (fig. 420), en una pantalla sobre la cual los dos focos cuyas *intensidades desean compararse* proyectan la sombra de una varilla. La parte de la pantalla donde cae la sombra 1 está iluminada por el foco 2, y la sombra 2 por el foco 1. Cuando ambas sombras aparezcan con igual tinte, las iluminaciones de los focos 1 y 2 sobre la pantalla serán iguales. Esto es:

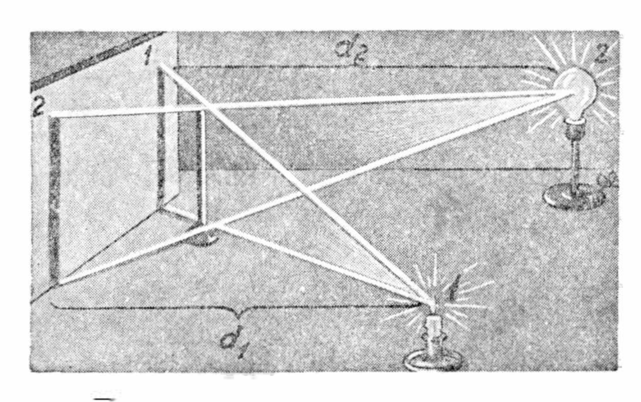


Fig. 420. — Fotómetro de Rumford.

$$\frac{I_1}{d_1^2} = \frac{I_2}{d_2^2}; \quad \text{o sea:} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}. \qquad [1]$$

Las intensidades de dos focos que producen sobre una pantalla igual iluminación, incidiendo la luz normalmente, son proporcionales a los cuadrados de sus distancias a la misma. Si d_2 fuera igual al doble de d_1, la intensidad I_2 sería igual a cuatro veces la intensidad I_1 (fig. 421).

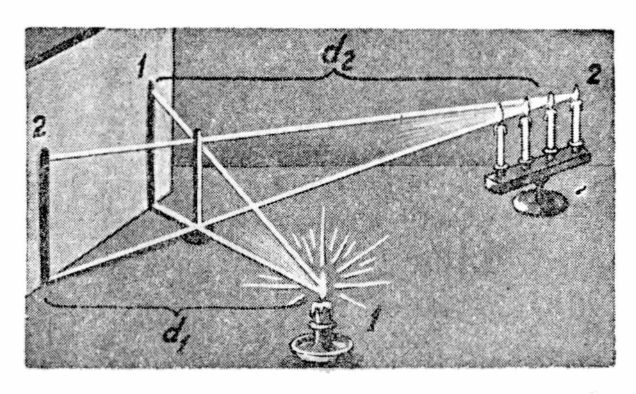
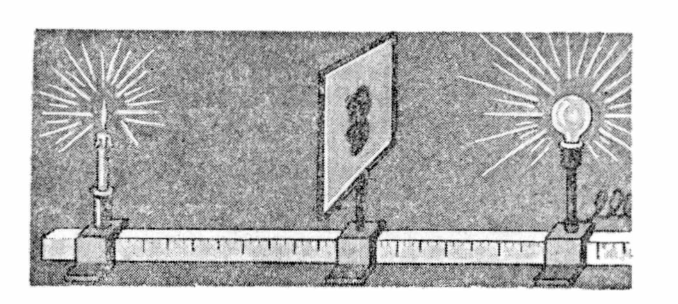
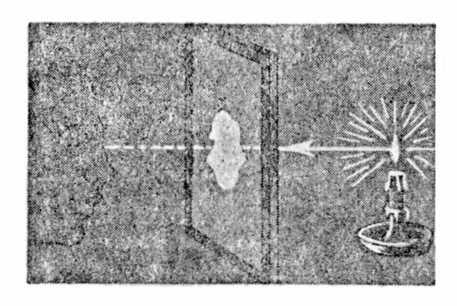
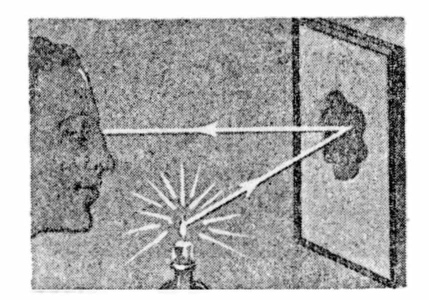


Fig. 421. — Cuatro bujías en "equilibrio" con una.

El fotómetro de BUNSEN (fig. 422) consiste en una lámina de papel con una mancha de grasa. La parte manchada aparece más clara que el resto del papel si se la mira por transparencia (fig. 423) y más obscura si se la mira por reflexión (fig. 424). Es curioso que *papel* + *grasa* sea más transparente que papel solo. De aquí resulta que si la pantalla está igualmente iluminada de ambos lados, la mancha desaparece. Se mueven entonces los focos a comparar hasta que esto suceda y la relación entre sus intensidades se obtiene por la [1]. La figura 425 muestra un dispositivo con el cual puede comprobarse la ley del coseno.


Fig. 422. — Fotómetro de Bunsen.


Fig. 423. — Mancha clara.


Fig. 424. — Mancha oscura.

Unidades de iluminación. — Se utiliza como unidad de iluminación el *lux* o *bujía-metro que es la iluminación que recibe una*

pantalla colocada normalmente a los rayos, a un metro de distancia de una bujía decimal. La intensidad de la luz emitida por un foco luminoso varía con la dirección. En la técnica de la iluminación esta variación se tiene muy en cuenta.

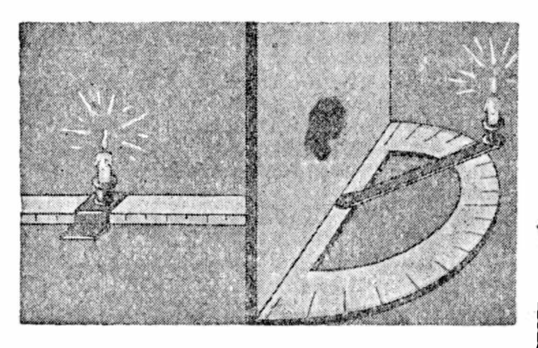


Fig. 425. — Comprobación de la ley del coseno.

REFLEXIÓN DE LA LUZ

267. Leyes de la reflexión. — Una superficie pulida constituye un espejo. Un rayo de luz que incide sobre un punto de la misma, punto de incidencia I (fig. 426), se refleja. Ángulo de incidencia i, es el formado por el rayo incidente y la normal a la superficie en el punto de incidencia. El ángulo de reflexión r es el formado por el rayo reflejado y la normal. Experimentalmente se encuentra que:

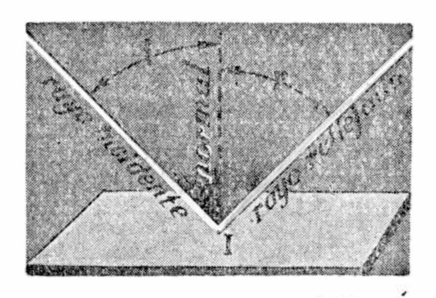


Fig. 426. — Reflexión de la luz.

El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal a la superficie reflectora en el punto de incidencia, están en el mismo plano. El ángulo de incidencia es igual al de reflexión:



$$\sphericalangle i = \sphericalangle r.$$

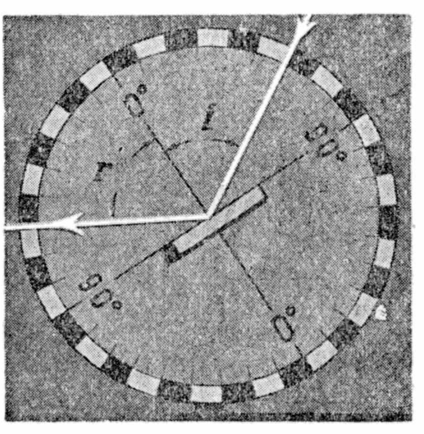


Fig. 427.

Pueden verificarse estas leyes colocando un espejito en el centro de un disco giratorio (fig. 427). La luz de una linterna se hace pasar por una ranura delimitando así el rayo incidente. Girando el disco se constata la igualdad de los ángulos de incidencia y reflexión. Además se ve que ambos rayos están en el plano del disco que es normal al plano del espejo.

268. Difusión de la luz. — Si incide un haz de luz sobre una superficie despulida o mate, la luz se *difunde*, o sea, salen rayos de luz *en todas direcciones* (fig. 428).

Este fenómeno de difusión se explica por reflexión de la luz en entrantes y salientes de la superficie áspera. Debido a este fenómeno es que un objeto iluminado puede verse desde cualquier dirección. Las letras que el lector ve en este momento, las percibe aunque mueva la cabeza desde cualquier ángulo y cualquiera sea la posición del foco luminoso. Las partículas del papel difunden entonces la luz en todas direcciones. En este fenómeno se basa la iluminación artificial indirecta.

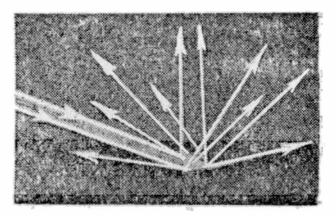


Fig. 428. — Difusión.

269. **Espejos planos.** — Del punto P (fig. 429) colocado delante del espejo salen rayos de luz en todas direcciones. La luz de P puede ser propia o luz difundida; eso no importa.

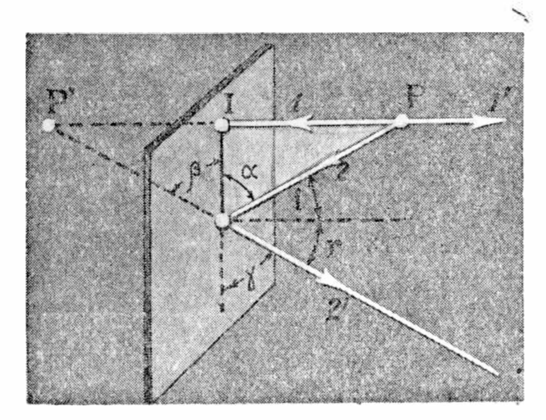


Fig. 429. — Espejo plano.

Consideremos de los rayos que salen de P el rayo 1 normal al espejo; se reflejará sobre sí mismo según 1'. El rayo 2 se refleja según 2'. Las prolongaciones de 1' y 2' se cortan del otro lado del espejo en un punto P'. Los dos triángulos rectángulos en I y con un cateto común son iguales por ser el ángulo α igual al β. En efecto: el ángulo α vale $90^\circ - i$ y el β igual al γ por opuesto por el vértice, será igual a $90^\circ - r$:

$$\alpha = 90^\circ - i; \qquad \beta = \gamma = 90^\circ - r;$$

y como por las leyes de la reflexión $i = r$, resulta:

$$\alpha = \beta.$$

Resulta entonces:

$$PI = P'I.$$

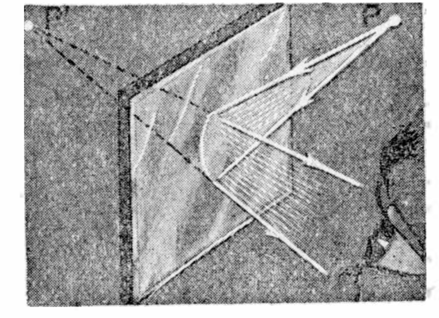


Fig. 430. — Imagen de un punto.

El punto P', intersección de *cualquier rayo reflejado* con el normal al espejo se encuentra detrás del espejo y a igual distancia de éste que el punto P. El punto P' por lo tanto es el punto simétrico de P con respecto al plano del espejo.

Resulta así, que de un haz de rayos que salen de P y se reflejan en el espejo se obtiene un haz de rayos divergentes (fig. 430) cuyo punto de divergencia está en P'. *Para el observador que recibe estos rayos, todo pasa como si ellos provinieran realmente de P'.* El punto P' es la imagen virtual del punto P.

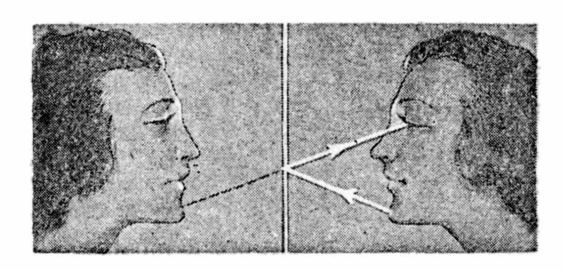


Fig. 431. — Imagen virtual.

Como para cada punto de un objeto vale lo mismo, se explica así la formación de imágenes en los espejos planos (figura 431).

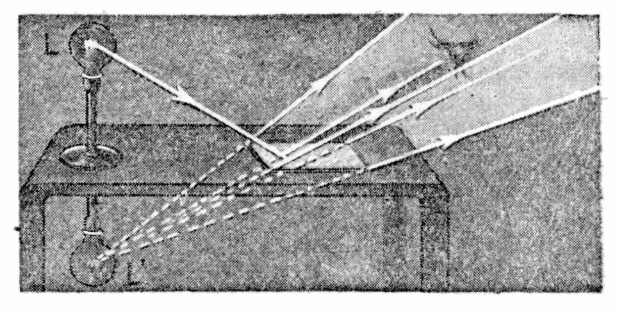


Fig. 432. — Campo de un espejo.

Campo de un espejo. — La imagen L' de la lámpara L (fig. 432), puede observarse sólo desde cierta región del espacio llamada campo del espejo. En la figura el campo de L' es la región que aparece más clara. El campo de un espejo para un punto imagen L' se delimita proyectando desde L' el borde del espejo.

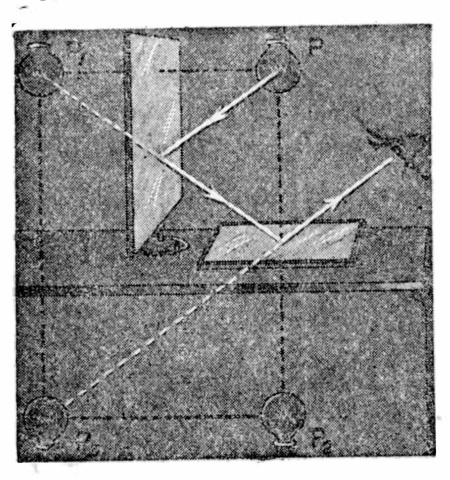


Fig. 433. — Espejos en ángulo recto.

Espejos en ángulo. — Observando detenidamente la figura 433, se explica porqué con dos espejos en ángulo recto se ven tres imágenes. Una de ellas, la P_3, proviene de dos reflexiones. La figura 434 muestra las siete imágenes de una escuadra colocada entre dos espejos que forman un ángulo de 45°. El número n de imágenes que se producen entre dos espejos que forman un ángulo de α grados es:

$$n = \frac{360}{\alpha} - 1.$$

El kaleidoscopio no es más que dos espejos planos en ángulo entre los cuales se colocan trozos de vidrio o papel coloreado, resultando de la multiplicidad de imágenes, una figura simétrica que cambia constantemente al variar las posiciones de los trozos.

Espejos paralelos. — Un objeto colocado entre dos espejos paralelos da lugar a un número infinito

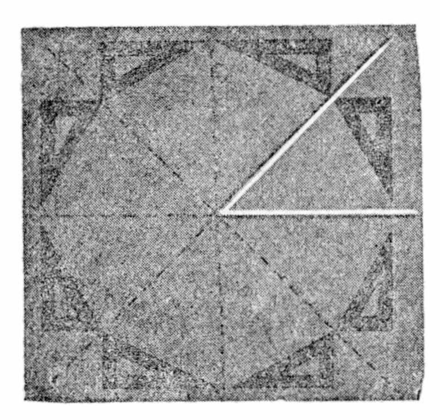


Fig. 434. — Espejos en ángulo.

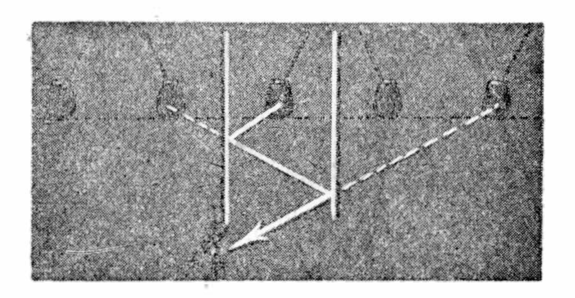


Fig. 435. — Espejos paralelos.

de imágenes (fig. 435). Por la absorción que experimenta la luz en las sucesivas reflexiones las imágenes son cada vez menos brillantes.

ESPEJOS ESFÉRICOS

270. **Espejos cóncavos.** — Un casquete de superficie esférica pulido por su parte interior constituye un espejo esférico cóncavo. Si está pulido por su parte exterior el espejo es convexo. Se llama

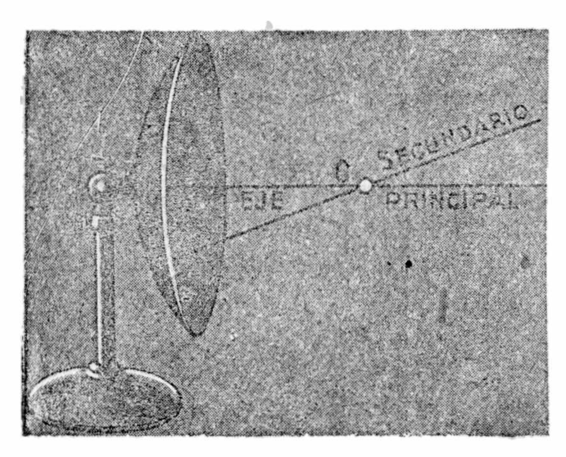


Fig 436. — Espejo esférico. Ejes.

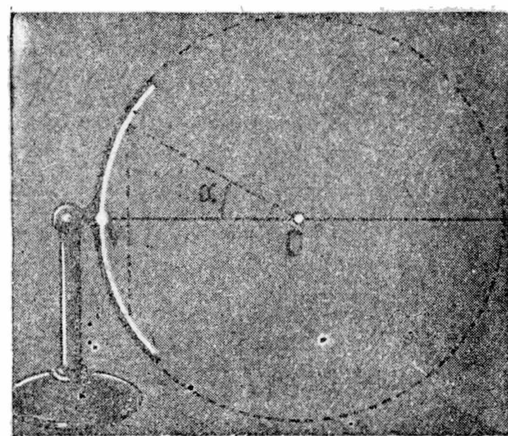


Fig. 437. — Sección principal.

eje principal de un espejo esférico cóncavo o convexo, a la recta determinada por el centro *C* de la superficie esférica y el centro o

vértice V del casquete (figs. 436 y 437). Cualquiera otra recta que pase por C es un eje secundario.

SECCIÓN PRINCIPAL. — Es la intersección del casquete esférico con un plano cualquiera que pasa por el eje principal. La figura 437 representa una sección principal. Al ángulo formado por un radio marginal y el eje principal se le denomina abertura del espejo. Es el valor mayor del ángulo α.

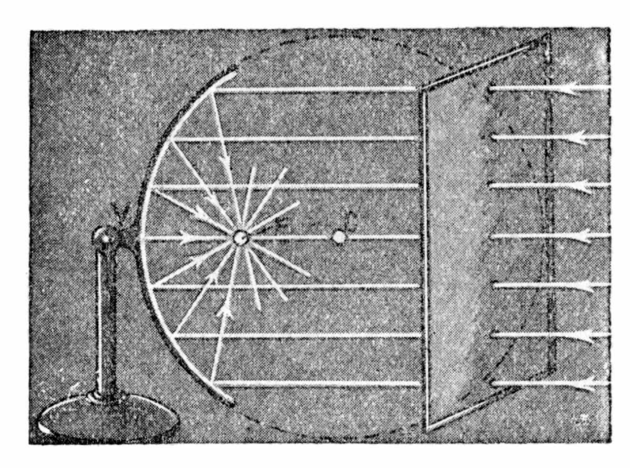


Fig. 438. — Foco principal.

Si se hacen incidir sobre un espejo cóncavo rayos paralelos al eje principal, se observa (fig. 438) que si el espejo es de pequeña abertura todos los rayos reflejados se cortan en un punto F del eje llamado *foco principal.* El foco principal se encuentra en el punto medio del segmento CV. A la distancia FV, *igual a la mitad del radio de curvatura del espejo* se la llama *distancia focal.*

Demostración. — Sea el rayo AI (fig. 439) paralelo al eje principal. Por el punto de incidencia trazamos un plano tangente a la superficie esférica que corta al eje principal en el punto V'. La normal al espejo en I es el radio IC. El rayo reflejado lo construímos tomando el ángulo r igual al i. Este rayo corta al eje principal en el punto F. El triángulo CIF es isósceles por ser el ángulo en C igual al i por alternos internos entre paralelas. Deducimos así que:

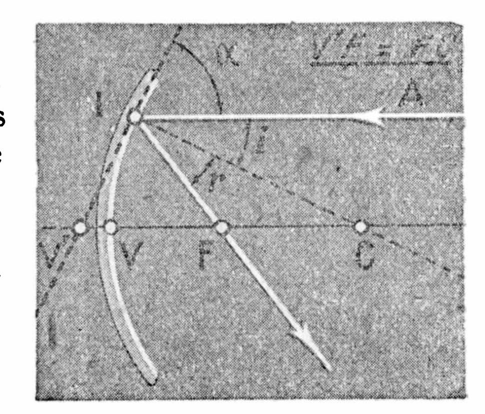


Fig. 439. — Foco principal.

$$CF = FI.$$

El triángulo $V'IF$ es también isósceles pues el ángulo en I es igual a $90^\circ - r$; y el ángulo en V' es igual al ángulo α por correspondientes, siendo $\alpha = 90^\circ - i$.

De aquí:

$$FV' = FI.$$

De esta igualdad y la anterior deducimos:

$$CF = FV'.$$

Si el espejo tiene pequeña abertura el punto V' difiere muy poco del punto V, resultando así que el foco principal se encuentra en el punto medio del radio. Cuando el espejo tiene gran abertura, los rayos reflejados provenientes de rayos paralelos al eje principal se cortan sobre una superficie característica llamada cáustica de reflexión (fig. 440).

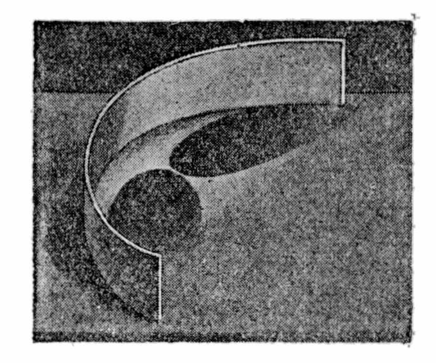


Fig. 440. — Cáustica.

Focos secundarios. — Si los rayos paralelos lo son a un eje secundario, los rayos reflejados se cortan en un punto F' llamado foco secundario (fig. 441).

Los focos secundarios se encuentran sobre una superficie esférica de centro en C y radio igual a la mitad del radio del espejo.

Al plano perpendicular al eje principal en el foco principal se le llama *plano focal* (fig. 442). Cuando los ejes secundarios forman ángulos pequeños con el eje principal, y el espejo es de pequeña abertura, los focos secundarios pueden considerarse situados en el plano focal.

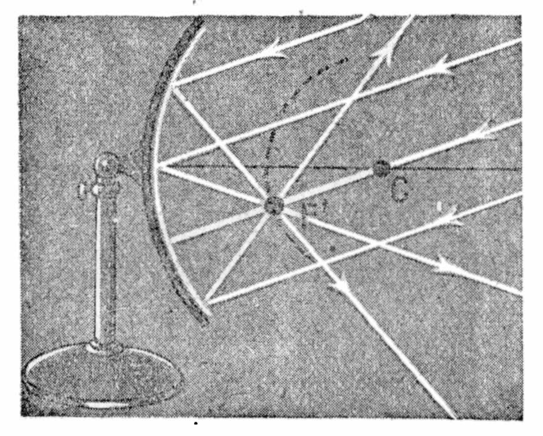


Fig. 441. — Foco secundario.

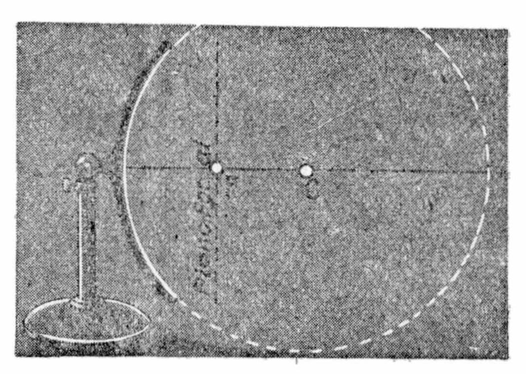


Fig. 442. — Plano focal.

271. **Formación de imágenes.** — La imagen del filamento de una lámpara incandescente o de una bujía cualquiera puede recogerse en una pantalla en la forma que muestra la figura 443. A cada posición de la lámpara, es decir del objeto, corresponde una posición bien determinada de la pantalla en que la imagen se

recoge nítidamente. Experimental y teóricamente se encuentra que *la inversa de la distancia del objeto al espejo más la inversa de la distancia de la imagen al espejo es igual a la inversa de la distancia focal.*

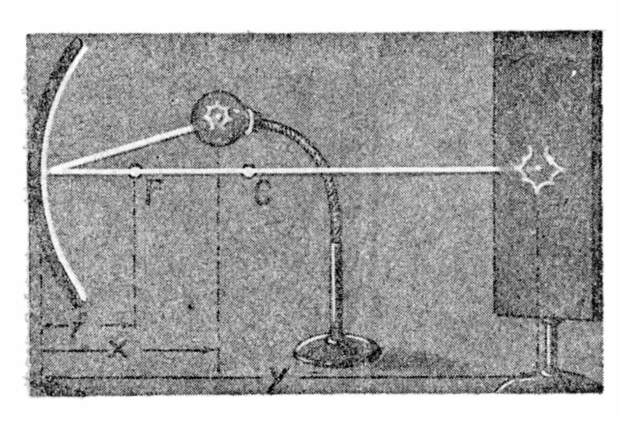


Fig. 443. — Imagen real.

Si x e y son las distancias del objeto y de la imagen al espejo respectivamente, siendo f la distancia focal, se tiene:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}.$$

EJEMPLO. — Si el radio del espejo es igual a un metro, $f = 50$ cm. Colocando la lámpara a 75 cm del espejo, la pantalla deberá distar del mismo en 150 cm para que la imagen aparezca nítida, pues:

$$\frac{1}{75} + \frac{1}{150} = \frac{1}{50}.$$

Determinación geométrica de la posición de la imagen. — Para hallar la imagen del objeto

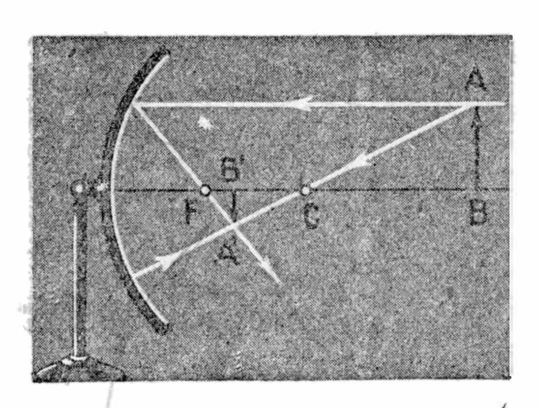


Fig. 444. — Formación de imágenes.

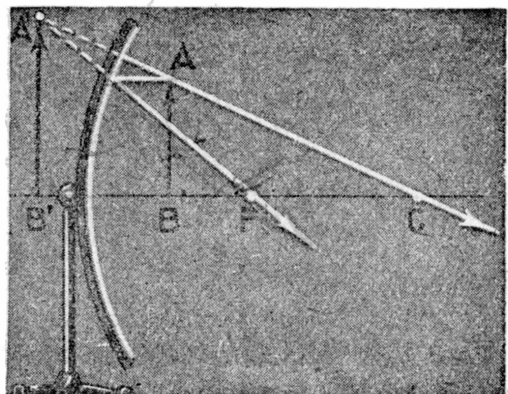


Fig. 445. — Imagen virtual.

AB (fig. 444) consideramos, de los rayos que parten de *A*, uno paralelo al eje principal y otro que pase por el centro. El primero se refleja pasando por el foco y el segundo se reflejará sobre sí mismo por incidir normalmente al espejo. La intersección de ambos

rayos da la imagen *A'* del punto *A*. La imagen *B'* del punto *B* se encuentra sobre el eje principal, y si *AB* es perpendicular al eje, *A'B'* también será normal al mismo.

Si el objeto se encuentra entre el foco y el espejo, la imagen es virtual (fig. 445), pues los rayos reflejados son ahora divergentes.

* Demostración de la fórmula. — En *P'* se halla la imagen de *P* (fig. 446). El ángulo α exterior del triángulo *P'IC* es igual a:

$$\alpha = \beta + r.$$

El ángulo β, exterior del triángulo *PIC* es:

$$\beta = \gamma + i;$$

restando miembro a miembro y teniendo en cuenta que i es igual a r, resulta:

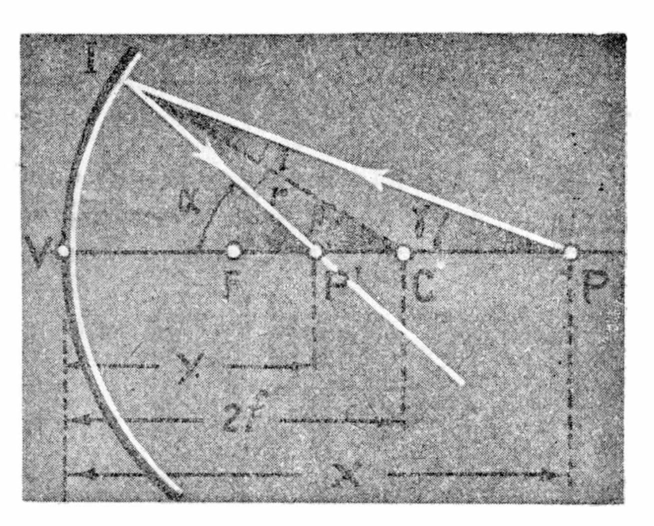


Fig. 446. — Fórmula de los espejos esféricos.

$$\alpha - \beta = \beta - \gamma; \quad \text{o sea:} \quad \alpha + \gamma = 2\,\beta. \qquad [1]$$

Tracemos una tangente en el vértice *V* del espejo (fig. 447). Prolonguemos las rectas *PI*, *CI* y *P'I* que cortan a la tangente en puntos distantes de *V* en a_1, a_2 y a_3, respectivamente.

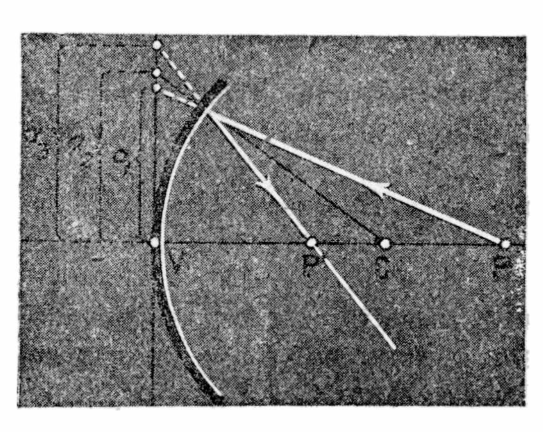


Fig. 447.

Se tendrá:

$$tg\ \alpha = \frac{a_3}{y}; \quad tg\ \beta = \frac{a_2}{2f}; \quad tg\ \gamma = \frac{a_1}{x};$$

pues el radio *R* del espejo es igual a 2 *f*. Si el espejo es de pequeña abertura los ángulos α, β y γ son pequeños y pueden tomarse sus valores en radianes, en lugar de las tangentes. Cuando esto ocurre se tendrá:

$$a_1 = a_2 = a_3 = a,$$

de donde:

$$\alpha = \frac{a}{y}; \qquad \beta = \frac{a}{2f}; \qquad \gamma = \frac{a}{x}.$$

Sustituyendo en la [1] y dividiendo por a resulta:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}.$$

Esta expresión se conoce con el nombre de fórmula de los focos conjugados. La razón de esta denominación es que, imagen y objeto son permutables: si se coloca el objeto donde está la imagen aparecerá ésta en el lugar que antes ocupaba el objeto.

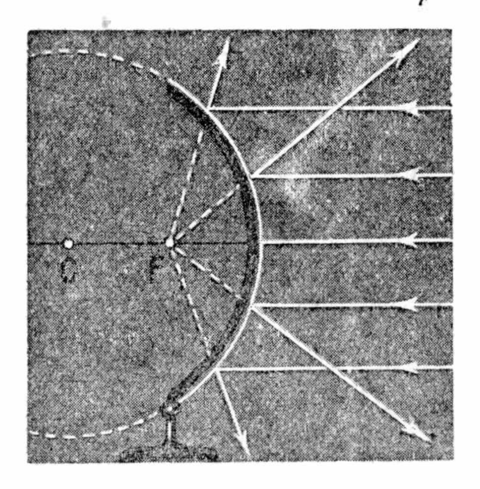


Fig. 448. — Espejo convexo.

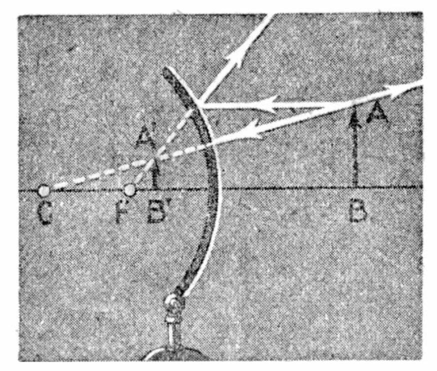


Fig. 449. — Imagen virtual.

Espejos esféricos convexos. — En éstos, el foco principal F es virtual (fig. 448). La imagen de un objeto es siempre virtual y más pequeña (fig. 449).

La fórmula de los espejos convexos es la misma que la de los espejos cóncavos.

272. **Imagen de un objeto infinitamente lejano.** — Este caso tiene particular importancia por sus aplicaciones a los telescopios. Los rayos de luz que provienen de *cada uno de los puntos* de un objeto muy distante pueden considerarse paralelos. Los rayos que parten de un punto del borde superior del Sol son paralelos entre sí: también lo son los que parten de un punto del borde inferior del mismo astro. Pero ambos haces forman entre sí cierto ángulo. Al ángulo formado por dos visuales dirigidas a los extremos de un

diámetro del Sol se le llama diámetro aparente del mismo. El diámetro aparente del Sol y el de la Luna es, término medio, igual a unos 32'. Si colocamos frente a estos astros un espejo cóncavo obtendremos en el plano focal del mismo un pequeño círculo (fig. 450). El tamaño a de la imagen depende exclusivamente de la distancia focal del espejo f y del diámetro aparente δ del astro:

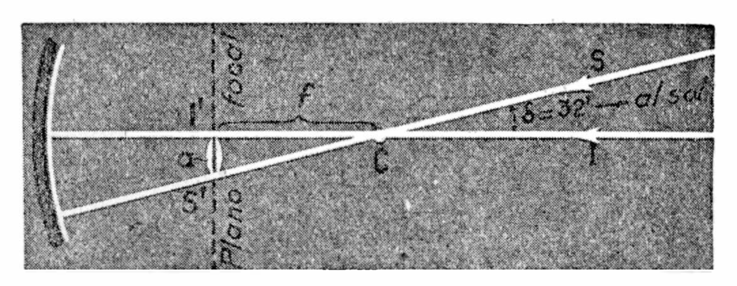


Fig. 450.

$$\frac{a}{f} = \text{tg } \delta ; \qquad a = f \text{ tg } \delta .$$

En la figura, CS indica la dirección desde el centro del espejo al borde superior del Sol y CI al borde inferior. Los rayos paralelos a IC se cortan en I'.

PROBLEMAS

1. *Una lámpara de Hefner situada a 50 cm de un fotómetro produce igual iluminación que cierta lámpara colocada a 3 m. Hallar la intensidad de ésta:*

$$\frac{I}{H} = \left(\frac{300}{50}\right)^2 ;$$

$I = 36$ bujías hefner;

o sea:

$I = 0{,}885 \times 36 = 31{,}86$ bujías decimales.

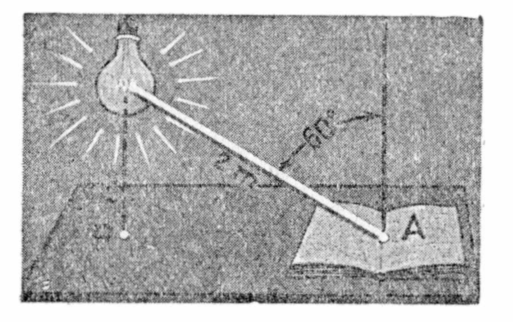


Fig. 451.

2. *La lámpara anterior dista 2 m del punto* A *de una mesa* (fig. 451), *los rayos forman con la normal un ángulo de 60°. Hallar la iluminación en* A.

$$L = \frac{I}{r^2} \cos \alpha = \frac{31{,}86}{4} \cdot \frac{1}{2} \simeq 4 \text{ lux.}$$

3. *Hallar la iluminación en el punto* P *donde los rayos caen normalmente. Se supone que la lámpara tiene igual intensidad en todas direcciones.*

Como $d = 2$ sen $30^o = 1$ m,

$$L = 31{,}86 \text{ lux.}$$

4. *Hallar la distancia focal de un espejo cóncavo en que para* x $= 2$ *m,* y $= 1$ *m.*

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{3}{2}\frac{1}{\text{m}}; \qquad f = \frac{2}{3}\text{ m.}$$

5. *Siendo* f $= 50$ *cm, hallar* y, *si* x $= 40$ *cm.*

$$y = \frac{fx}{x - f} = \frac{2000}{40 - 50} = -200 \text{ cm.}$$

6. *En un telescopio la distancia focal del espejo es de 5 m. Hallar el diámetro de la imagen de la Luna dada por el mismo en el plano focal, suponiendo un diámetro aparente de 30'.*

$$a = f \text{ tg } \delta = 4{,}36 \text{ cm.}$$

CAPÍTULO XXI

REFRACCIÓN DE LA LUZ

273. **Leyes de la refracción.** — Si un haz de luz incide sobre la superficie de separación de dos medios, agua y aire, por ejemplo, en parte se refleja y en parte penetra al otro medio (fig. 452). Ésta es la luz refractada. Se observa que el rayo luminoso al pasar

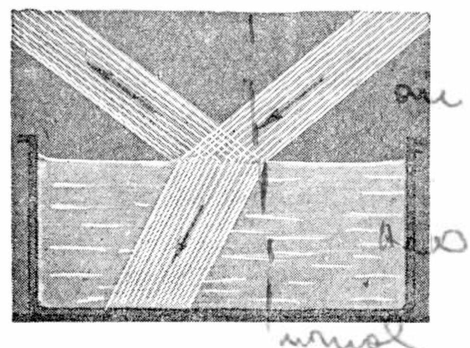


Fig. 452. — Reflexión y refracción.

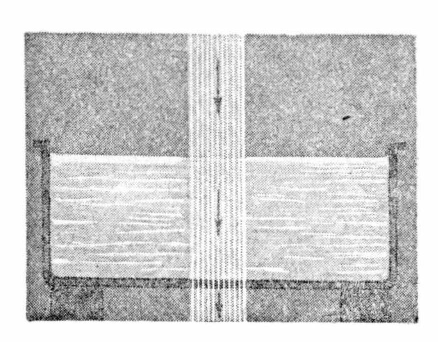


Fig. 453. — Incidencia normal: la luz no se desvía.

de un medio a otro se desvía en forma brusca, cambiando de dirección justo en la superficie de separación. Si el rayo de luz pasa de un medio a otro siguiendo la dirección de la normal a la superficie de separación no experimenta desviación alguna (fig. 453).

Si IN es la normal a la superficie de separación AB entre los dos medios, al ángulo i (fig. 454) se le llama ángulo de incidencia y al r ángulo de refracción.

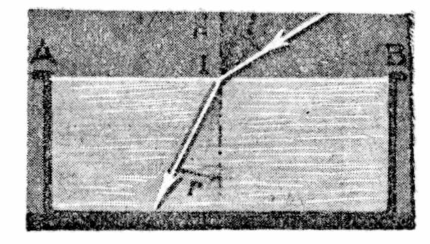


Fig. 454. — Refracción.

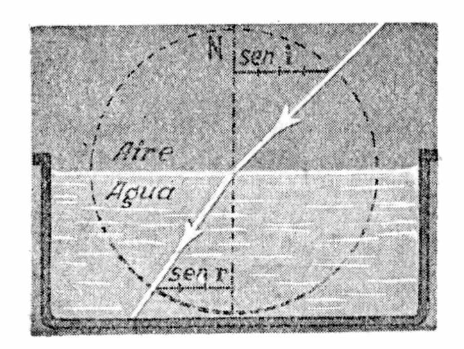
SNELLIUS (1591 - 1626) estableció experimentalmente las siguientes leyes:

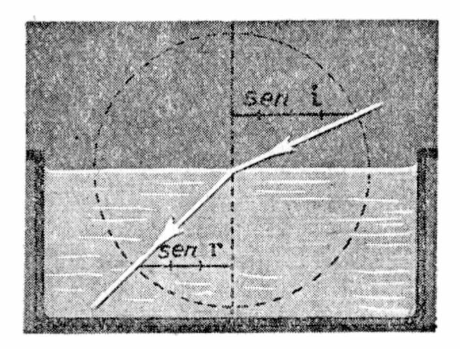
El rayo incidente, el refractado y la normal están en un mismo plano.

El seno del ángulo de incidencia dividido por el seno del ángulo de refracción es una constante que depende únicamente de la natu-

raleza de los dos medios. A esta constante se la llama índice de refracción del segundo medio con respecto al primero y se la designa con la letra *n*. Se tiene pues:

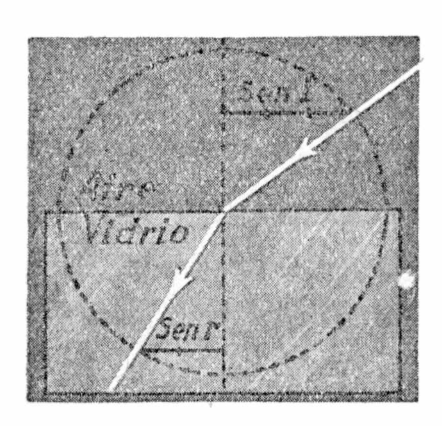
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n.$$

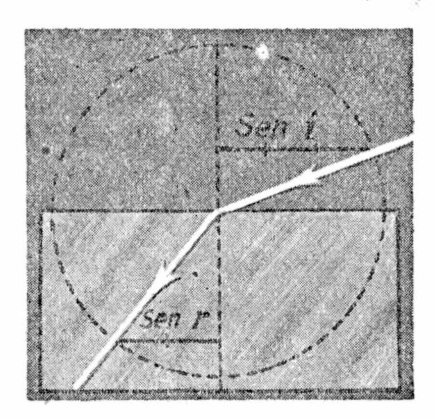




Figs. 455 y 456. — El índice de refracción del agua con respecto al aire es igual a 4/3.

Para el agua, con respecto al aire, el índice de refracción vale 1,3 aproximadamente 4/3. Para el vidrio ordinario, este índice, con





Figs. 457 y 458. — El índice de refracción del vidrio con respecto al aire es 3/2.

respecto al aire, es 1,5 o sea 3/2. Las figuras 455 y 456 muestran el significado de esta constante para el agua y el aire y las 457 y 458 para el vidrio con respecto también al aire.

Verificación experimental. — Un semicilindro de vidrio se fija en el centro de un disco graduado (fig. 459). La luz proveniente de

una linterna se refracta sobre la pared plana del vidrio y es fácil leer en cada caso los ángulos de incidencia y refracción. La forma semicilíndrica se adopta para que el rayo de luz, al pasar del vidrio al aire, no se desvíe, pues, siguiendo la dirección de un radio, incidirá normalmente a la superficie de separación.

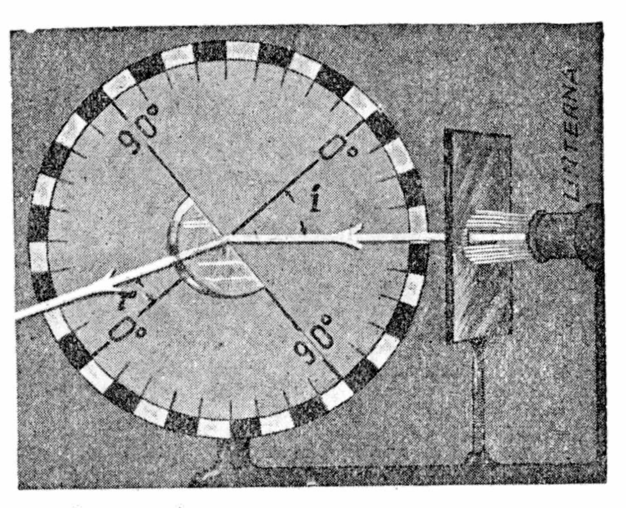


Fig. 459. — Verificación experimental.

La fig. 460 muestra el mismo dispositivo adaptado para verificar la ley en el caso de líquidos y medir al mismo tiempo sus índices de refracción. Debido al fenómeno que estamos estudiando una regla parece quebrada si parte de ella se introduce en el agua (fig. 461) y los objetos sumergidos parecen encontrarse a mayor altura (fig. 462).

274. Velocidad de la luz e índice de refracción. — El holandés CHRISTIAN HUYGHENS (o Huygens, en latín Hugenius) (1629 - 1695) considerando que la luz se propagaba en forma de ondas, pudo explicar el fenómeno de refracción admitiendo que el cociente entre las velocidades de propagación de la luz en dos medios diferentes es igual al índice de refracción de uno de los medios con respecto al otro.

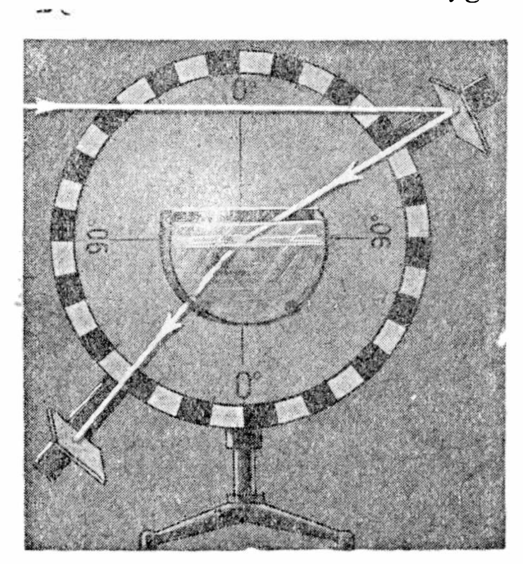
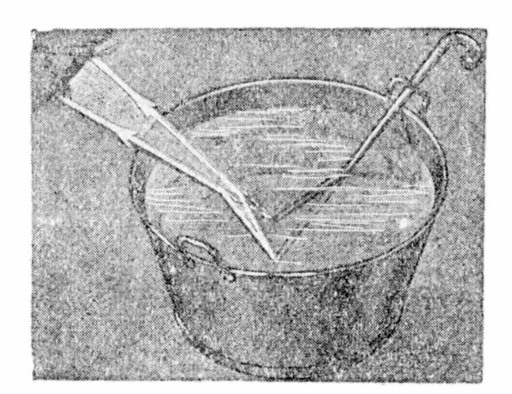


Fig. 460. — Refracción en líquidos.


Fig. 461. — Parece quebrado.

Consideremos el caso del aire y del agua:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n = \frac{4}{3} = \frac{V \text{ aire}}{V \text{ agua}}.$$

Según esto, la velocidad de la luz en el agua debe ser igual a 225 000 Km/seg ya que en el aire es igual a 300 000 Km/seg. Este resultado teórico pudo ser verificado recién en 1850 por FOUCAULT, el cual, por medio de un ingenioso dispositivo consiguió medir la velocidad de la luz en diferentes líquidos.

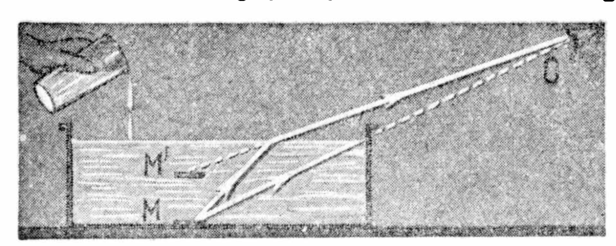


Fig. 462. — La moneda M, invisible desde O, se hace visible en M' al echar agua en el recipiente de paredes opacas.

Índice de refracción absoluto. — Es el índice de refracción de una substancia con respecto al vacío. Si la velocidad de la luz en el vacío es c el índice de refracción absoluto del aire será:

$$n \text{ aire} = \frac{c}{V \text{ aire}}.$$

El índice absoluto del agua es:

$$n \text{ agua} = \frac{c}{V \text{ agua}};$$

dividiendo ordenadamente:

$$\frac{n \text{ agua}}{n \text{ aire}} = \frac{V \text{ aire}}{V \text{ agua}};$$

$$n \text{ agua} = n \text{ aire} \frac{V \text{ aire}}{V \text{ agua}}.$$



Christian Huygens (1629 - 1695).

Como el cociente de las velocidades de la luz en el aire y el agua es el índice n, relativo del agua con respecto al aire, se tiene:

$$n \text{ agua} = n \text{ aire} \times n.$$

El índice de refracción absoluto se obtiene multiplicando el índice de refracción relativo al aire por el índice de refracción absoluto del aire.

El índice absoluto del aire es:

$$n \text{ aire} = 1{,}0003.$$

Como este valor difiere de la unidad sólo en 3 diez milésimos, los índices relativos al aire son casi iguales a los índices absolutos. Así los consideraremos en lo que sigue.

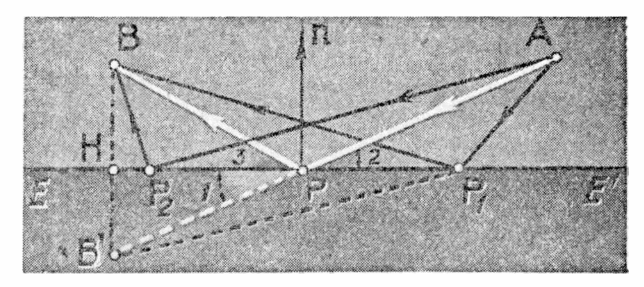


Fig. 464. — Principio de Fermat.

Principio de Fermat. — Supongamos que *EE'* (fig. 464) sea una pared vertical vista desde arriba. Se efectúa una rara competición deportiva consistente en lo siguiente: Los corredores parten de *A* y deben llegar a *B* después de haber tocado la pared en un punto cualquiera. Uno de ellos elige el camino AP_1B; otro el AP_2B, etc. Entre esos corredores existe uno, aficionado a la geometría, que se pregunta: "¿De todas las trayectorias posibles, cuál será la más corta?". Descubre de inmediato que la trayectoria más corta, o sea la más conveniente, es la indicada en blanco en la figura. Para arribar a esta conclusión consideró el punto *B'* simétrico de *B* con respecto al plano *EE'*. Vió en seguida que el trayecto AP_1B es igual al AP_1B' pues P_1B es igual a P_1B' dado que los triángulos HBP_1 y $HB'P_1$ son iguales. Entonces dijo: el trayecto más conveniente, es aquél en qué el punto *P* esté sobre la recta *AB'* pues la menor distancia entre dos puntos corresponde al segmento rectilíneo que ellos determinan.



Pierre de Fermat. (1601 - 1665).

Continuando en su razonamiento vió que el ángulo 1 es igual al 2 por opuesto por el vértice, siendo también el 1 igual al 3 por ser iguales los triángulos *HBP* y *HB'P*. Luego los ángulos 2 y 3 son iguales. El ángulo 2 es el complemento del ángulo de incidencia; el 3 es el complemento del ángulo de reflexión. Concluímos de aquí, *que el trayecto más conveniente, en el cual se empleará un tiempo mínimo, es aquél, en que el ángulo de incidencia sea igual al ángulo de reflexión.*

Sea ahora esta otra competencia deportiva: *MM'* es el borde de una pileta de natación (fig. 466). Los competidores salen de *A* y deben llegar a *B*; el recorrido se efectúa en parte corriendo y en parte nadando. ¿Cuál es el trayecto más conveniente? Si la velocidad con que corre determinado corredor es v_1 y la velocidad con que nada es v_2 puede demostrarse que *el trayecto en que ese corredor empleará un tiempo mínimo, es aquél en que se cumpla*:

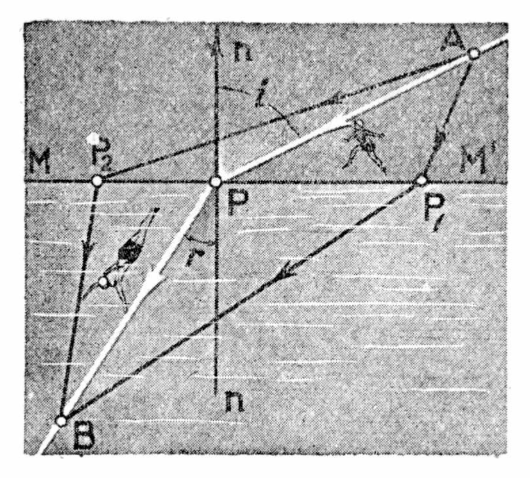


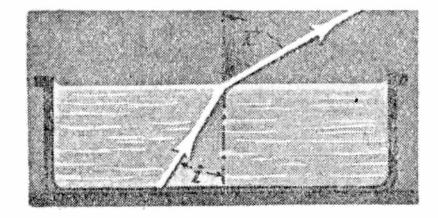
Fig. 466. — Principio de Fermat.

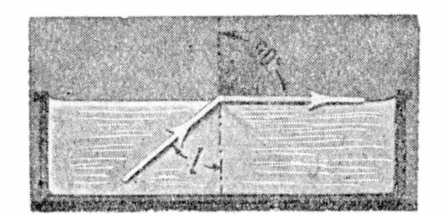
$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{V_1}{V_2};$$

que no es más que la ley de la refracción de la luz!

Las leyes de la reflexión y refracción de la luz, pueden considerarse entonces como consecuencias de una ley más amplia que podría enunciarse así: *El camino que sigue la luz, es aquél en que emplea un tiempo mínimo.* Este es el enunciado del famoso principio de FERMAT, célebre matemático francés del siglo XVII.

275. Reflexión total. — Al pasar la luz del aire al agua el rayo refractado se acerca a la normal, pero si pasa del agua al aire se aleja de la normal (fig. 467). Ahora el ángulo de incidencia es


Fig. 467. — Pasaje inverso de la luz.


Fig. 468. — Ángulo límite.

el que antes era ángulo de refracción y el de refracción corresponde al ángulo de incidencia cuando la luz seguía el camino inverso. Se tendrá pues:

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{1}{n}.$$

Como el ángulo de refracción es ahora mayor que el de incidencia llegará un momento en que a determinado ángulo de incidencia corresponda un ángulo de refracción de 90° (fig. 468). Este *ángulo de incidencia, al cual corresponde un ángulo de refracción de 90° se le llama ángulo límite.* Llamándole l se tiene:

$$\frac{\text{sen } l}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{n}; \qquad \text{sen } l = \frac{1}{n};$$

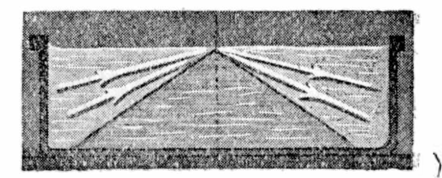


Fig. 469. — Reflexión total.

ya que el seno de 90° es la unidad. El ángulo límite para el agua es:

$$\text{sen } l = \frac{3}{4}; \qquad l \simeq 48^\circ.$$

Para el vidrio:

$$\text{sen } l = \frac{2}{3}; \qquad l \simeq 41^\circ.$$

Cuando el ángulo de incidencia es superior al ángulo límite se produce el fenómeno de reflexión total (fig. 469), es decir la luz no pasa ya al otro medio y

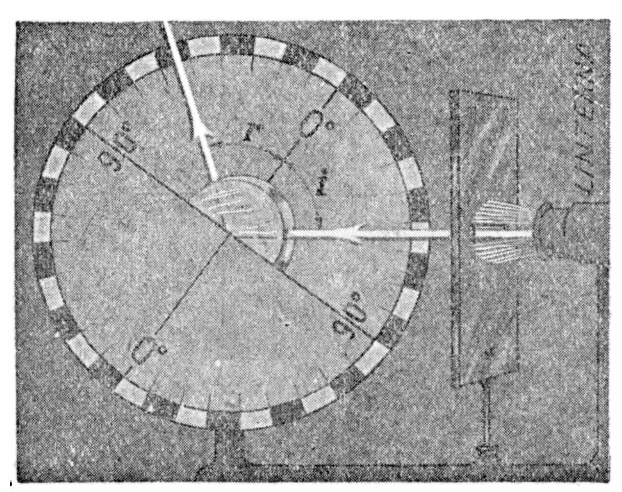



Fig. 470. — Reflexión total.

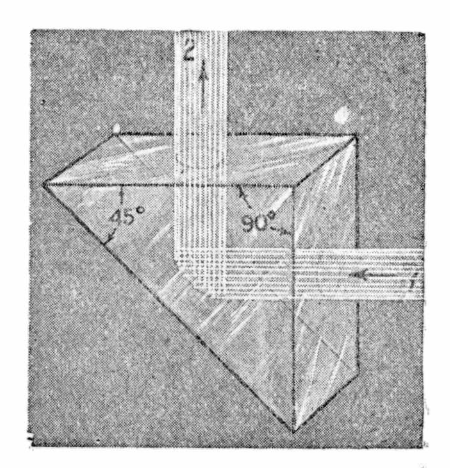


Fig. 471. — Prisma de reflexión total.

se refleja totalmente. El mismo semicilindro de vidrio que nos sirvió para verificar las leyes de la refracción puede ser utilizado (fig. 470) para medir el ángulo límite y observar el fenómeno de

la reflexión total. En un prisma de vidrio de sección triangular como el representado en la figura 471, el rayo 1 que penetra normalmente a una de las caras se refleja totalmente siguiendo la dirección 2, pues incide en la cara interior bajo un ángulo de 45°, que es superior al ángulo límite (41°).

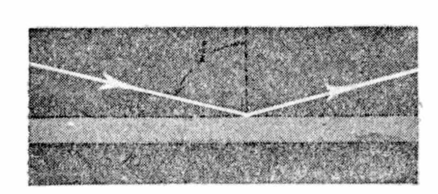


Fig. 472. — Reflexión total en una capa de aire caliente.

276. Espejismo. — Las substancias más densas tienen en general un índice de refracción mayor. De aquí que el aire, en contacto con el asfalto caliente de las calles, en los días de verano, tenga un índice de refracción *menor* que el aire de las capas superiores. Debido a esto, cuando un rayo de luz (fig. 472) incide sobre una de estas capas de aire menos densas que las de arriba (la parte más clara de la figura) bajo un ángulo de incidencia próximo a los 90° se reflejará totalmente si aquel ángulo de incidencia es superior al ángulo límite. Por eso estas capas de aire se comportan como espejos dando la apariencia de que la calle está mojada. Los viajeros del desierto, en busca de agua, deben haber experimentado, a causa de este fenómeno, no pocas desilusiones. En la fig. 473 se ha indicado el trayecto de un rayo de luz, que se aleja de la normal al refractarse, pues se supone que las capas de aire de más arriba son las más densas, hasta que finalmente en una de las capas se produce la reflexión total.

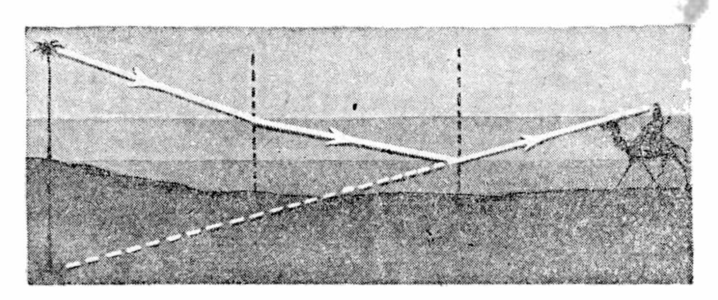


Fig. 473. — Espejismo.

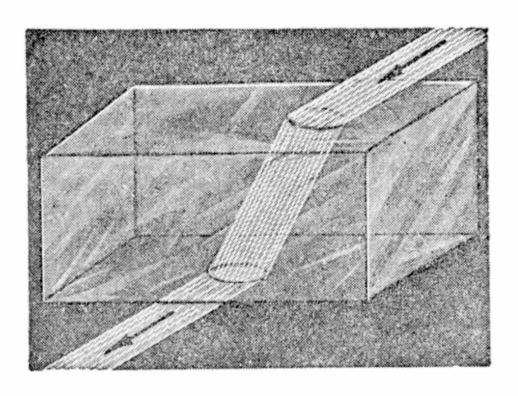


Fig. 474. — Medio limitado por planos paralelos.

277. Lámina de caras paralelas. — Un haz de luz (fig. 474) que atraviesa un medio limitado por caras paralelas como una lámina o placa de vidrio experimenta dos desviaciones: una al entrar y otra al salir. Se tiene de acuerdo a la figura 475, siendo n el

índice de refracción de la lámina con respecto al aire, que es el medio que se supone por debajo y por arriba de la misma:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } \alpha} = n; \qquad \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } e} = \frac{1}{n}.$$

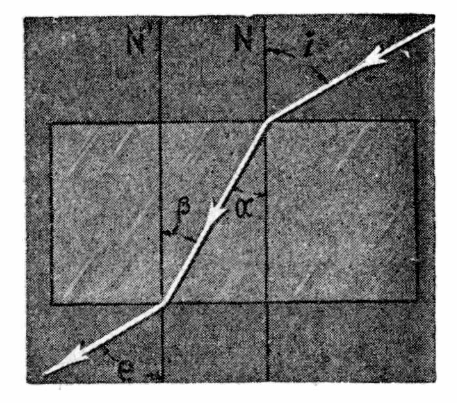


Fig. 475. — El rayo emergente es paralelo al incidente.

Si las caras son paralelas, las normales N y N' también lo son: de aquí que los ángulos α y β sean iguales. Como de las fórmulas anteriores se tiene:

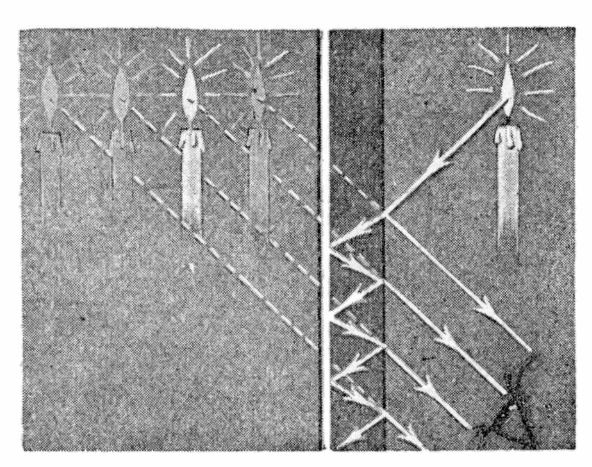
$$\text{sen } i = n \text{ sen } \alpha; \qquad \text{sen } e = n \text{ sen } \beta;$$

resulta que el ángulo de incidencia i es igual al ángulo de emergencia e, desde que:

$$\text{sen } i = \text{sen } e,$$

siendo i y e ángulos menores de 90°.

Se deduce entonces que el rayo emergente es paralelo al incidente. El rayo experimenta sólo un desplazamiento lateral. Si la lámina es delgada puede considerarse que un rayo de luz la atraviesa sin experimentar desplazamiento alguno.


Fig. 476. — Espejo azogado.

En los espejos de cristal (fig. 476) azogados en su cara posterior se observan varias imágenes de brillos decrecientes, que se deben a reflexiones sucesivas de la luz entre los planos paralelos de las caras del vidrio.

PRISMA

278. Refracción en el prisma. — Un medio transparente limitado por caras planas que forman cierto ángulo constituye un prisma óptico (fig. 477). Arista del prisma es la intersección de los planos de las caras. Sección principal es la intersección del prisma por un plano perpendicular a la arista. Al

ángulo de las caras se le llama ángulo refringente. En la figura 478 se ha representado una sección principal de un prisma. El ángulo en A es el ángulo refringente.

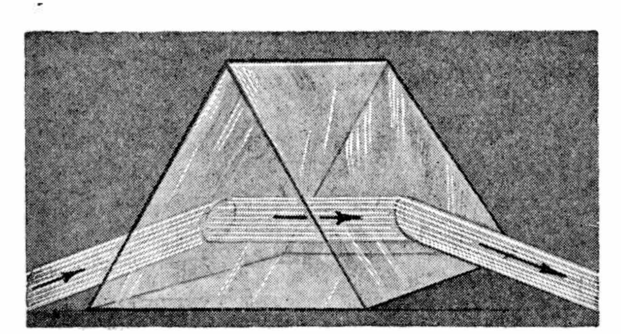


Fig. 477. — Prisma.

Consideremos que un rayo de luz R incida sobre un punto I de la cara del prisma. Trazamos en I la normal N a la cara y determinamos el ángulo i de incidencia. Supondremos que el plano RIN coincide con el plano de una sección principal. El rayo penetrará en el prisma y se acercará a la normal, habiéndose indicado en la figura con α al ángulo de refracción:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } \alpha} = n; \qquad \text{sen } i = n \text{ sen } \alpha. \qquad [1]$$

Este rayo interior incide en el punto E de la otra cara con un ángulo β; sale del prisma alejándose de la normal N' con la cual forma el ángulo de emergencia e, tal que:

$$\frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } e} = \frac{1}{n};$$

$$\text{sen } e = n \text{ sen } \beta, \qquad [2]$$

pues suponemos que el prisma está en el aire o sea que el medio en que se propaga el rayo incidente es igual al medio en que se propaga el rayo emergente.

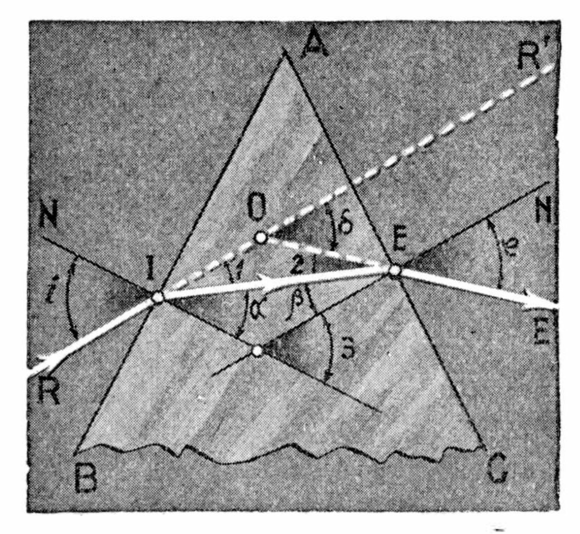


Fig. 478. — Trayecto de la luz en el prisma.

Si el prisma no se hubiera encontrado en el trayecto del rayo R éste hubiera seguido la dirección RR'. A causa del prisma se *desvió dos veces hacia la base BC del mismo,* siguiendo finalmente la dirección EE'. Al ángulo δ formado por el rayo incidente RI y el emergente EE' se le llama ángulo de desviación.

Este ángulo es igual al 1 más el 2 por ser exterior del triángulo OIE:

$$\delta = \sphericalangle 1 + \sphericalangle 2;$$

además es:

$$\sphericalangle 1 = i - \alpha; \qquad \sphericalangle 2 = e - \beta$$

por lo que:

$$\delta = i - \alpha + e - \beta; \qquad \delta = i + e - (\alpha + \beta). \qquad [3]$$

Se ve en la figura que el ángulo 3 formado por las normales N y N' a las caras es igual a $\alpha + \beta$. Pero este ángulo 3 es igual al ángulo A, refringente del prisma, pues ambos tienen sus lados perpendiculares. De modo que es:

$$\alpha + \beta = A \qquad [4]$$

y substituyendo en la [3]

$$\delta = i + e - A. \qquad [5]$$

El ángulo de desviación es igual al de incidencia más el de emergencia menos el ángulo refringente del prisma.

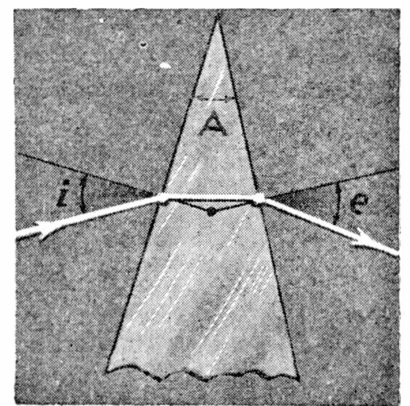


Fig. 479.

279. Prisma de ángulo refringente pequeño. — Este caso (fig. 479) tiene particular importancia para el estudio de las lentes. Consideraremos además que el ángulo de incidencia es pequeño de tal modo que en la [1] y la [2] pueden substituirse los senos por los ángulos medidos en radianes.

$$i = n\,\alpha; \qquad e = n\,\beta.$$

Substituyendo estos valores en la [5] se tiene:

$$\delta = n\,\alpha + n\,\beta - A; \qquad \delta = n\,(\alpha + \beta) - A;$$

de aquí, por la [4]:

$$\delta = n\,A - A; \qquad \delta = A\,(n - 1). \qquad [6]$$

Para un prisma de ángulo refringente pequeño, cuando el rayo incidente se aparta poco de la normal, el ángulo de desviación es igual al ángulo refringente por el índice de refracción menos uno.

280. Desviación mínima. — Supongamos que un rayo o haz de luz de una linterna (fig. 480) incide sobre un punto P de una pantalla cuando no se interpone el prisma en su camino. Si se coloca el prisma el rayo incidirá sobre otros puntos tales como el 1, el 2, etc. Esto dependerá de la posición del prisma.

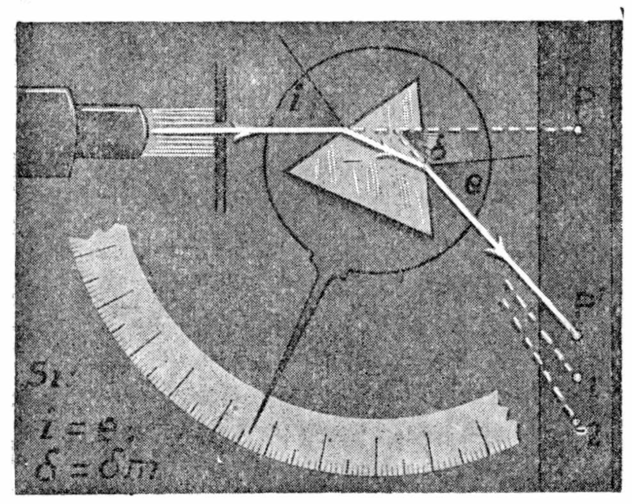


Fig. 480. — Desviación mínima.

Se ve en la figura que al rayo 2 corresponde una desviación mayor que al 1. Girando el prisma se observa que para una determinada posición del mismo el punto P' alcanzado en la pantalla por el rayo emergente se encuentra a una distancia mínima de P. El ángulo de desviación es entonces mínimo. Es imposible hacer que la luz que atraviesa el prisma incida sobre la pantalla en un punto comprendido entre P y P'. Se demuestra teóricamente y se comprueba en forma experimental que *esta desviación mínima se produce cuando el ángulo de incidencia es igual al ángulo de emergencia*:

$$\delta = \delta_m \quad \text{si} \quad i = e.$$

Aquí δ_m es el ángulo de desviación mínima. Para la desviación mínima la [5] se convierte en:

$$\delta_m = 2\,i - A; \qquad i = (\delta_m + A) : 2.$$

Si los ángulos de incidencia y emergencia son iguales, por la [1] y la [2], resulta:

$$\alpha = \beta$$

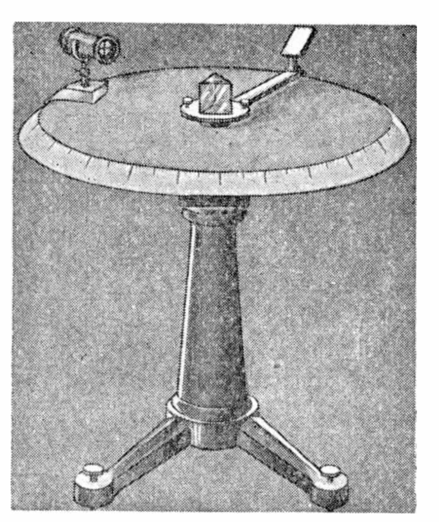


Fig. 481. — Goniómetro.

lo que se comprende también intuitivamente por razones de simetría. Se tendrá entonces, ya que según [4] $\alpha + \beta = A$:

$$2\,\alpha = A; \qquad \alpha = A/2.$$

Se encuentra así, aplicando la [1], para el índice n de refracción del prisma:

$$n = \frac{\text{sen } [(\delta_m + A) : 2]}{\text{sen } (A/2)}.$$

EJEMPLO. — Se ha medido el ángulo refringente A y la desviación mínima δ_m resultando: $A = 60^o$; $\delta_m = 40^o$.

$$n = \frac{\text{sen } 50^o}{\text{sen } 30^o} = \frac{0{,}766}{0{,}500} = 1{,}53.$$

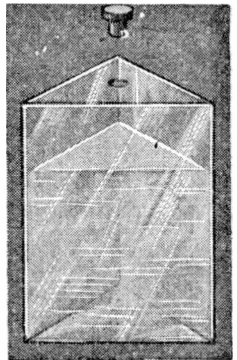


Fig. 482. — Prisma hueco.

Las medidas se llevan a cabo con un goniómetro (fig. 481), que consiste en un limbo graduado en cuyo centro existe una plataforma giratoria sobre la que se coloca el prisma.

Para medir el índice de refracción de los líquidos se construyen prismas huecos de vidrio cuyas paredes están formadas por láminas de caras paralelas (fig. 482).

281. Índice de refracción, color y longitud de onda. — Si es luz blanca la que atraviesa el prisma se observa que el haz emergente está formado por una sucesión de colores. Veremos más adelante que la luz blanca es una mezcla de otros colores simples. Cada uno de éstos tiene un índice de refracción determinado. Al color rojo corresponde el índice de refracción menor y el mayor al violeta en el orden siguiente:

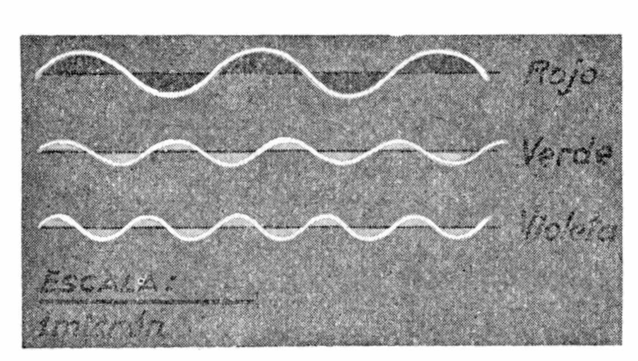


Fig. 483. — Color y longitud de onda.

Color:	Rojo	Anaranjado	Amarillo	Verde	Azul	Añil	Violeta
n =	1,501	1,514	1,515	1,519	1,521	1,527	1,531

Estos valores del índice de refracción se refieren al vidrio común. Veremos más adelante que la luz consiste en un proceso ondulatorio. Cada color se caracteriza por su *longitud de onda*, como la altura de un sonido. A los sonidos graves corresponde una

longitud de onda grande; a los agudos, pequeña. *Al color rojo corresponde mayor longitud de onda que al violeta.* Esta longitud de onda de cada color se puede *medir* con asombrosa precisión. Como la longitud de onda es muy pequeña, se conviene medirla en una unidad especial llamada *Ångstrom* (Å). Un angstrom es igual a la décima parte de un milimicrón; un milimicrón es la milésima de un micrón, y un micrón es una milésima de milímetro. Resulta así que un angstrom es la cienmillonésima parte de un centímetro:

$$1\ \text{Å} = 10^{-8}\ \text{cm}.$$

Luz de longitud de onda de 8 000 angstrom produce la sensación de color rojo oscuro, y de 6 500 angstrom la del rojo claro. Para 4 000 angstrom la sensación de color es la del violeta (fig. 483).

En el cuadro siguiente se comparan las ondas sonoras con las ondas luminosas:

SONIDO	LUZ
ONDAS LONGITUDINALES	ONDAS TRANSVERSALES
Se propagan en el aire y en cualquier medio elástico. Longitudes de onda en el aire comprendidas entre 20 metros y 20 milímetros.	Se propagan en el vacío y en cualquier medio transparente. Longitudes de onda en el vacío (o en el aire), comprendidas entre 8 000 Å y 4 000 Å.
Velocidad = 340 m/seg (en el aire).	Velocidad = 300 000 Km/seg (en el vacío).

PROBLEMAS

1. *Hallar la velocidad de la luz en el interior de un vidrio de índice de refracción igual a 1,5.*

$$V = \frac{c}{n} = \frac{300\,000}{1{,}5} = 200\,000\ \text{Km/seg.}$$

2. *Se han medido los siguientes ángulos de incidencia y refracción para el agua con un círculo dividido sólo en grados, en que los minutos se aprecian a ojo, obteniéndose los valores del cuadro siguiente:*

r	i	log sen i	long sen r	log n	n
10°	13° 30'	9,3682	9,2397	0,1285	**1,344**
20°	27°				
30°	42°				
40°	59°				
45°	70°30'				

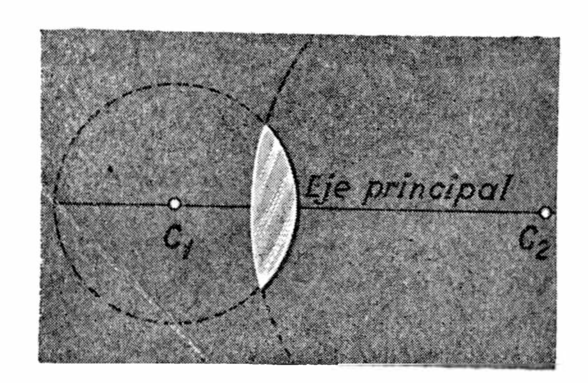
Complétese este cuadro y hállese el valor medio de n, que debe resultar igual a 1,335. La columna log n se obtiene por diferencia:

$$\log n = \log \text{sen } i - \log \text{sen } r.$$

CAPÍTULO XXII

LENTES. INSTRUMENTOS DE ÓPTICA. DISPERSIÓN DE LA LUZ

282. Definiciones. — Un medio refringente limitado por caras esféricas constituye una lente. Una de las caras puede ser plana. Una cara plana puede considerarse como un casquete esférico de radio infinito.



Fi 484. — Lente.

Un plano que corte a la lente pasando por los centros de curvatura de las caras determina una sección principal. En la figura 484 se ha representado la sección principal de una lente biconvexa siendo C_1 y C_2 los centros de las esferas a las cuales pertenecen las superficies de la lente. Eje principal de una lente es la recta que une los centros de curvatura de la misma. El espesor de una lente es el segmento de eje principal compren-

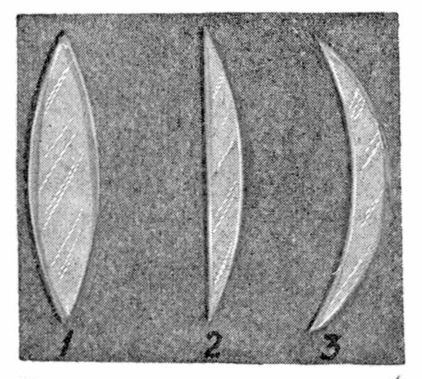


Fig. 485. — Lentes convergentes.

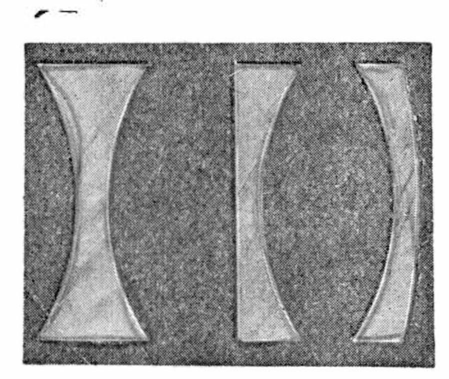


Fig. 486. — Lentes divergentes.

dido entre las caras. Decir que una *lente es delgada* significa que el espesor es pequeño en comparación con cualquiera de los radios

de curvatura de las caras. Las lentes se clasifican en convergentes (fig. 485) y divergentes (fig. 486). Las convergentes son más gruesas en el centro que en los bordes, las divergentes al contrario.

Las lentes convergentes pueden ser biconvexas (1), plano-convexas (2) y menisco convergentes (3).

Las divergentes: bicóncavas, plano-cóncavas y menisco divergentes.

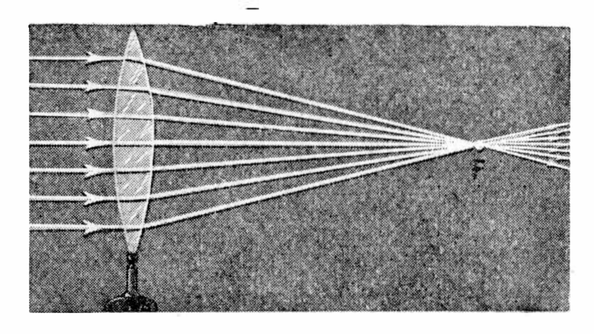


Fig. 487. — Foco principal real.

Foco principal. — Al incidir sobre una lente convergente un haz de rayos paralelos al eje principal se observa (fig. 487) que después de atravesar la lente se cortan en un punto *F* del eje llamado foco principal.

Si la lente es divergente (fig. 488) el foco principal de la misma es virtual y se encuentra en el punto de intersección de las prolongaciones de los rayos emergentes que provenían de rayos incidentes paralelos al eje principal. Claro está que una lente tiene dos focos según que la luz vaya en uno u otro sentido (fig. 489).

Centro óptico. — En todas las lentes delgadas existe un punto si-

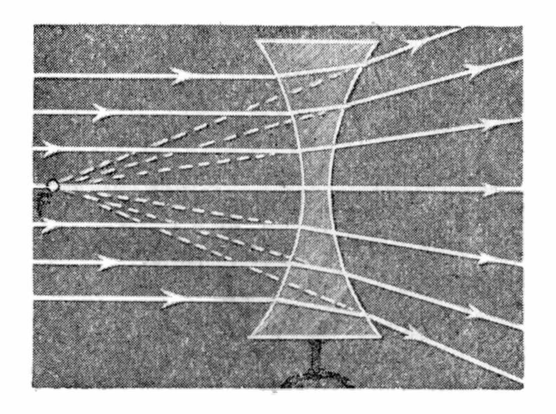


Fig. 488. — Foco principal virtual.

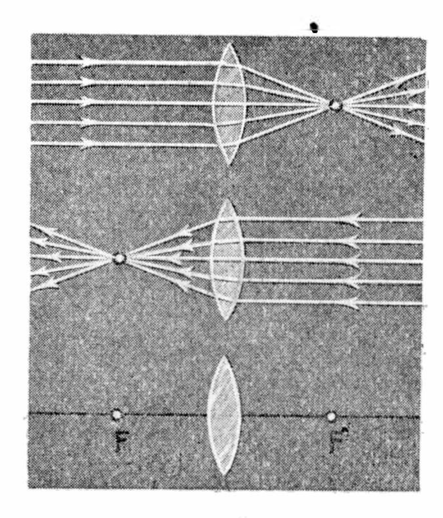


Fig. 489.—Los dos focos de una lente.

tuado sobre el eje principal que tiene la propiedad de que los rayos de luz que pasan por él atraviesan la lente sin desviarse. Este punto se llama centro óptico de la lente.

En lentes biconvexas o bicóncavas de caras de igual curvatura, el centro óptico se encuentra en el punto central de la lente.

En las plano-cóncavas o plano-convexas se encuentra en la intersección del eje principal con la cara curva (fig. 490). Se determina la posición del centro óptico del modo siguiente. Desde el centro C_1 de una de las caras (fig. 491) se traza un radio cualquiera C_1I_1 y desde C_2 otro radio C_2I_2 paralelo al anterior. La intersección

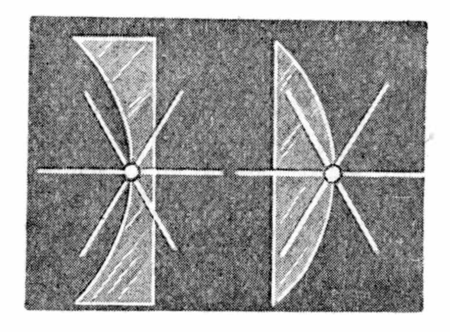


Fig. 490. — Centro óptico.

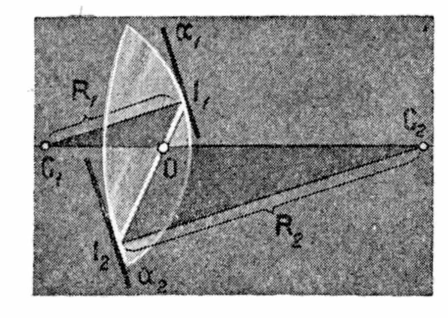


Fig. 491. — Centro óptico O.

de la recta I_1I_2 con el eje principal determina el punto O que es el centro óptico.

Para comprender el porqué de esta construcción geométrica tracemos por I_1 e I_2 los planos tangentes a las caras, α_1 y α_2. Estos planos son normales respectivamente a los radios C_1I_1 y C_2I_2 que por construcción eran paralelos. Los planos α_1 y α_2 serán entonces paralelos. Un rayo que en el interior de la lente siga la dirección I_1I_2, para lo cual pasará por el centro óptico, *atravesará un medio de caras paralelas*, por lo cual no se desviará, y como la lente es delgada, no se desplazará (277).

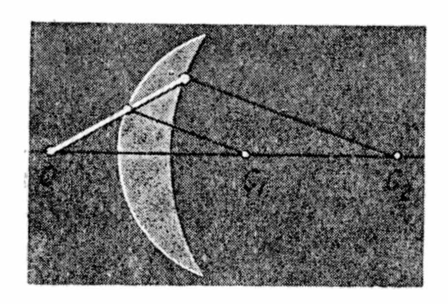


Fig. 492. — Centro óptico O.

Falta probar aún que se obtiene el mismo punto O cualquiera sea el radio C_1I_1 elegido. Se ve en la figura que los triángulos sombreados son semejantes, por lo cual siendo R_1 y R_2 los radios de curvatura de ambas caras se tiene:

$$\frac{OC_1}{OC_2} = \frac{R_1}{R_2},$$

relación que determina la posición del punto O. En la figura 492 se ha determinado el centro óptico de una lente menisco convergente. La construcción anterior no puede efectuarse en una lente plano convexa o plano cóncava, pero en ellas se ve que todo rayo que pasa por la intersección de la cara curva con el eje principal atraviesa un medio de caras paralelas (fig. 490).

283. Marcha de los rayos en el interior de una lente. — Sea el rayo R que incide en el punto I (fig. 493). Tracemos en I el plano α tangente a la cara de la lente, que será perpendicular al radio C_2I. Este radio determina la normal N en el punto de incidencia. En el interior de la lente el rayo se acercará a la normal e incidirá sobre el punto E de la otra cara. C_1E determina la normal N' en ese punto. El plano β tangente en E a la otra cara de la lente forma con el plano α un cierto ángulo A. El rayo R se ha desviado como si hubiera atravesado un prisma cuyas caras son los planos α y β. Como en un prisma los rayos se desvían acercándose hacia la base se comprende porqué una lente más gruesa en el centro que en los bordes es convergente. Esta lente puede considerarse como una sucesión de prismas de ángulo refringente variable (fig. 494) cuyas bases están dirigidas hacia el eje principal.

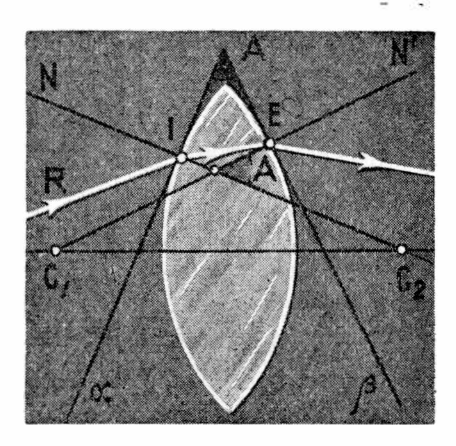
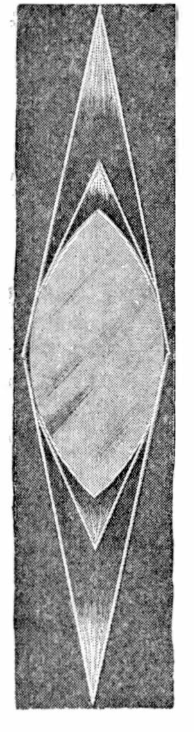
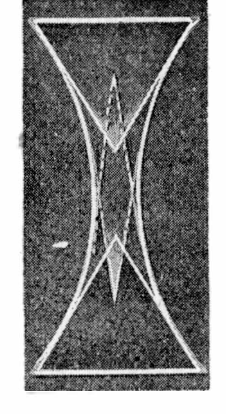


Fig. 493. — Como en el prisma.

En cambio en las lentes divergentes ocurre lo contrario (fig. 495).


Fig. 494.

284. Formación de imágenes. — Sea la lente convergente (fig. 496) de centro óptico O cuyos focos son F y F'. Ambos focos equidistan siempre del centro óptico. Para hallar la imagen de un punto A de un objeto AB procedemos así: trazamos desde A un rayo paralelo al eje principal que pasará por el foco F' después de atravesar la lente; luego consideramos un rayo que salga de A y pase por el centro óptico (*eje secundario*). Este rayo no se desviará; la intersección de los rayos que atravesaron la lente se produce en el punto A', imagen real del punto A.


Fig. 495.

Si el objeto (fig. 497) se encuentra entre el foco y la lente la imagen es virtual. En las lentes divergentes las imágenes son siempre virtuales (fig. 498).

285. Fórmula de los focos conjugados. — Se demuestra que para las lentes (fig. 499) vale la misma fórmula que para los espejos esféricos:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f},$$

siendo x la distancia del objeto a la lente, y lo que dista de ésta la imagen y f la distancia focal. Estas distancias deben referirse al centro óptico.

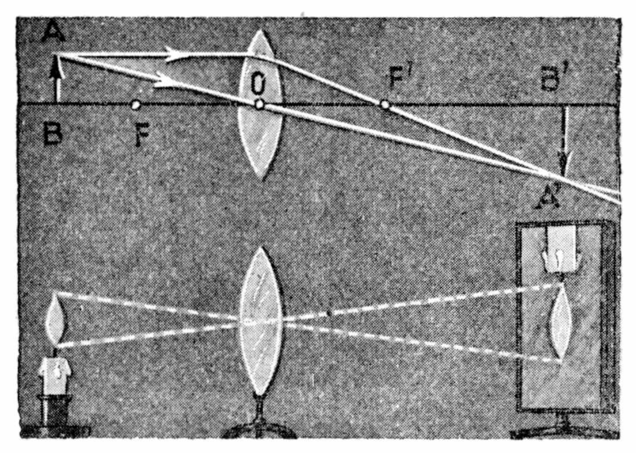


Fig. 496. — Imagen real.

En cuanto a la distancia focal, ella depende en las lentes, del índice de refracción n y de los radios de curvatura de las caras. Si estos radios son R_1 y R_2 vale la fórmula siguiente:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

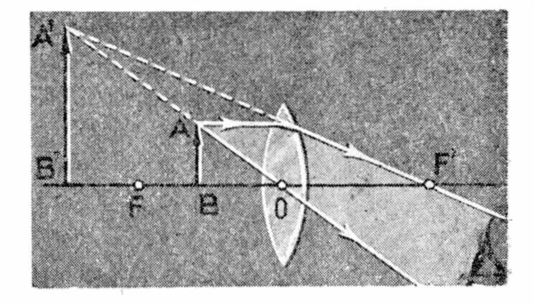


Fig. 497. — Imagen virtual.

EJEMPLO: Sea una lente de vidrio de índice de refracción 1,5. La lente es biconvexa y los radios de curvatura son iguales:

$$R_1=R_2=R.$$

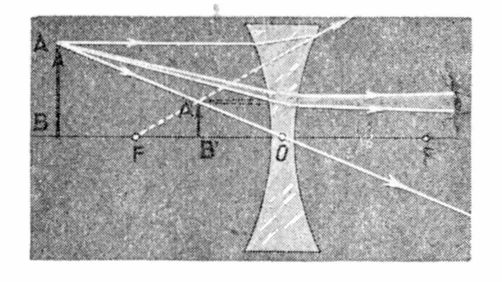


Fig. 498. — Lente divergente: imagen virtual.

Resulta entonces:

$$\frac{1}{f}=0,5\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)=0,5\cdot\frac{2}{R}=\frac{1}{R};$$

$$f=R.$$

En esa lente los focos coinciden con los centros de curvatura. Lo mismo ocurre si la lente es bicóncava.

En las lentes plano-cóncavas o plano-convexas uno de los radios es infinito y si el radio de la cara curva es R se tiene para ellas:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R}.$$

En las lentes menisco convergentes o menisco divergentes debe tomarse la diferencia entre los valores de $1/R_1$ y $1/R_2$.

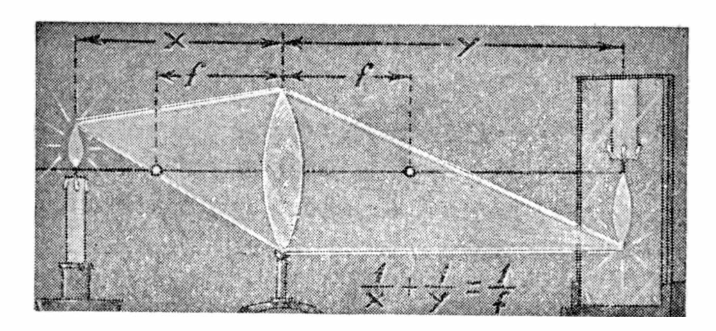


Fig. 499. — Fórmula de las lentes.

* 286. **Demostración.** — Si la lente es delgada puede reemplazarse por un plano que pase por el centro óptico (fig. 500) y perpendicular al eje principal. Sea un punto P situado sobre el eje principal a la distancia x del centro óptico. Consideremos un rayo PI que al salir de la lente lo hace en la dirección IP' y llamemos y a la distancia OP'. Se ve en la figura que el ángulo δ exterior del triángulo PIP' es:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2.$$

Además, *la porción de prisma atravesada* por el rayo en I tiene un ángulo refringente A igual al ángulo de las normales a las caras

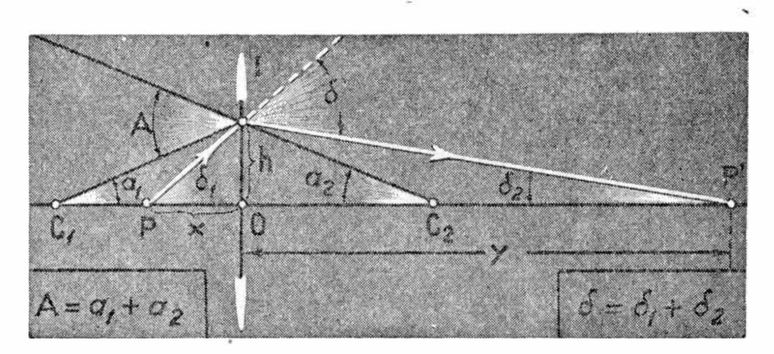


Fig. 500. — Fórmula de las lentes.

en I o sea el ángulo A es igual al formado por los radios C_1I y C_2I. Podemos aplicar la fórmula del párrafo 279, de donde:

$$\delta_1 + \delta_2 = (n-1)\,A;$$

pero se ve en la figura que el ángulo A es exterior del triángulo C_1IC_2, por lo cual:

$$A = a_1 + a_2;$$

de donde:

$$\delta_1 + \delta_2 = (n - 1)\,(a_1 + a_2).$$

Llamando h a la distancia OI se tiene:

$$\operatorname{tg}\,\delta_1 = \frac{h}{x}; \quad \operatorname{tg}\,\delta_2 = \frac{h}{y}; \quad \operatorname{tg}\,a_1 = \frac{h}{R_1}; \quad \operatorname{tg}\,a_2 = \frac{h}{R_2},$$

siendo $R_1 = C_1O$ y $R_2 = C_2O$ los radios de curvatura de las caras, pues estamos considerando lentes delgadas. Si los ángulos que preceden son pequeños pueden sustituirse las tangentes por los ángulos resultando así:

$$\frac{h}{x} + \frac{h}{y} = (n - 1)\left(\frac{h}{R_1} + \frac{h}{R_2}\right);$$

que dividiendo por h da la fórmula:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

El hecho de eliminarse h significa que todos los rayos que salen de un punto P se encuentran luego de atravesar la lente en un punto P', conjugado de P.

Si x es infinito los rayos que salen de P son paralelos al eje principal y entonces el valor de y no es otro que la distancia focal:

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Observemos que la fórmula es válida únicamente para ángulos pequeños, o sea para rayos que se llaman centrales. Sólo en estas condiciones a un punto objeto corresponde un único punto imagen.

287. Convergencia. Lentes adosadas. — Se llama convergencia de una lente al valor inverso de su distancia focal f:

$$c = 1/f.$$

Si la distancia focal se mide en metros la convergencia queda expresada en *dioptrías*. Siendo la distancia focal de 1 m, la convergencia es de una dioptría; si $f = 2$ m, la convergencia es de 1/2 dioptría, etc. Si una lente divergente tiene una distancia focal de 1 m, su convergencia es *negativa* e igual a una dioptría.

Si se tienen dos lentes delgadas adosadas (fig. 501) se comportan como una única lente cuya convergencia es igual a la suma algebraica de las convergencias de cada una de las lentes:

$$C = C_1 + C_2.$$

Se puede aprovechar esta relación para medir la distancia focal de una lente divergente.

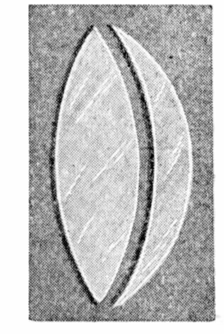


Fig. 501.

EJEMPLO: Sea la lente convergente 1 (fig. 502) que estando el objeto a 40 cm da una imagen del mismo también a 40 cm. En este caso, de la fórmula:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f},$$

Fig. 502. — Lente de 5 dioptrías.

sacamos, por ser $x = y$:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f}; \qquad \frac{2}{x} = \frac{1}{f}; \qquad f = \frac{x}{2} = 20 \text{ cm}.$$

La lente tiene una convergencia C_1 igual a:

$$C_1 = \frac{1}{0{,}20 \text{ m}} = 5 \text{ dioptrías}.$$

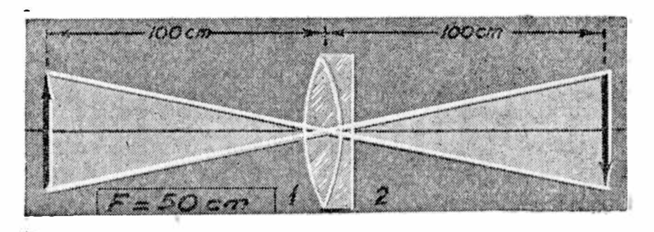


Fig. 503. — Superposición de lentes.

Le adosamos la lente 2 (figura 503) y obtenemos: $x = y = 100$ centímetros.

$$F = \frac{x}{2} = 50 \text{ cm}.$$

La convergencia del sistema es:

$$C = \frac{1}{0{,}50\ \text{m}} = 2 \text{ dioptrías.}$$

Debe ser:

$$C = C_1 + C_2; \qquad 2 = 5 + C_2.$$

$$C_2 = 2 - 5 = -3 \text{ dioptrías.}$$

La distancia focal de esta lente divergente es:

$$f_2 = \frac{1}{C_2} = -\frac{1}{3}\ \text{m} = -33 \text{ cm.}$$

Defectos de las lentes. — Cuando los rayos no son centrales, la imagen dada por una lente no es nítida, produciéndose además deformaciones. Por otra parte, como veremos más adelante, la luz blanca es una superposición de luces de diversos colores que tienen diferente índice de refracción. De aquí resulta que los contornos de la imagen de un objeto iluminado con luz blanca aparecen coloreados perdiendo nitidez. Acoplando lentes de diferentes clases de vidrio y de curvaturas distintas se consigue evitar, en parte, los defectos anteriores, que se designan con los nombres de aberración de esfericidad y aberración cromática.

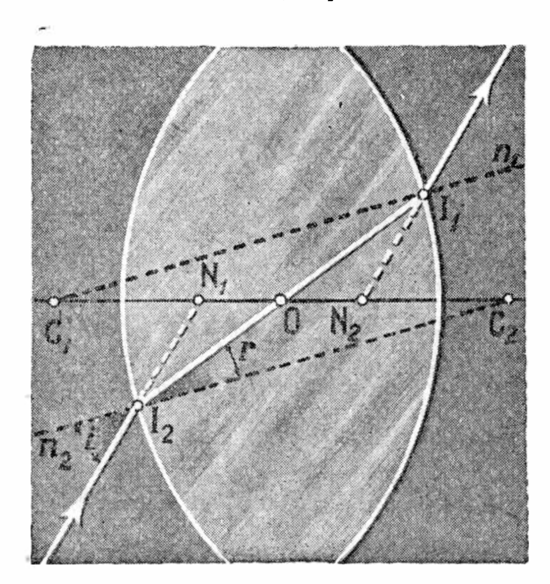


Fig. 504. — Lente gruesa.

* 288. **Lentes gruesas.** — Hagamos (fig. 504) la misma construcción que hicimos para determinar el centro óptico en las lentes delgadas. Determinamos así la recta I_1I_2 que corta al eje principal en el centro óptico O. Para que el rayo luminoso siga, en el interior de la lente, el camino

I_2OI_1 debe incidir en el punto I_2 de tal modo que forme con la normal n_2 un ángulo de incidencia i tal que

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n.$$

Por la construcción hecha queda determinado el ángulo r. Conociendo el índice de refracción de la lente puede determinarse el ángulo i. Una vez hecho esto prolongamos el rayo incidente hasta que corte al eje principal en un punto N_1. El rayo emergente determina el punto N_2.

Estos puntos N_1 y N_2 reciben el nombre de *puntos nodales*.

Cualquier rayo (que no forme un ángulo muy grande con el eje principal) *que al incidir sobre la lente se dirige hacia el punto nodal correspondiente* N_1, *emerge siguiendo la misma dirección y de tal modo que su prolongación pasa por el otro punto nodal* N_2.

En lo que precede hemos supuesto que el medio en que se propagan los rayos incidentes, es el mismo medio refringente en que se propagan los rayos emergentes. Éste es el caso de una lente de vidrio situada en el aire. Otra cosa sería si una de las caras de la lente estuviera en el aire y la otra en el agua u otro medio.

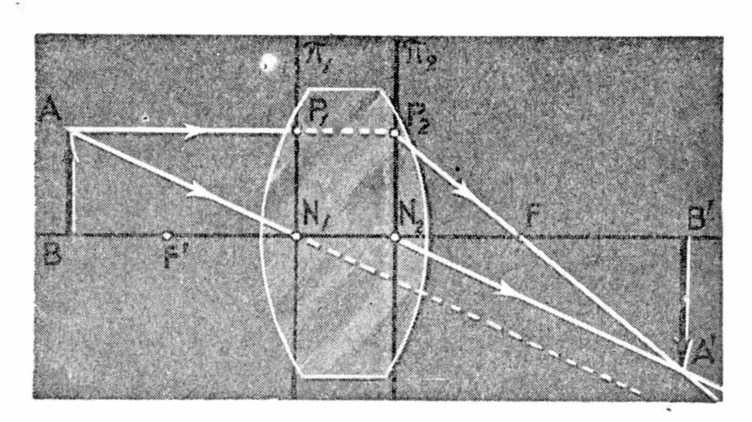


Fig. 505. — Formación de la imagen en una lente gruesa.

Formación de imágenes. — Siendo N_1 y N_2 los puntos nodales de una lente, trazamos por ellos los planos π_1 y π_2, perpendiculares al eje principal (figura 505). Éstos son los planos principales. Si se trata de hallar la imagen del punto A, consideramos un rayo que sale de A paralelo al eje principal. Este rayo incidente prolongado, corta a los planos principales en los puntos P_1 y P_2. Se puede demostrar que el rayo emergente correspondiente a este rayo, pasa por el foco F como si partiera de P_2. Además, al rayo AN_1 corresponde un rayo emergente (N_2A') paralelo al incidente y cuya prolongación pasa por N_2. La intersección de estos rayos da la imagen A' del punto A.

EL OJO Y LOS INSTRUMENTOS ÓPTICOS

289. El ojo desde el punto de vista óptico y la cámara fotográfica. — Una cámara fotográfica (fig. 506) consta de una lente

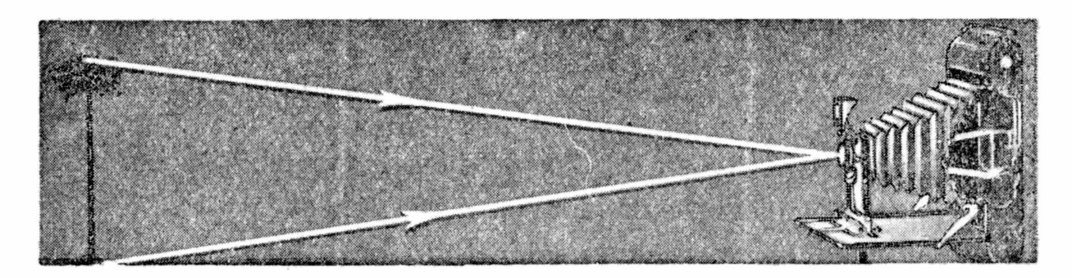


Fig. 506. — Máquina fotográfica.

(objetivo) que produce del objeto a fotografiar una imagen sobre una placa sensible a la luz. Para que esta imagen sea nítida la lente se acerca o se aleja de la placa según que el objeto esté distante o cercano. Para fotografiar objetos muy lejanos la máquina se "*enfoca al infinito*" coincidiendo entonces el plano focal del objetivo con el plano de la placa. Delante del objetivo se encuentra un diafragma (fig. 507) que puede abrirse o cerrarse a voluntad. Con este diafragma se regula la cantidad de luz que llega a la placa, disminuyendo su diámetro si el objeto es muy luminoso.

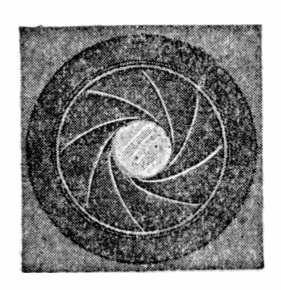


Fig. 507. — Diafragma.

El sistema óptico del ojo es enteramente análogo. La luz que atraviesa la córnea (fig. 508) pasa a través de la pupila que hace las veces de diafragma, variando el diámetro de la misma en virtud de un acto reflejo, de acuerdo a la luz que recibe el ojo (fig. 509). El humor acuoso, el cristalino y el humor vítreo forman un sistema óptico que hace que la imagen de determinado objeto se produzca sobre la *retina*. Esta membrana es una especie de prolongación del nervio óptico, el cual transmite al cerebro las sensaciones luminosas. La parte más sensible de la retina se encuentra en la llamada mancha amarilla, sobre el eje óptico del

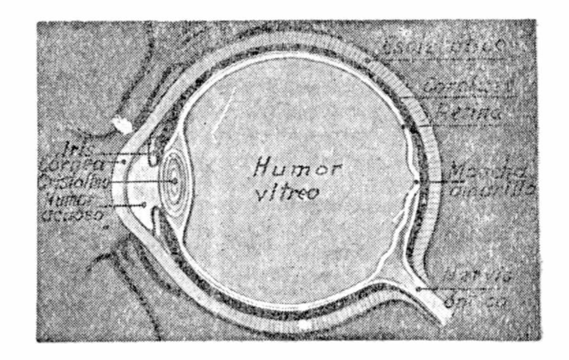


Fig. 508. — Corte esquemático del ojo.

ojo. En el ojo normal, llamado emétrope, las imágenes de los objetos lejanos se producen nítidamente sobre la retina sin que para ello el ojo deba efectuar esfuerzo alguno. El ojo se halla entonces *enfocado o acomodado al infinito.* Dadas las reducidas dimensiones del ojo, un objeto situado a más de 15 metros del observador puede considerarse en el infinito. Esto significa que si se ve nítidamente una estrella, también se puede ver nítidamente al mismo tiempo un objeto situado a 15 ó 20 m de distancia.

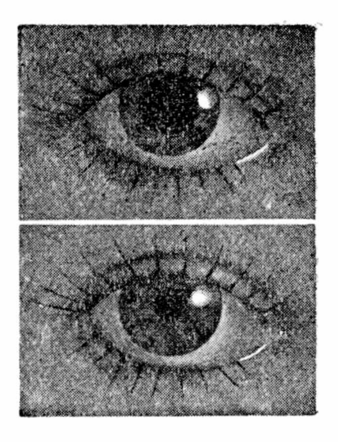


Fig. 509. — La pupila varía de diámetro.

Para distancias menores el ojo debe ser acomodado. En las máquinas fotográficas ya vimos que esta acomodación se realiza separando el objetivo de la placa. *En el ojo, varía, en el proceso de acomodación, la curvatura del cristalino, haciéndose más convergente cuando el objeto se acerca.*

Si la distancia es menor de unos 20 centímetros ya la acomodación del ojo es dificultosa. Esa distancia de 20 centímetros sería *la distancia mínima de visión nítida.* Esta distancia mínima de visión neta varía de una a otra persona oscilando entre 10 y 30 centímetros.

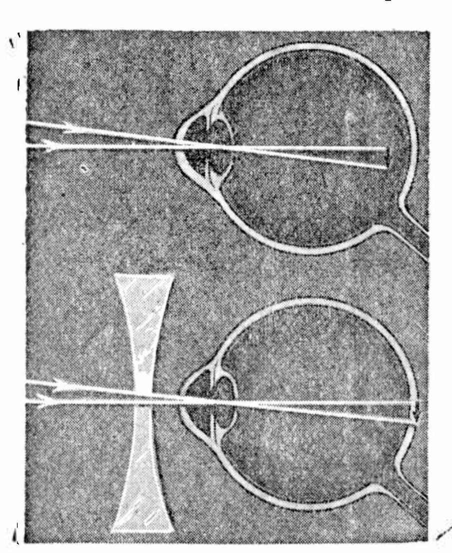


Fig. 510. — La miopía se corrige con lentes divergentes.

Ojo miope e hipermétrope. — En el ojo miope la imagen de un objeto lejano se produce antes de la retina (fig. 510). El sistema óptico del ojo es demasiado convergente. Se corrige este defecto, entonces, con una lente divergente.

En el ojo hipermétrope, sucede lo contrario (fig. 511); la imagen se produciría nítida detrás de la retina por ser el sistema óptico del ojo poco convergente. Se corrige este defecto con una lente convergente.

Astigmatismo. — Este defecto es de lo más común; el 90 % de las personas tienen astigmatismo en mayor o menor grado. En un ojo astigmático la convergencia óptica del mismo es variable en los distintos planos meridianos. Sea por ejemplo el ojo de la figura

512 emétrope o normal en el plano vertical *ee*, e hipermétrope en el plano horizontal *hh*. De una cruz lejana *VH*, se formará en este ojo, nítidamente sobre la retina, la imagen del travesaño vertical y

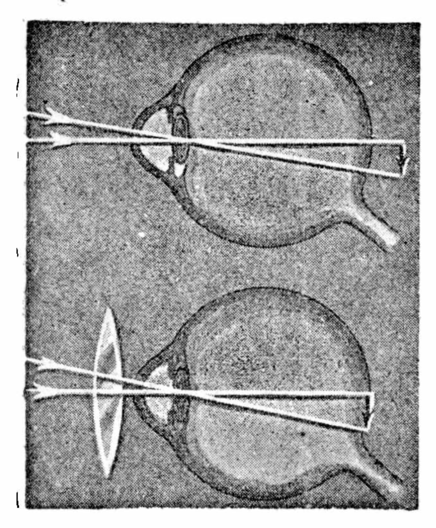


Fig. 511. — La hipermetropía se corrige con lentes convergentes.

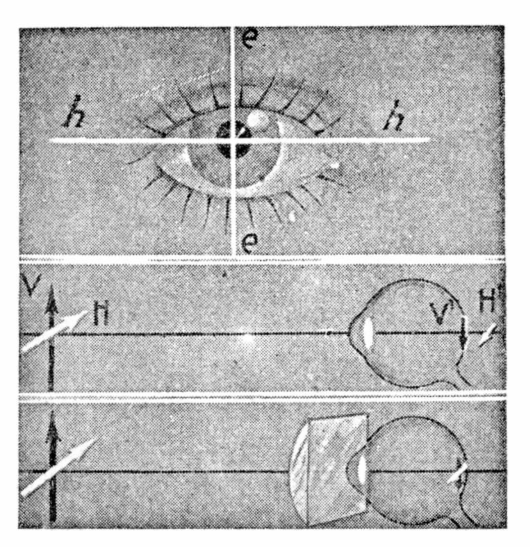


Fig. 512. — El astigmatismo se corrige con lentes cilíndricas.

detrás de la retina la imagen del travesaño horizontal. Se corrige este defecto con una lente cilindrica convergente de eje horizontal. Si el ojo es emétrope en el plano vertical y miope en el horizontal *mm* (fig. 513) se corregirá el defecto con una lente cilíndrica divergente de eje horizontal.

Además del *astigmatismo recto de los ejemplos* anteriores existe el astigmatismo oblicuo (fig. 514), que se corrige girando convenientemente el eje de la lente cilíndrica.

Fig. 513. — Astigmatismo.

Si el ojo es miope y astigmático se corrige por la superposición de dos lentes: una esférica y otra cilíndrica. Para esto basta un solo cristal en que una de las caras se talla en forma cilíndrica y la otra en forma esférica. Lo mismo cabe decir con respecto a un ojo hipermétrope y astigmático. El astigmatismo se debe a la variación de los radios de curvatura de la córnea en los distintos planos meridianos del ojo.

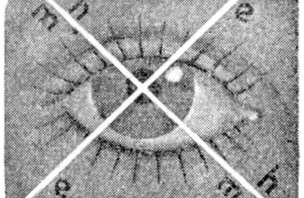


Fig. 514. — Astigmatismo oblicuo.

Presbicia. — Con la edad, las partes del ojo pierden la facultad de acomodación. Un ojo présbite se parecería a una máquina fotográfica que ha quedado trabada, enfocada al infinito. Con ella se podrían sacar fotografías sólo de objetos lejanos. Para fotografiar objetos cercanos, si no es posible destrabar la máquina, habría que agregar frente al objetivo una lente de convergencia apropiada según la distancia del objeto. Por esta razón los présbites necesitan lentes convergentes para leer.

Puede una persona miope convertirse en présbite; en ese caso usará lentes divergentes para la observación de objetos lejanos y convergentes para mirar de cerca.

Daltonismo. — El gran químico inglés DALTON solía presentarse en el laboratorio con una media roja y otra verde. Su ayudante le advirtió de lo que creyó era una simple distracción de sabio. Pero Dalton afirmaba que ambas medias eran del mismo color. Se ha dado por esta circunstancia el nombre de daltonismo al defecto que consiste en no distinguir el rojo del verde. En realidad los que padecen de ese defecto aprecian como del mismo color el rojo, el anaranjado, el amarillo y el verde. Sería muy peligroso que un maquinista de trenes padeciera de daltonismo.

290. Poder separador del ojo. — Si nos alejamos de una regla graduada en milímetros, a una distancia de unos tres metros de la regla se deja de percibir la separación entre las divisiones *.

Un milímetro, a la distancia de 3 m se ve bajo un ángulo algo mayor de 1'. Por esto se dice que el poder separador del ojo es de 1.'

A la distancia de 1 500 m el ojo no puede separar dos objetos distantes en menos de 50 cm.

El poder separador del ojo depende fundamentalmente del diámetro de la pupila; cuanto más dilatada está ésta, mayor es el poder separador. Mirando a través de un orificio hecho sobre una tarjeta con un alfiler (fig. 515), cualquiera puede comprobar que el poder separador del ojo disminuye. Si el orificio es de 1 mm de diámetro, a través de él no pueden verse separados puntos que disten angularmente en menos de 4'.

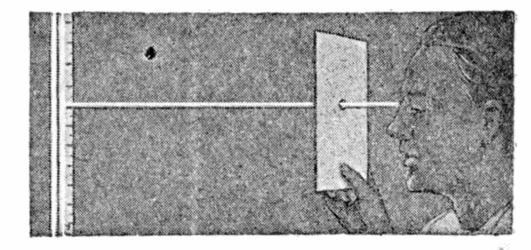


Fig. 515. — El poder separador depende del diámetro de la pupila.

* Esto sin tomar en cuenta el espesor de las líneas; mejor sería dibujar líneas de un milímetro de espesor, separadas por una distancia de un milímetro entre borde y borde.

Se entiende por *agudeza visual V* al valor inverso del ángulo mínimo bajo el cual se ven separados dos puntos luminosos:

$$V = \frac{1}{\alpha}.$$

Si α se mide en minutos de ángulo, la agudeza visual es igual a la unidad para $\alpha = 1'$.

La teoría ondulatoria de la luz explica este límite en el poder separador del ojo. La imagen de un "punto" luminoso es, de acuerdo a la teoría, no otro punto, sino un pequeño círculo brillante. Dos puntos luminosos próximos, y como tales pueden considerarse dos estrellas separadas por pequeña distancia angular, dan origen en la retina, a dos pequeños círculos brillantes. Si las superficies de estos círculos se superponen, no podrán verse los puntos separados.

Si α es el ángulo que mide el poder separador, siendo λ la longitud de onda, D el diámetro de la pupila y n el índice de refracción del humor vítreo, se tiene, de acuerdo a la teoría ondulatoria de la luz:

$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = 1{,}22 \frac{\lambda}{nD}.$$

Para $D = 4$ mm, tomando $\lambda = 0{,}0006$ mm (luz amarilla para la cual el ojo tiene el máximo de sensibilidad), y siendo $n = 4/3$, resulta:

$$\alpha = 56'' \simeq 1'.$$

Se ve, de acuerdo a esto, que en lo que al poder separador del ojo se refiere, el papel desempeñado por la distribución en la retina de las células sensibles a la luz, es secundario; contrariamente a la opinión sustentada al respecto por algunos biólogos. En una máquina fotográfica, el poder separador de la misma depende de la abertura del diafragma. La diferencia, a este respecto, entre la cámara fotográfica y el ojo, consiste en que en el interior de aquélla hay aire, en tanto que en el interior del ojo se encuentra el humor vítreo. Si se quiere que en una fotografía aparezcan muchos detalles (gran poder separador), conviene abrir el diafragma al máximo, debiendo entonces reducir el tiempo de exposición. La fórmula que da el poder separador del ojo se aplica igualmente a otros instrumentos ópticos: cámara fotográfica y telescopios.

Percepción del relieve. — Las dos imágenes que de un mismo objeto da cada uno de los dos ojos son diferentes (fig. 516). Debido a esto percibimos los objetos con relieve. Si se toman de un mismo objeto dos fotografías con dos máquinas fotográficas cuyos objetivos disten entre sí como un ojo del otro, observando aquellas fotografías con un aparato especial, llamado estereoscopio, se percibe una única imagen en relieve. Para esto el ojo derecho debe observar la fotografía tomada por el objetivo de la derecha y el ojo izquierdo por el objetivo de la izquierda.

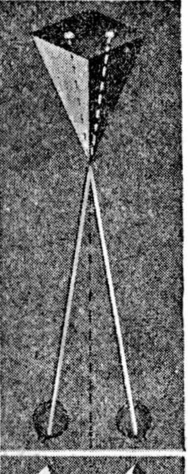




Fig. 516. Visión binocular.

291. Lupa o lente de aumento. — Si se coloca un objeto AB entre el foco y la lente (fig. 517), la imagen virtual $A'B'$ es mayor.

Si el objeto AB se observa a simple vista, se le verá bajo un ángulo α cuando esté colocado del ojo a la distancia mínima d de visión neta. A simple vista no es posible verlo bajo un ángulo mayor, pues si se le acercara más al ojo, éste no podría acomodarse.

Observando el objeto con una lupa, supongamos que se le ve bajo un ángulo β. El aumento de la lupa es entonces:

$$a = \frac{\beta}{\alpha}.$$

EJEMPLO: Un objeto colocado a la distancia de 20 cm del ojo, que para el observador considerado es la distancia mínima de visión nítida, se ve bajo un ángulo de 1'. Con una lupa se ve el mismo objeto bajo un ángulo de 4'. El aumento es igual a 4. El diámetro resulta amplificado cuatro veces; la superficie diez y seis veces.

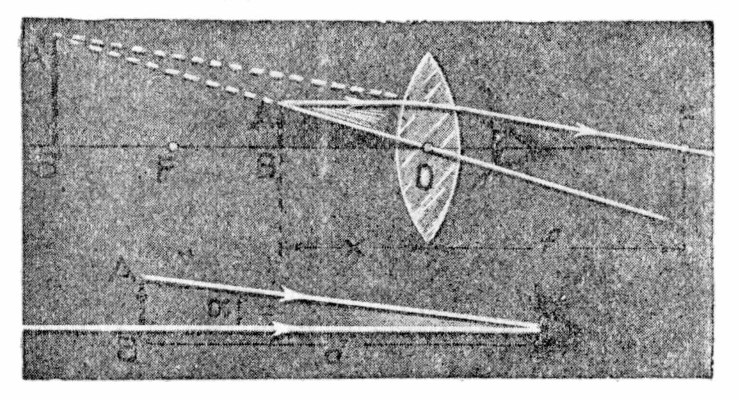


Fig. 517. — Lupa. Aumento.

*** Cálculo del aumento.** — Si el objeto se encuentra a la distancia x de la lente, y suponemos que el ojo del observador está aplicado a la misma,

que es el caso más ventajoso, considerando al ojo en el centro óptico de la lente distará del objeto en x y lo verá bajo el ángulo β:

$$\beta = \sphericalangle AOB = \sphericalangle A'OB'.$$

El ángulo bajo el cual se ve un objeto, llamado diámetro aparente, está en razón inversa de su distancia, por lo cual,

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{d}{x}.$$

Ésta es la fórmula general del aumento. Sea f la distancia focal de la lente; variemos x hasta que la imagen $A'B'$ se forme a una distancia y igual a la distancia mínima de visión neta. La fórmula de las lentes

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{f},$$

se convierte en:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}.$$

El signo menos corresponde al caso de la imagen virtual. Resulta entonces para el valor de x que hace que la imagen se produzca a la distancia mínima d:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d};$$

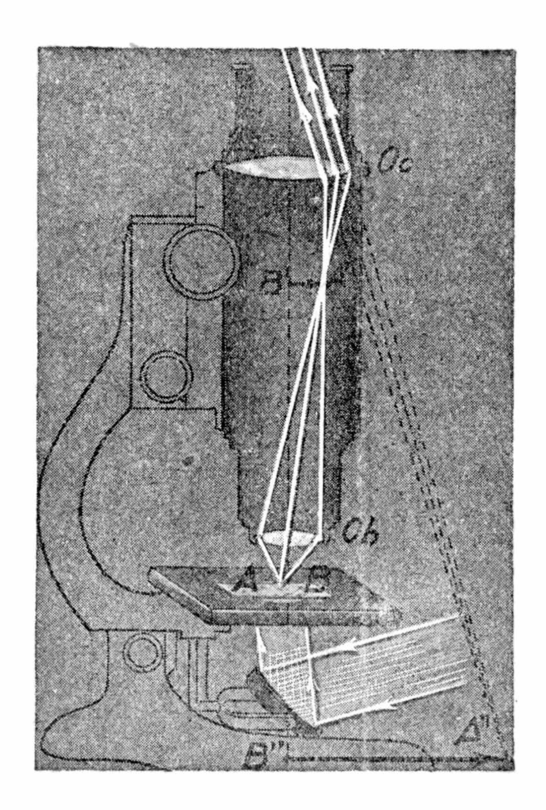


Fig. 518. — Microscopio.

y el aumento será

$$a = d\frac{1}{x} = d\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{d}\right) = \frac{d}{f} + 1,$$

o lo que es lo mismo

$$a = \frac{d + f}{f}.$$

Éste es el *aumento óptimo*. Si $f = 5$ cm, y $d = 25$ cm, $a = 6$.

292. **Microscopio.** — El objetivo *Ob* (fig. 518), da del objeto iluminado por la luz que refleja un espejo apropiado una imagen real, invertida y amplificada en *A'B'*. El ocular *Oc*, o lupa, da de *A'B'* una imagen virtual en *A"B"*. El objeto debe distar del objetivo en algo más que la distancia focal de éste y la imagen *A'B'* debe caer entre el ocular y el foco del mismo.

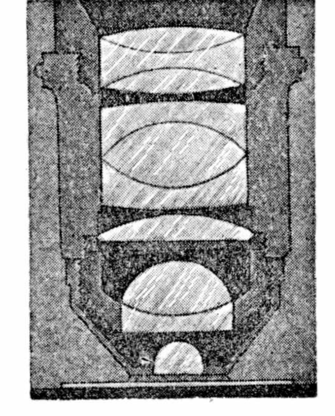


Fig. 519. — Objetivo.

En realidad, en los buenos microscopios, tanto el objetivo como el ocular están formados por combinaciones de lentes (287). (Fig. 519).

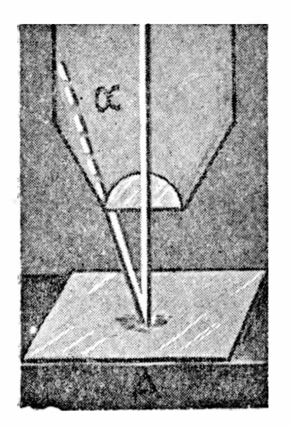


Fig. 520. — Abertura.

Poder separador de un microscopio. — En el eje óptico del microscopio (fig. 520) se encuentra el objeto a observarse. Sea α el ángulo formado por este eje y los rayos útiles que inciden sobre el borde del objetivo. Se llama abertura numérica del objetivo al duplo del seno del ángulo α:

$$a = 2 \text{ sen } \alpha.$$

Se demuestra que la distancia mínima d, a que pueden estar dos puntos para verse separados, es igual a la longitud de onda λ de la luz utilizada sobre la abertura numérica:

$$d = \frac{\lambda}{2 \text{ sen } \alpha}.$$

Objetivos de inmersión. — La abertura numérica que hemos definido corresponde al caso en que la preparación a observarse se encuen-

tre en el aire. Si se coloca entre el objetivo y la preparación una gota de aceite de cedro (índice de refracción 1,51), la abertura numérica es n veces mayor si n es el índice de refracción del medio. La distancia mínima d es entonces:

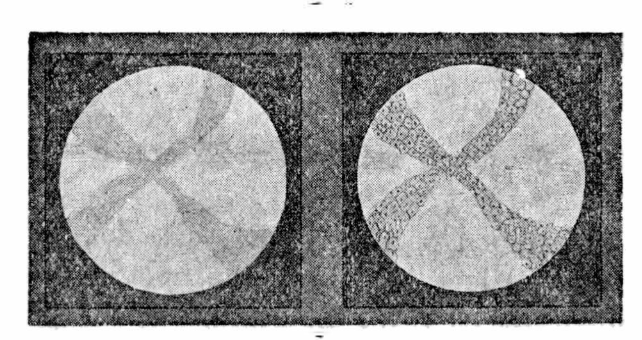


Fig. 521. — Igual aumento y diferente poder separador.

$$d = \frac{\lambda}{2n \text{ sen } \alpha}.$$

Del poder separador de un microscopio dependen los detalles que con él pueden verse. Es absolutamente inútil un microscopio de gran aumento si su poder separador es débil. Si se amplía una fotografía un millón de veces, no aparecerán por ello detalles que no estaban en el original. Claro está, que a mayor poder separador debe emplearse mayor aumento, *hasta lograr ver bajo un ángulo de un minuto por lo menos* (*poder separador del ojo*), *la distancia mínima que separa el instrumento*. La figura 521 muestra una preparación vista con dos microscopios de igual aumento y diferente poder separador.

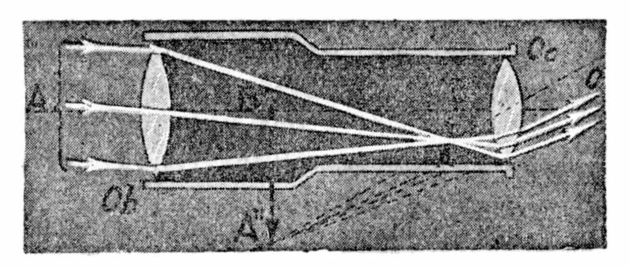


Fig. 522. — Anteojo astronómico.

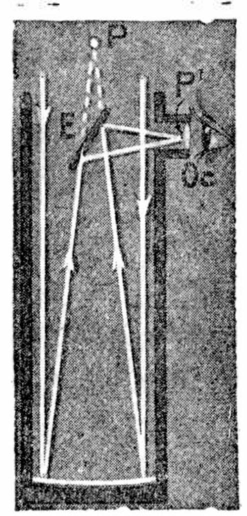


Fig. 523. — Telescopio reflector.

293. Anteojo astronómico. — De un objeto muy lejano (fig. 522), el objetivo *Ob* da una imagen real e invertida en el plano focal del mismo. Esta imagen se observa con una lupa u ocular *Oc*. El anteojo precedente es un *refractor*. En los *reflectores* (fig. 523), el objetivo es un espejo cóncavo esférico (mejor parabólico). La imagen de un astro se formaría en el plano focal *P* del espejo, pero se forma en *P'* frente al ocular *Oc* por la interposición de un pequeño espejo plano *E*, inclinado a 45° con respecto al eje del anteojo. El aumento de un telescopio es igual, como es fácil probar, al cociente entre la distancia focal del objetivo y la distancia focal del ocular.

La potencia de un anteojo astronómico depende fundamentalmente del diámetro del objetivo. *El objetivo constituye la llamada pupila de entrada del instrumento.* Debe procurarse que toda la luz que penetra por la pupila de entrada, penetre luego al ojo del observador. Para esto el diámetro de la llamada *pupila de salida* debe ser menor que el diámetro de la pupila del ojo. La pupila de salida no es más que la *imagen del objetivo dada por el ocular.*

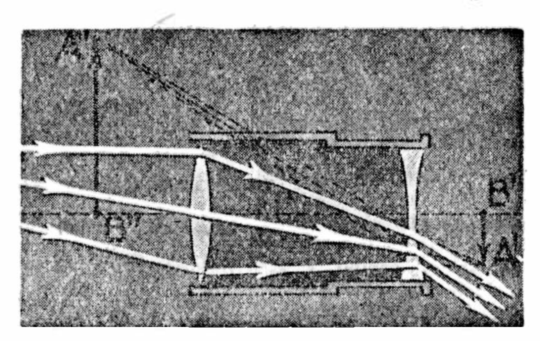


Fig. 524. — Anteojo de Galileo.

Si consideramos que la pupila del ojo tiene 5 mm de diámetro, observando a simple vista una estrella llega a la retina la luz comprendida en un cilindro de base circular de diámetro igual a 5 mm. Observando la misma estrella con un objetivo de diámetro diez veces mayor recibiremos cien veces más de luz, pues la superficie de un círculo es proporcional al cuadrado del diámetro.

El telescopio más grande en uso actualmente tiene un objetivo de 2,50 m de diámetro *.

294. Anteojo terrestre. — Con un anteojo astronómico las imágenes aparecen invertidas, con respecto al objeto. Para evitar esto en los anteojos destinados a usos terrestres, se invierte con una lente la imagen dada por el objetivo.

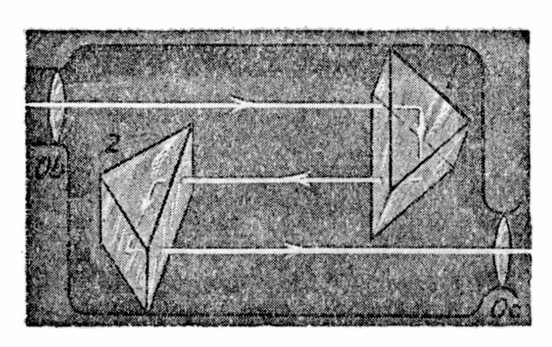


Fig. 525. — Prismático.

El anteojo de Galileo es más simple aún. En él el ocular es una lente divergente que se coloca entre el objetivo y la imagen *A'B'* que éste hubiera dado no estando el ocular (fig. 524).

En los anteojos prismáticos la imagen se invierte haciendo que los rayos se reflejen en las caras de dos prismas de reflexión total (fig. 525), cuyas aristas están dispuestas perpendicularmente. El prisma 1 invierte la imagen en el sentido vertical y el 2 en sentido horizontal, o sea, de derecha a izquierda. La longitud de estos anteojos es pequeña, pues es más o menos la tercera parte de la distancia focal del objetivo.

---

* Para más detalles, consúltese: LOEDEL - DE LUCA, *Cosmografía*. Editorial Estrada.

295. Máquina fotográfica. — Ya nos hemos ocupado en el párrafo 289 de la máquina propiamente dicha. Los objetivos fotográficos están formados en realidad por combinaciones de lentes, para lograr así que el *campo* sea grande y que, a pesar de apartarse, en consecuencia, los rayos luminosos bastante del eje principal, las imágenes no se deformen. La figura 526 representa un objetivo fotográfico; los hay de muchas clases.

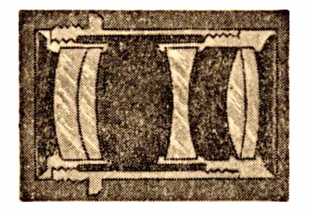


Fig. 526. — Objetivo fotográfico formado por la combinación de cinco lentes, lográndose así aumentar el campo y reducir los errores de cromatismo.

La placa o película sensible está recubierta por una emulsión de bromuro de plata en gelatina. Por la acción de reveladores especiales (hidroquinona, pirogalol, etc.), se logra reducir el bromuro de plata en las partes que han sido atacadas por la luz. Se deposita así, en las partes que han sido iluminadas, una capa opaca de plata finamente pulverizada. A este negativo se le *fija* disolviendo el bromuro de plata no reducido en una solución de "hiposulfito de soda" *, se le lava en agua y se deja secar. De este negativo se sacan luego copias positivas sobre papel sensibilizado por una capa de gelatina con una sal de plata.

Linterna de proyección. Cinematografía. — En la linterna de proyección (fig. 527), se coloca el objeto fuertemente iluminado, a una distancia conveniente del objetivo de la máquina, para que su imagen se produzca nítida sobre una pantalla. Al proyectar sobre ésta, sucesivamente, fotografías instantáneas tomadas sobre un film, de un cuerpo en movimiento, se tiene la reproducción del mismo.

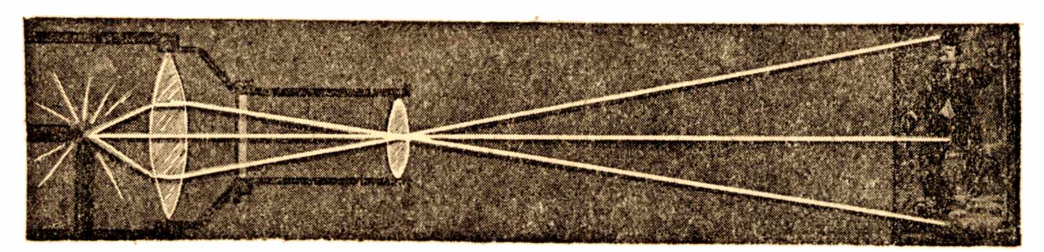


Fig. 527. — Linterna de proyección.

Para esto el número de fotografías tomadas por segundo debe ser superior a diez, pues las imágenes persisten en la retina durante un tiempo que es, aproximadamente, igual a un décimo de segundo. Para que se tenga la sensación del movimiento de un cuerpo, es necesario que al proyectarse sobre la pantalla una imagen, no haya

* El nombre correcto es tiosulfato de sodio.

desaparecido aún la impresión de la imagen anterior. Cada cuadrito del film permanece en reposo, frente al objetivo, durante un brevísimo tiempo y al pasar de ese cuadro al siguiente. un obturador impide que la luz llegue a la pantalla. Esto debe ser así, tanto al tomar el film como al proyectarlo.

La persistencia de las imágenes en la retina se prueba de infinidad de modos; uno de ellos es hacer girar rápidamente en una pieza oscura un carbón encendido. Si el carbón diera cinco vueltas por segundo se vería girar un arco luminoso de unos 180°.

DISPERSIÓN DE LA LUZ

296. **Naturaleza de la luz blanca.** — He aquí cómo NEWTON describe uno de sus célebres experimentos (fig. 528):

> *"En el año 1666 conseguí hacer un prisma triangular de vidrio con el fin de emplearlo en el estudio del notable fenómeno de los colores. Con dicho objeto, habiendo obscu-*

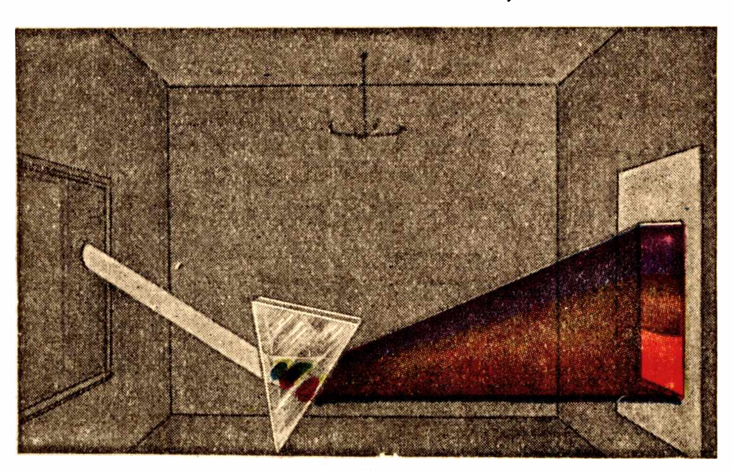


Fig. 528. — Descomposición de la luz blanca.

> *recido mi pieza y hecho un pequeño orificio en las persianas de la ventana para dejar entrar una cantidad conveniente de luz solar, coloqué mi prisma en la proximidad de la abertura, de modo tal que la luz refractada en el mismo se proyectaba sobre la pared opuesta. Resultó desde el principio un entretenimiento muy agradable el ver así producido un haz de luz de vívidos e intensos colores"* *.

El experimento puede repetirse con la luz proveniente de una lámpara de arco o con una potente lamparilla eléctrica. A esta suce-

* Cita tomada de EINSTEIN e INFELD, *"La física, aventura del pensamiento"*. Traducción de R. Grinfeld. Editorial Losada.

sión de colores se la llama espectro luminoso, y Newton distinguió en el mismo los siete colores siguientes:

ROJO; ANARANJADO; AMARILLO; VERDE; AZUL; AÑIL; VIOLETA.

¿Estaban estos colores en la luz blanca o se transforma ella en el interior del prisma en luz coloreada?

Todos los hechos experimentales conducen a la necesidad de admitir que la luz blanca no es otra cosa que una mezcla de aquellos colores. En efecto: operando con prismas de vidrio de distinta naturaleza, o con prismas de cuarzo, o con un prisma hueco lleno de diferentes líquidos se obtienen siempre, más o menos separados, los mismos colores. Estos colores son, por otra parte, los que se observan en el fenómeno notable del arco iris. Aquí los prismas están reemplazados por gotas de agua, en el interior de las cuales se descompone la luz solar. La prueba definitiva de que es efectivamente así, se obtiene *recomponiendo* la luz blanca mezclando los haces coloreados del espectro. Esta recomposición puede llevarse a cabo de muchos modos: con dos prismas dispuestos como muestra la figura 529; con una lente convergente (fig. 530); con una serie de espejos que se inclinan convenientemente hasta lograr que en una pantalla se superpongan los distintos haces de luz; o también con el llamado *disco de Newton* (fig. 531), que al hacerlo girar con rapidez produce la sensación correspondiente al color blanco, debido a la persistencia de las imágenes en la retina.

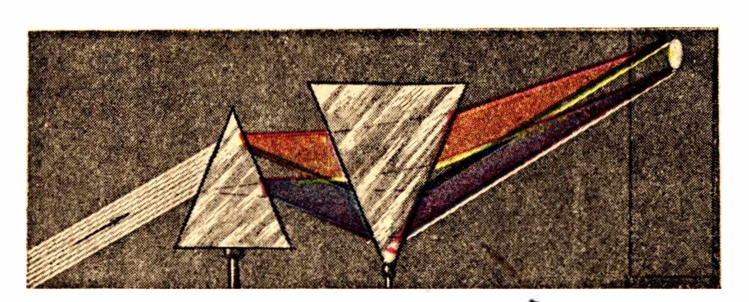


Fig. 529. — Recomposición de la luz blanca.

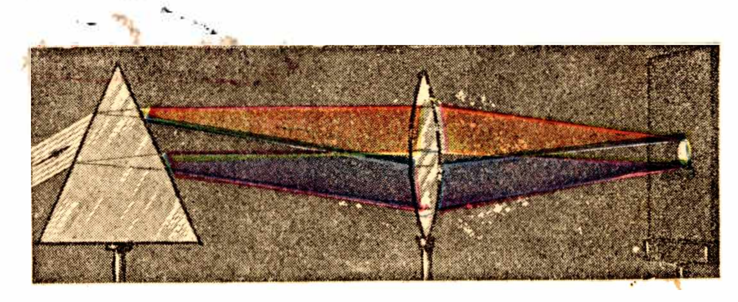


Fig. 530. — Recomposición de la luz blanca.

Colores complementarios. — Se obtiene también la sensación de blanco mezclando *rojo con verde; anaranjado con azul,*

amarillo con violeta. Colores que reunidos dan el blanco fueron llamados por Newton complementarios. Cualquier color tiene otro que le es complementario; este otro color estará formado por la superposición de los colores del espectro que a aquél le faltaban. Los colores complementarios pueden ser entonces simples o compuestos.

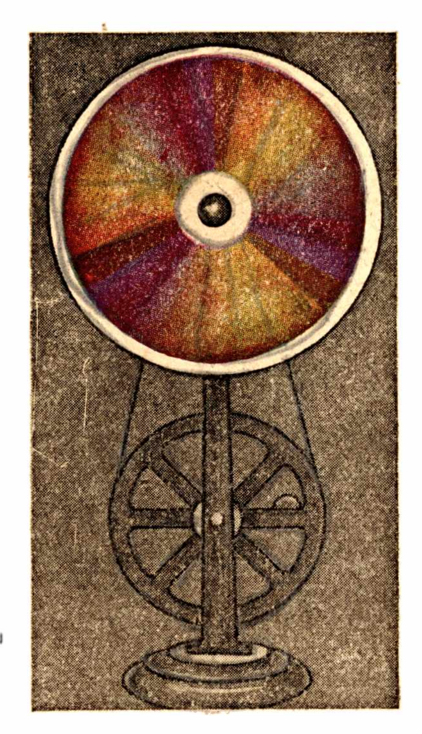


Fig. 531. — Disco de Newton.

Colores de los cuerpos. — Un cuerpo impresiona como de color blanco cuando refleja en igual proporción los distintos colores del espectro. En cambio, si absorbe la luz de todos los colores aparecerá negro. Si un cuerpo refleja en mayor proporción el rojo aparecerá de este color. etc. En los cuerpos transparentes el color depende de la proporción de luz de diferentes colores que dejan pasar.

247. **Espectros de emisión.** — El espectro de la luz emitida por un cuerpo incandescente es lo que se llama espectro de emisión del cuerpo. Para observar nítidamente estos espectros de emisión debe producirse lo que se llama un *espectro puro.* La luz a estudiarse ilumina una ranura *R* (fig. 532), practicada en una pantalla. De esta

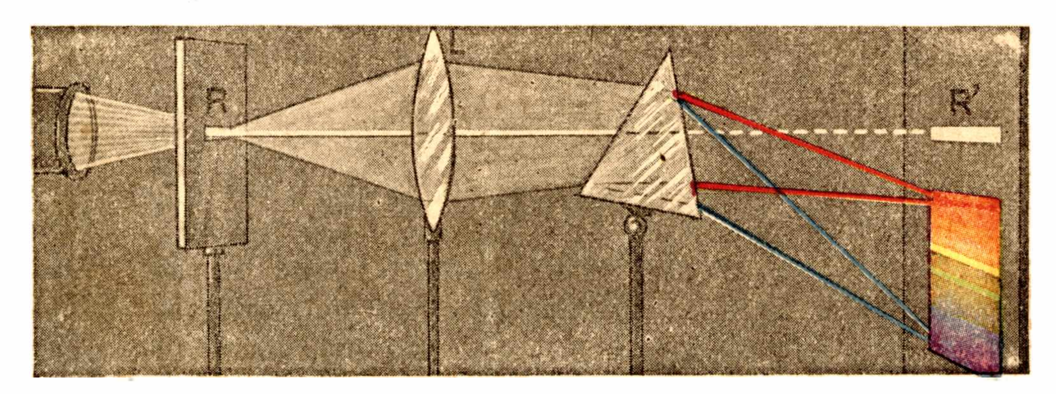


Fig. 532. — Espectro de emisión.

ranura la lente *L* proyecta una imagen real sobre otra pantalla en *R'*. Si se intercala ahora el prisma se obtendrá sobre la misma panta-

lla el *espectro puro* de la luz. Si ésta fuera luz *roja homogénea*, se obtendría una única raya roja que sería la imagen de la ranura coloreada en rojo. Si la luz consistiera en una mezcla de *luz homogénea roja* y *luz homogénea azul*, se obtendrían sobre la pantalla dos imágenes de la ranura, o sea, dos rayas, una roja y la otra azul.

Si la ranura se ilumina con un cuerpo sólido o líquido incandescente, se obtiene un espectro continuo. En cambio, si se trata de vapores metálicos incandescentes o gases, el espectro de emisión es discontinuo, formado por líneas brillantes separadas por espacios obscuros. Cuando la luz utilizada es débil. no puede proyectarse su

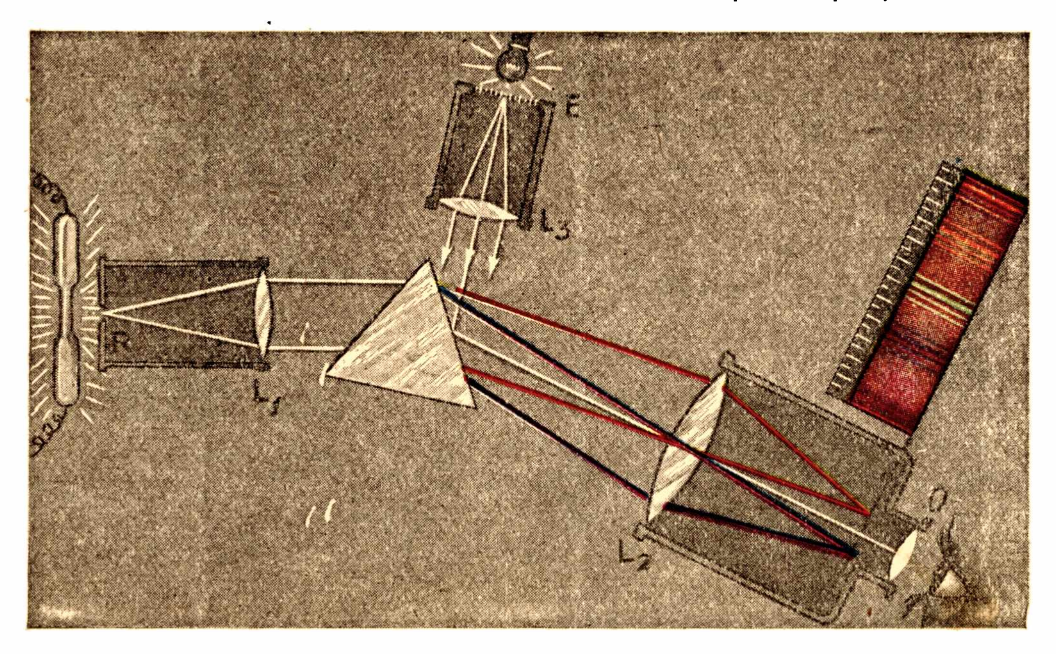


Fig. 533. — Esquema de espectroscopio y aspecto de un espectro de líneas.

espectro. Pero si se le recoge sobre una placa fotográfica sensible, ésta se impresiona dando el lugar exacto de las "rayas o líneas del espectro de emisión" del cuerpo. Se tiene así lo que se llama un espectrógrafo. Para la observación directa se usan los espectroscopios (fig. 533). La ranura R se encuentra en el plano focal de una lente L_1. De este modo el haz de luz paralela que sale de L_1 se refrácta en el prisma, y la lente L_2 produce un espectro puro sobre su plano focal. Desde O se observa ese espectro con una lupa u ocular. Para individualizar la posición de las líneas espectrales, con otra luz se ilumina una escala E hecha sobre vidrio esmerilado. Esta escala se encuentra en el plano focal de una lente L_3.

La luz de la escala después de atravesar esta lente se refleja en una de las caras del prisma de tal modo, que el observador ve desde *O* el espectro de la luz superpuesto a la escala. La figura 534 representa un espectroscopio.

Los espectros de emisión dependen de la naturaleza química de la substancia. Colocando una sal de sodio en la llama de un mechero de Bunsen o en el cráter de uno de los carbones de una lámpara de arco aparece una línea amarilla brillante. Esta línea es característica de los átomos de sodio. Su presencia en un espectro puede servirnos para reconocer cantidades de ese elemento realmente insignificantes. Algo análogo ocurre con los demás elementos. En esto se basa el *análisis espectral*, método descubierto por KIRCHHOFF y BUNSEN en 1859. El propio Bunsen descubrió por este procedimiento el *rubidio* y el *cesio*.

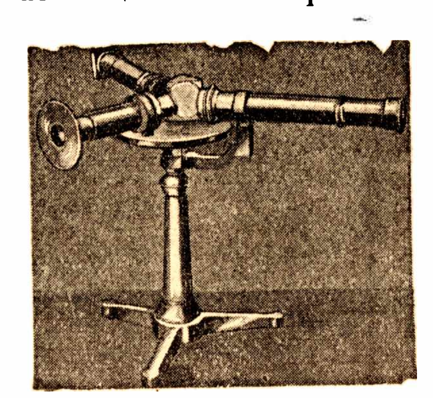


Fig. 534. — Espectroscopio.

Espectros de bandas. — La luz que origina *los espectros de líneas proviene de los átomos;* las moléculas dan lugar a espectros mucho más complicados llamados *de bandas.* Estas bandas dan la impresión de pequeñas porciones de espectros continuos, pero observadas con espectrógrafos poderosos (de gran poder resolutivo o separador), se comprueba que están formadas por muchas líneas muy juntas. Debe, pues, distinguirse entre el espectro del H_2 (molécula), y del hidrógeno atómico (H); del N_2 y del N, etc. Para observar los espectros de los gases, se utilizan tubos de vidrio que contienen a los mismos a baja presión. El tubo se ilumina por una descarga eléctrica (fig. 535).

Fig. 535.

298. Espectros de absorción. — Si se interpone en el camino que recorre la luz, proveniente de una fuente que da un espectro continuo, el arco, por ejemplo, una substancia más o menos transparente, se observa que aparecen en el espectro algunas regiones obscuras. Se tiene el espectro de absorción de la substancia, el cual nos dice para qué radiaciones es aquélla opaca. Si se interpone en el trayecto de la luz, la llama de un mechero de Bunsen

que quema una sal de sodio (fig. 536), se observa en el espectro una raya negra. justo en el lugar correspondiente a la línea de

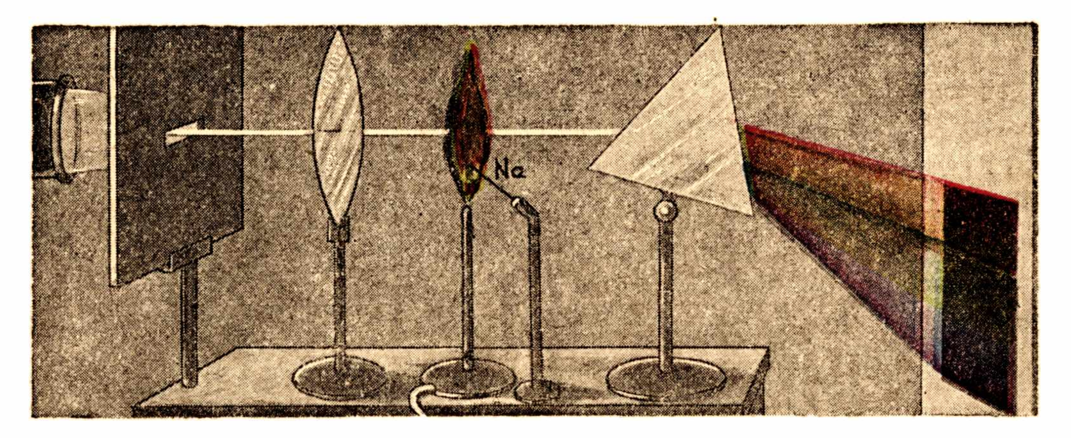


Fig. 536. — Espectro de absorción de vapores de sodio.

emisión del sodio. *Esto prueba que los vapores de sodio son opacos o absorben la luz que ellos son capaces de emitir. Esto es de validez general.* Los espectros de absorción pueden ser de *líneas*, *bandas* o *continuos* en parte.

Espectro solar. — Produciendo un espectro puro con la luz del Sol se observan líneas obscuras llamadas líneas de FRAUNHOFER

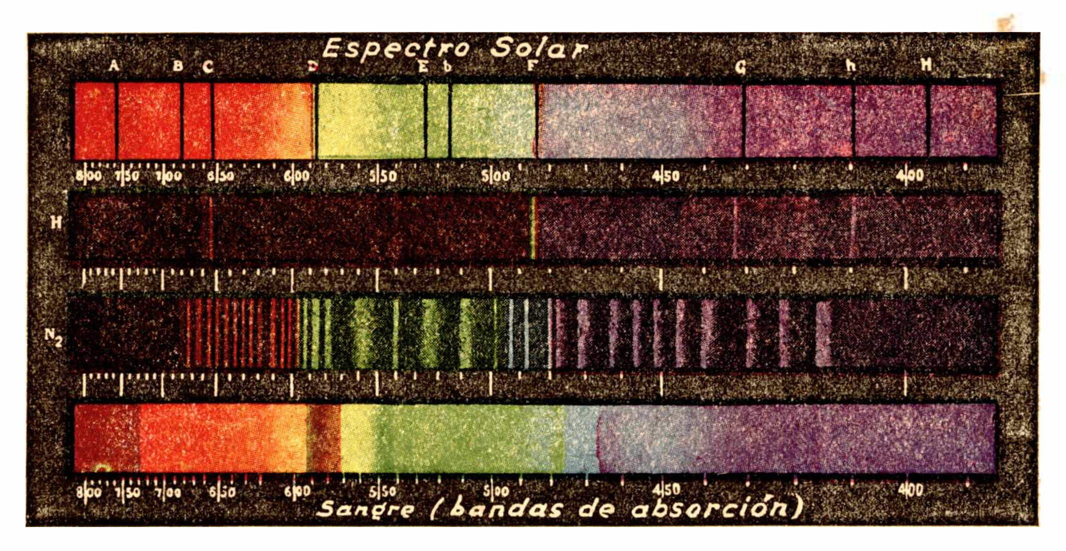


Fig. 537. — Espectros ópticos.

por ser este autor quien las estudió detenidamente en 1815. Estas líneas o rayas de absorción se producen por los gases que rodean

al Sol. Fraunhofer designó las líneas más intensas con las letras del abecedario a partir del rojo: *A*, *B*. *C*, *D*. . ., *H*, *K*, intercalando a veces letras minúsculas para designar otras rayas. La línea *D* en el amarillo, corresponde al sodio, lo que prueba que este elemento existe en el Sol.

El número de líneas de absorción del espectro solar es muy grande.

La figura 537 reproduce el espectro de la luz solar; el espectro de líneas provenientes del átomo de hidrógeno; el espectro de bandas de emisión de la molécula de nitrógeno (N_2) y finalmente el espectro de bandas de absorción de la sangre.

299. Extensión del espectro. Lentes acromáticas. — Para el agua, el índice de refracción de la luz correspondiente a la línea *A* de Fraunhofer (roja) es:

$$n_A = 1{,}3290.$$

Para la línea *H* (violeta) es:

$$n_H = 1{,}3435; \qquad n_H - n_A = 0{,}0145.$$

La diferencia entre estos valores da una idea acerca de la extensión que puede tener un espectro formado con un prisma hueco lleno de agua. Tratándose de sulfuro de carbono el espectro es mucho más extenso pues: $n_H - n_A = 0{,}0914$.

El vidrio Crown (pesado) tiene un índice de refracción para la línea *E* casi igual a 1,62; lo mismo ocurre en el vidrio Flint (liviano) pero el poder dispersivo de estas dos clases de vidrio es muy diferente como se aprecia en el cuadro que sigue:

	n_E	$n_H - n_A$
Crown	1,6185	0,0211
Flint	1,6145	0,0418

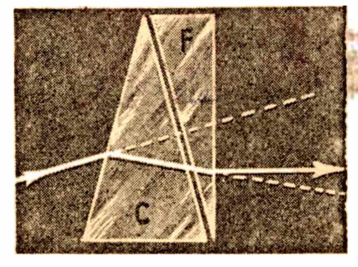


Fig. 538. — Prisma acromático.

Fig. 539. Lente acromática.

De acuerdo a esto tomemos dos prismas, uno de Crown de ángulo refringente de 10° y otro de Flint de ángulo igual a 5° (fig. 538). La luz se desviará acercándose hacia la base del prisma de Crown, pero no se descompondrá pues si bien el prisma de Flint tiene un ángulo refringente mitad del otro, su poder dispersivo es el doble y la luz roja y violeta se desviarán lo mismo. En esto se basa la fabricación de lentes acro-

máticas (fig. 539) con las cuales se puede lograr que coincidan los focos principales correspondientes a la luz roja y violeta. Consisten en dos lentes adosadas, una convergente y otra divergente, de vidrios de diferente poder dispersivo. Si dos prismas, uno de Crown y otro de Flint tienen igual ángulo refringente la luz no se desvía pero se descompone (figura 540). Se obtienen así los prismas llamados de visión directa.

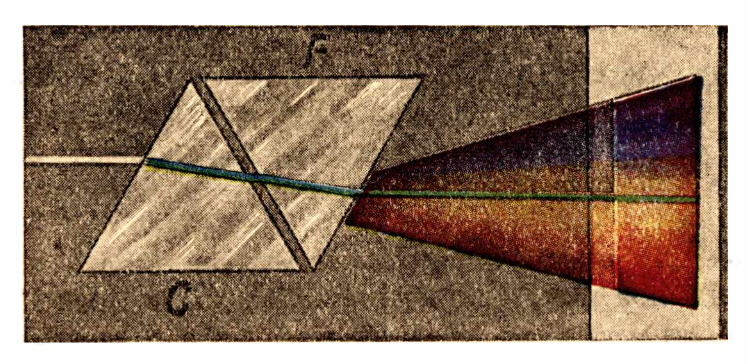


Fig. 540. — Prisma de visión directa.

300. Radiaciones infrarrojas y ultravioletas. — El ojo humano es sensible sólo a una pequeña parte de las radiaciones emitidas por los cuerpos: *las comprendidas entre el rojo y el violeta, que constituyen el espectro visible.* Un cuerpo cuando se calienta emite también radiaciones térmicas situadas más allá del rojo en la parte invisible del espectro. Se estudian estas radiaciones con termómetros muy sensibles (bolómetros) o pilas termoeléctricas. Como el vidrio es opaco a gran parte de estas radiaciones los espectroscopios a utilizarse para su estudio deben tener prismas y lentes hechos de substancias especiales transparentes para las radiaciones

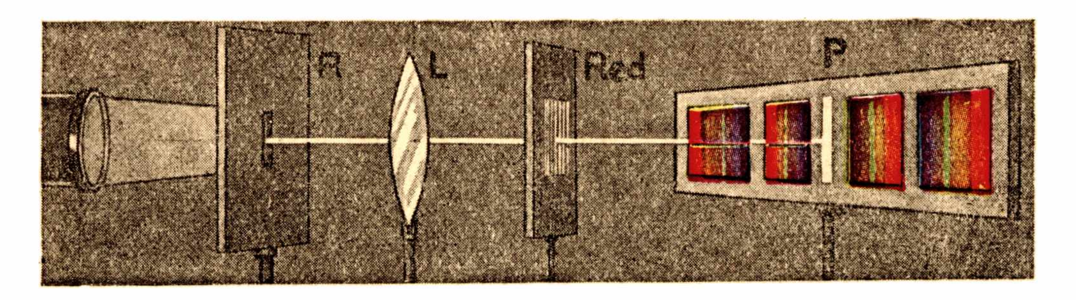


Fig. 541. — Espectros obtenidos con una red de difracción.

estudiadas. Dentro de ciertas regiones puede utilizarse un prisma de sal gema. También es posible utilizar espectrógrafos con placas especiales sensibilizadas para las radiaciones infrarrojas.

Algo análogo ocurre en la región opuesta del espectro. Con una óptica de cuarzo se revelan los rayos ultravioletas que impresionan

las placas fotográficas, excitan la fluorescencia de ciertas substancias, etc. Una lámpara de vapores de mercurio excitada eléctricamente produce radiaciones ultravioletas muy intensas. Estos rayos tienen también aplicaciones terapéuticas.

Espectros de redes. — No sólo con prismas pueden producirse espectros ópticos. La figura 541 muestra los espectros que se obtienen con una *red de difracción.* Aquí el color rojo es el que más se desvía. Sobre las redes de difracción trataremos en el capítulo siguiente.

PROBLEMAS

1. *La distancia focal del objetivo de una máquina fotográfica es igual a 20 cm. La máquina está enfocada al infinito. Calcular en cuánto debe correrse la placa para sacar una fotografía de un objeto situado a 1 m de distancia.*

   Siendo $x = 100$ cm y $f = 20$ cm obtenemos para y:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x}; \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{20} - \frac{1}{100} = \frac{4}{100}\,\frac{1}{\text{cm}}.$$

$$y = 100/4 = 25 \text{ cm}.$$

   Debe correrse en 5 cm.

2. *La máquina anterior tiene el objetivo fijo. Calcular la convergencia de una lente suplementaria que adosándose al objetivo permita sacar la fotografía del objeto distante en un metro.*

   La distancia focal F del objetivo con la lente suplementaria será tal que:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}; \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{100} + \frac{1}{20} = \frac{6}{100}.$$

   Llamando f' a la distancia focal de la lente suplementaria se tendrá:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{f'} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f} = \frac{6}{100} - \frac{1}{20} = \frac{1}{100}.$$

$$f' = 100 \text{ cm}.$$

Debe agregarse una lente de una dioptría. Este resultado podía haberse previsto sin cálculo.

3. *Hallar las distancias focales para luz roja y violeta de una lente biconvexa de caras iguales y radio de curvatura igual a 100 cm. La lente es de Crown para el cual:*

$$n \text{ rojo} = 1{,}61; \qquad n \text{ violeta} = 1{,}63.$$

Aplicando la fórmula establecida:

$$\frac{1}{f_r} = 0{,}61 \frac{2}{100} = \frac{1{,}22}{100}; \qquad f_r = \frac{100}{1{,}22} = 82 \text{ cm.}$$

$$\frac{1}{f_v} = 0{,}63 \frac{2}{100} = \frac{1{,}26}{100}; \qquad f_v = \frac{100}{1{,}26} = 79 \text{ cm.}$$

4. *Lo mismo para una lente plano-cóncava de Flint cuya cara curva tiene un radio de 100 cm.*

Para el Flint se tiene:

$$n \text{ rojo} = 1{,}60; \qquad n \text{ violeta} = 1{,}64.$$

$$\frac{1}{f_r} = -0{,}60 \frac{1}{100} = -\frac{0{,}60}{100}; \qquad f_r = -\frac{100}{0{,}60} = -167 \text{ cm.}$$

$$\frac{1}{f_v} = -0{,}64 \frac{1}{100} = -\frac{0{,}64}{100}; \qquad f_v = -\frac{100}{0{,}64} = -156 \text{ cm.}$$

5. *Lo mismo para ambas lentes superpuestas.*

$$\frac{1}{F_r} = \frac{1{,}22}{100} - \frac{0{,}60}{100} = \frac{0{,}62}{100}; \qquad F_r = \frac{100}{0{,}62} = 161 \text{ cm.}$$

$$\frac{1}{F_v} = \frac{1{,}26}{100} - \frac{0{,}64}{100} = \frac{0{,}62}{100}; \qquad F_v = \frac{100}{0{,}62} = 161 \text{ cm.}$$

Tenemos así una lente acromática.

CAPÍTULO XXIII

NATURALEZA DE LA LUZ

301. ¿Qué es la luz? — NEWTON suponía que la luz estaba formada de corpúsculos pequeñísimos que al chocar contra la retina provocaban la sensación luminosa. A cada color podría corresponder un tamaño diferente del corpúsculo. Por inercia, éstos se propagaban en línea recta en el vacío y la reflexión de la luz se explicaba en forma análoga al choque de una esfera elástica contra una pared lisa. La refracción la explicaba Newton por la diferencia de atracción que debían experimentar los supuestos corpúsculos al pasar de un medio a otro. De esta explicación resultaba que la luz debía propagarse con mayor velocidad en los medios más refringentes. En el agua debía ser mayor que en el aire. Ya hemos visto que sucede todo lo contrario (274). HUYGENS, contemporáneo de Newton, creía en cambio que la luz se propagaba en forma de ondas. Como la luz se propaga en el vacío se suponía que estas ondas tuvieran su asiento en un hipotético medio, *el éter.* Éste sería una substancia sutilísima que llenaría el espacio por completo, llenando también los intersticios entre los átomos de la materia común.

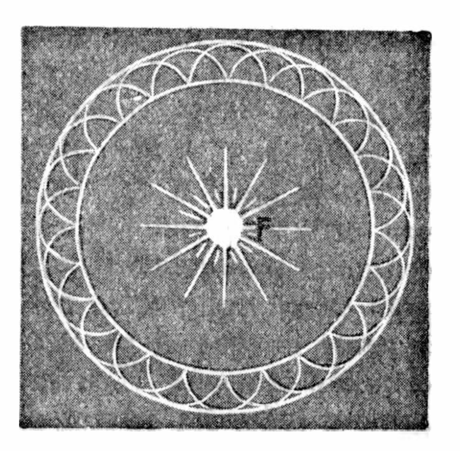


Fig. 542. — Principio de Huygens.

Principio de Huygens. — Para explicar los fenómenos ópticos con su teoría, Huygens sentó el siguiente principio: *Todo punto alcanzado por una onda se convierte en centro de emisión de nuevas ondas.*

Sea *F* el centro de donde parten ondas (fig. 542). Si se trata de ondas luminosas, en *F* se encontraría el foco de luz. Al cabo de cierto tiempo todos los puntos de una esfera de centro en *F* se convierten en nuevos centros de emisión de ondas. Trazando esferas de igual radio de centro en estos puntos, tendremos así los puntos que se encuentran en vibración un instante después. Trazando otra esfera tangente a estas esferas parciales tendremos la nueva superficie de onda y así sucesivamente.

Explicación de la refracción. — Sea PQ (fig. 543) una porción de plano, cuyos puntos son alcanzados por una onda al mismo tiempo. Se trata de una onda plana, como si la luz proviniera de un foco muy lejano, ya que una pequeña porción de superficie esférica puede considerarse como plana. Estos puntos de PQ convertidos en centros de emisión de ondas hacen que al cabo de cierto tiempo estén en vibración los puntos de $P'Q'$, etc. La dirección de propagación de la onda es entonces normal al plano de la misma. Sea SS' la superficie de separación de dos medios: aire y vidrio por ejemplo. Cuando el punto A es alcanzado por la onda el punto B hace que está vibrando un tiempo igual al que empleó la luz en ir de B' a A. Si en el vidrio la luz se propagara con igual velocidad que en el aire, para hallar la superficie de la onda de centro en B bastaría trazar con este centro una esfera de radio igual a $B'A$. Admitiendo que en el vidrio la velocidad de la luz es igual a 2/3 de la velocidad en el aire trazaremos por B una esfera de radio igual a 2/3 de $B'A$. Lo mismo haremos para cualquier punto de SS' comprendido entre A y B. Esta construcción es para saber qué puntos del segundo medio comienzan a vibrar en el instante en que A es alcanzado por la onda. Si trazamos desde A el plano tangente AT a la esfera de centro B (que será también tangente a todas las esferas de centros comprendidos entre B y A) esta superficie AT será la superficie de onda de la luz refractada. Si unimos B con el punto T de tangencia, tenemos la dirección según la cual se propaga la onda refractada. Se ve en la figura 543 que:

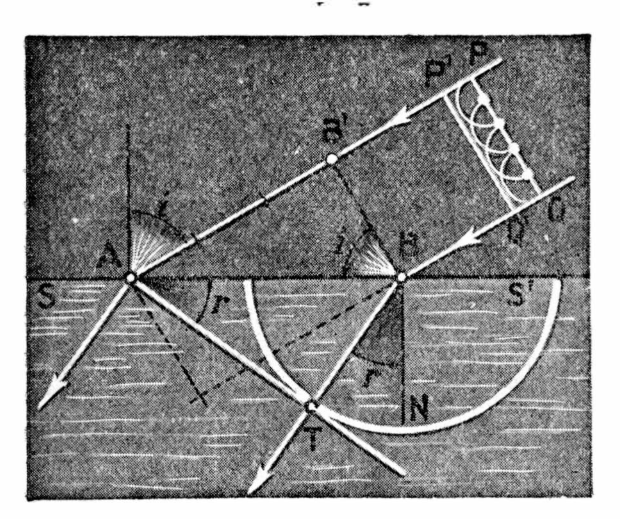


Fig. 543. — Explicación de la refracción.

$$B'A = AB \text{ sen } i; \qquad BT = AB \text{ sen } r.$$

Dividiendo miembro a miembro estas igualdades y permutando los miembros:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{B'A}{BT}.$$

$B'A$ y BT son caminos recorridos por la luz en el mismo tiempo pero en medios diferentes. Estos caminos deberán ser proporcionales a las velocidades de propagación en ambos medios por lo que:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{V_1}{V_2} = \text{constante},$$

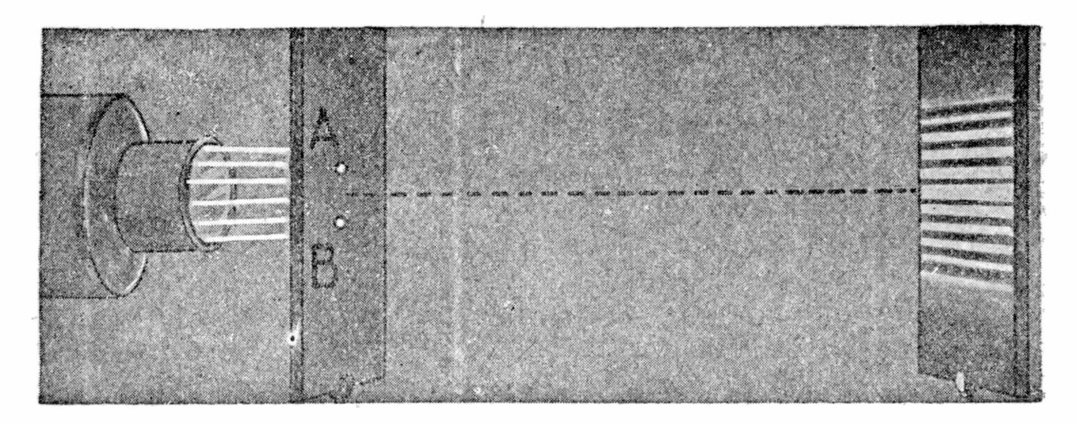


Fig. 544. — Interferencia.

que es la expresión de la ley de la refracción de la luz. En forma análoga se explica la reflexión.

302. **Interferencia.** — Si se practican dos pequeños orificios en una pantalla iluminada (fig. 544) y se recibe la luz que sale de los

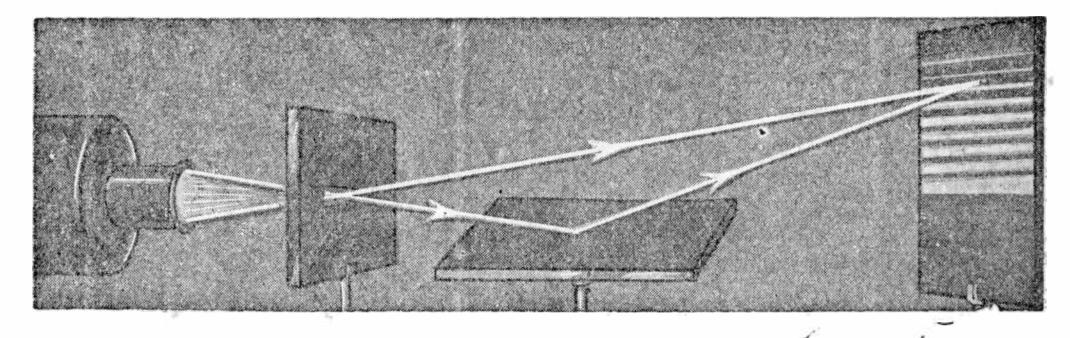


Fig. 545. — Interferencia con un espejo.

mismos sobre otra pantalla, se observan sobre ésta franjas muy juntas alternativamente brillantes y obscuras. Si los orificios están situados verticalmente las franjas de interferencia son horizontales. La superposición de la luz que sale de A y B produce entonces, en ciertas regiones, obscuridad. Si la luz es homogénea, monocromática, las

franjas son brillantes y obscuras; pero si la luz es blanca aparecen franjas coloreadas. Este mismo fenómeno puede observarse colocando debajo de una ranura (figura 545) fuertemente iluminada un espejo negro (para que tenga una sola superficie reflectora). El plano del espejo debe colocarse muy junto y paralelo a la ranura. Se observa así, *que la superposición sobre la pantalla* de la luz que llega a ella directamente de la ranura, con la luz reflejada por el espejo produce franjas de interferencia. Éstas pueden lograrse también con el biprisma de FRESNEL consistente en dos prismas iguales unidos por sus bases (fig. 546) y de *ángulo refringente muy pequeño*. La luz de un foco F (una ranura iluminada por una linterna) que atraviesa el prisma superior, se propaga como si proviniera de la imagen virtual F_1 de F. La luz que atraviesa el prisma inferior se comporta como si proviniera de F_2. Tenemos así dos focos F_1 y F_2 *idénticos* por ser imágenes del mismo foco F. En la parte del espacio donde se superponen los haces de luz de F_1 y F_2 se obtienen franjas de interferencia coloreadas si la luz de F es blanca. Con dos espejos planos que forman un ángulo muy obtuso, que difiera poco de 180° (fig. 547) se obtienen también franjas de interferencia por la superposición de la luz que parece provenir de las

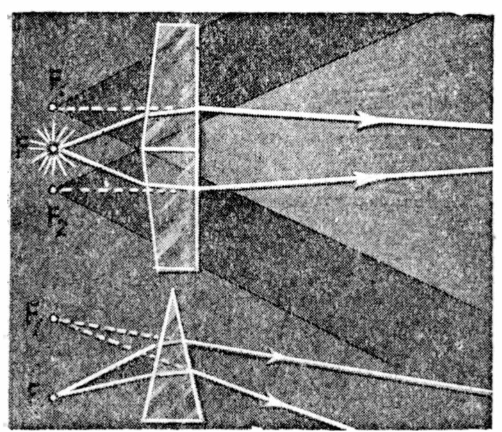


Fig. 546. — Biprisma de Fresnel.

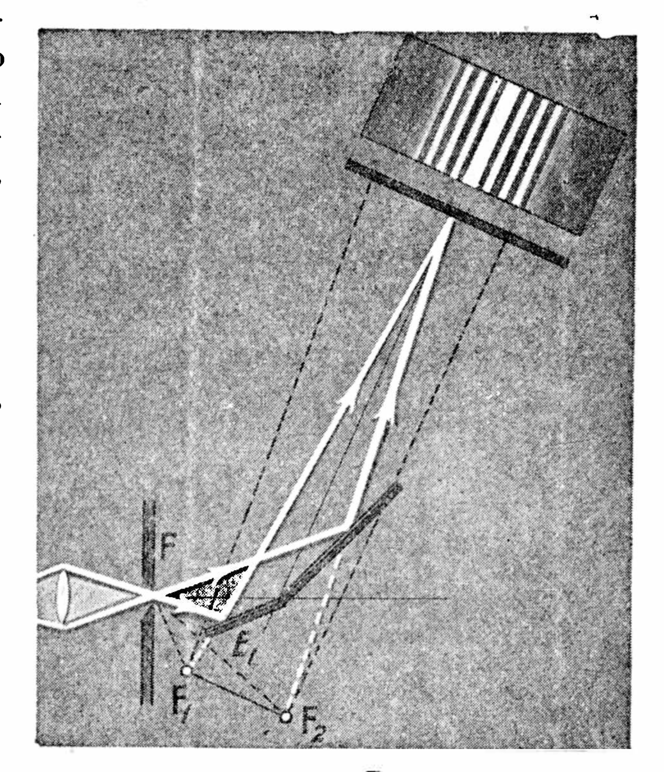
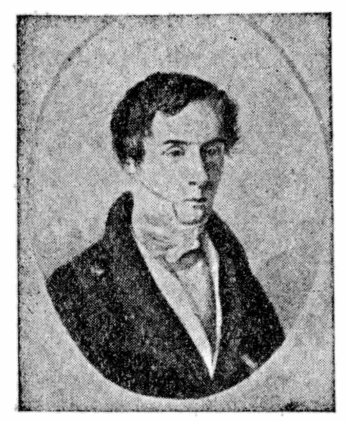


Fig. 547. — Espejos de Fresnel.

imágenes virtuales F_1 y F_2 de F. La imagen F_1 está producida por el espejo E_1; la F_2 por el otro espejo.

Explicación de los fenómenos de interferencia. — Sólo la teoría ondulatoria de la luz puede explicar estos fenómenos. Si consideramos un punto P de una pantalla, situado sobre la perpendicular trazada en el punto medio del segmento F_1 F_2, siendo F_1 y F_2 dos focos idénticos (fig. 549) el punto P se encontrará iluminado, pues las ondas que llegan a él están *en concordancia de fase;* esto quiere decir que no se atrasa una con respecto a la otra. Lo mismo que ocurre en P ocurre sobre los puntos de una recta perpendicular al plano de la figura que pasa por P. Tendremos en esa región una franja luminosa.



Agustín Fresnel.
(1788 - 1827).

Sea ahora otro punto P_1 (fig. 550) situado más cerca de F_1 que de F_2. Si la diferencia $P_1F_2 — P_1F_1$ es igual a *media longitud de onda*, la onda que parte de F_2 llega a P_1 atrasada con respecto a la que partió de F_1 en media longitud de onda. Ambas ondas están en oposición de fase y se anulan, dando lugar a una franja obscura. Para otro punto P_2 en que la diferencia $P_2F_2 — P_1F_1$ fuera igual a una longitud de onda tendríamos nuevamente luz. Se explica así la aparición de las franjas.

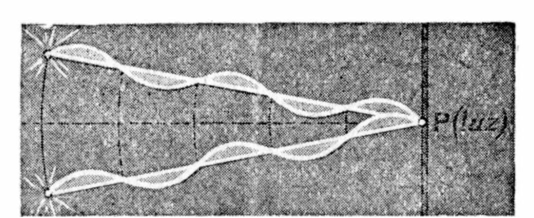


Fig. 549. — Interferencia.

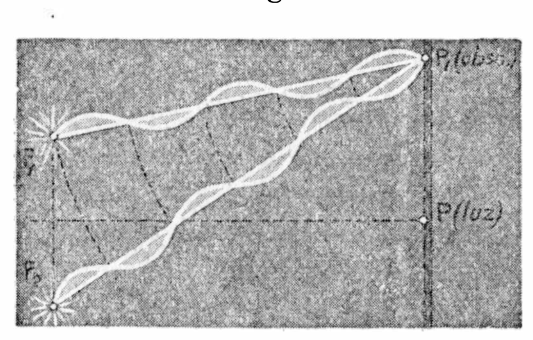


Fig. 550. — Interferencia.

Experimentalmente se comprueba que las franjas están más separadas cuando se opera con luz roja, presentándose mucho más juntas si la luz es violeta. *Esto prueba que la longitud de onda correspondiente a las radiaciones rojas es mayor que la longitud de onda de las radiaciones violetas.* Si se opera con luz blanca aparecen franjas coloreadas porque en los lugares donde se anula determinado color se refuerza otro.

Se explica así la coloración de láminas delgadas como las de las pompas de jabón. La luz reflejada en una de las caras (fig. 551) interfiere con la reflejada en la otra. Justamente para estudiar este fenómeno, y ver la dependencia entre el color y el espesor de la lámina, NEWTON construyó artificialmente una lámina de aire de espesor variable. Esta lámina de aire es la comprendida entre un vidrio plano y la cara convexa de una lente plano convexa (fig. 552). La interferencia de la luz reflejada por la cara curva de la lente con la luz reflejada por el vidrio plano produce, cuando la luz incidente es blanca, hermosos anillos coloreados. (Véase lámina I). Los colores de una capa delgada de petróleo que flota en el agua se explican en esta forma.

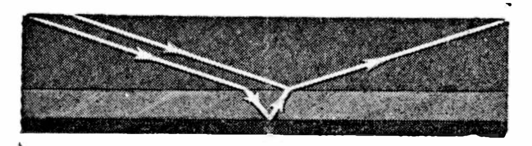


Fig. 551. — Interferencia en láminas delgadas.

Los fenómenos de interferencia permiten medir la longitud de onda de la luz, obteniéndose para el rojo un valor cercano a los 7000 angstrom y para el violeta 4000 angstrom. Recordemos que un angstrom es un cienmillonésimo de centímetro.

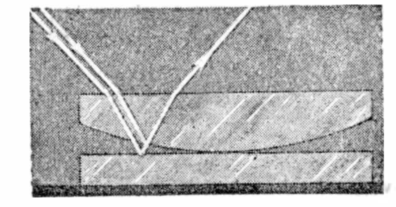


Fig. 552. — Anillos de Newton.

La luz que es capaz de interferir se llama *coherente*. Si los dos orificios de la pantalla de la figura 544 estuvieran iluminados por dos focos, aunque ellos fueran idénticos, no se producirían las franjas de interferencia. *Es necesario que la luz provenga de un mismo átomo para que interfiera, para que exista concordancia de fase.*

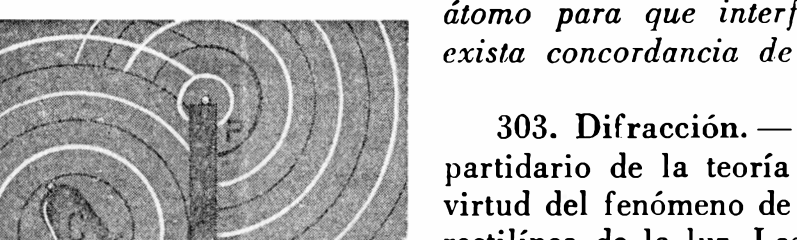


Fig. 553. — Difracción de ondas sonoras.

303. **Difracción.** — Newton no era partidario de la teoría ondulatoria en virtud del fenómeno de la propagación rectilínea de la luz. Las ondas sonoras (fig. 553) no producen prácticamente "sombras". Un observador situado en *A* percibe el sonido que se produce en *C* aunque la pared no transmita las ondas. Esto se explica en virtud del mismo principio de Huygens: el punto *P* se convierte en centro de emisión de nuevas ondas. "Si la luz consistiera en ondas, bordearía los obstáculos y no se propagaría en línea recta"; así argumentaba

Newton. Se descubrió muy posteriormente que *la luz también es capaz de bordear los obstáculos* apartándose de la propagación en línea recta: éste es el fenómeno de la difracción. La diferencia con las ondas sonoras consiste, en lo que al fenómeno de difracción se refiere, en la enorme desproporción entre las longitudes de onda del

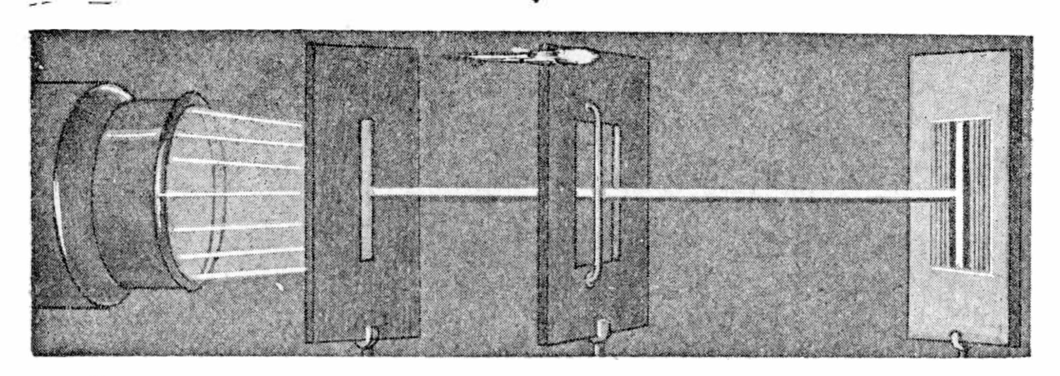


Fig. 554. — Aparece luz en el centro de la sombra que proyecta el alambre.

sonido y la luz. La longitud de onda del sonido es del orden de los metros, la de la luz del orden de los micrones: un millón de veces más pequeña.

Teniendo en cuenta esto, se explica, y esa explicación se debe a FRESNEL, que la luz se propague, en primera aproximación, en línea recta. Colocando delante de una ranura iluminada por una linterna (fig. 554) un alambre delgado paralelo a la misma, se observa una

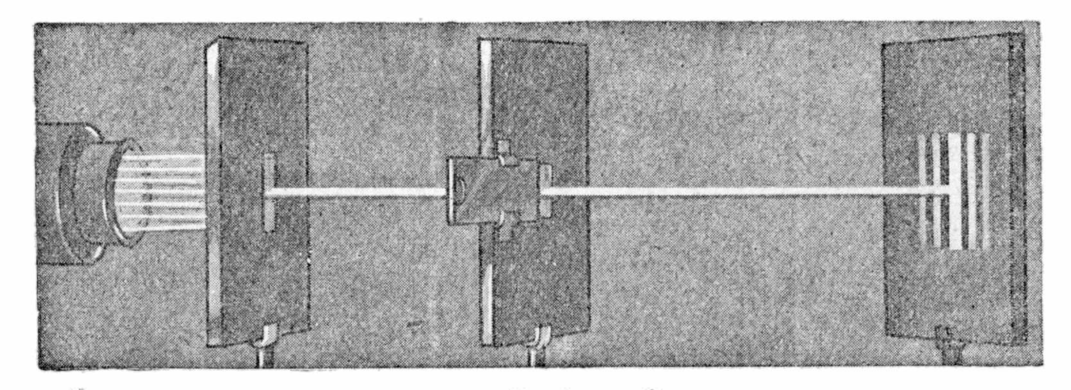
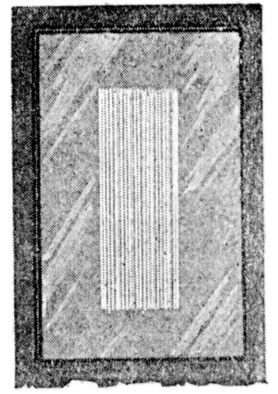


Fig. 555. — Un haz luminoso se abre en abanico al pasar por una ranura.

franja de luz en el centro de la zona geométrica de sombra y varias franjas alternativamente brillantes y obscuras a ambos lados, debido a fenómenos de interferencia.

Si se hace pasar un haz de luz a través de dos estrechas ranuras paralelas, se observa que al ir cerrando más y más la segunda de

ellas (fig. 555) la franja luminosa de la pantalla se ensancha! En los contornos aparecen líneas de interferencia alternativamente brillantes y obscuras.


Fig. 556. — Red de difracción.

304. Redes de difracción. Medida de la longitud de onda. — Los fenómenos de difracción se presentan en forma particularmente simple en las redes de difracción. Éstas consisten en una lámina de vidrio de caras paralelas en la que se graban, con una punta de diamante, trazos paralelos y equidistantes (fig. 556). De este modo pueden construirse redes que tengan de mil a cinco mil trazos por centímetro. Las divisiones se llevan a cabo con una máquina de dividir (fig. 557). Supongamos que el tornillo tenga un paso de hélice igual a un milímetro. Por cada centésimo de vuelta acusado en el tambor *T*, la pieza *P* avanza de izquierda a derecha, o en sentido inverso, un centésimo de milímetro. Esta pieza lleva en su extremo la punta de diamante que se puede hacer apoyar contra la lámina de vidrio. Si estando fijo el tambor *T*, se levanta la pieza que sostiene a la lámina de vidrio para que roce con el diamante, y se le imprime a la misma un movimiento de traslación perpendicular al plano del estilete y el eje del tornillo, quedará marcado un trazo.

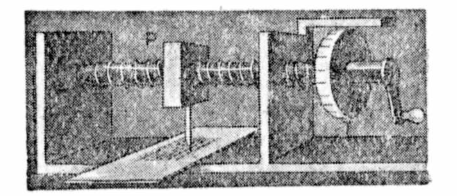


Fig. 557. — Máquina de dividir.

Para esto la lámina se desliza sobre correderas especiales no representadas en el esquema. El trazo siguiente se marca después de haber girado el tambor graduado, etc.

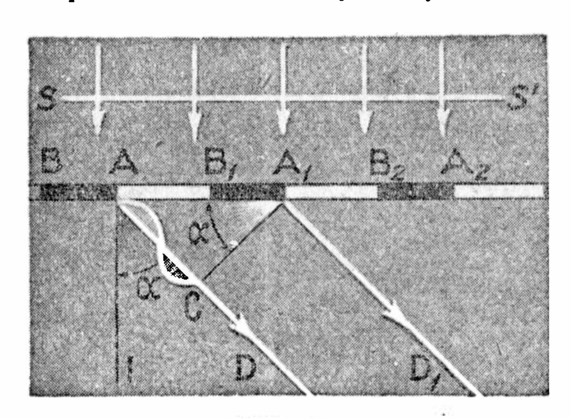
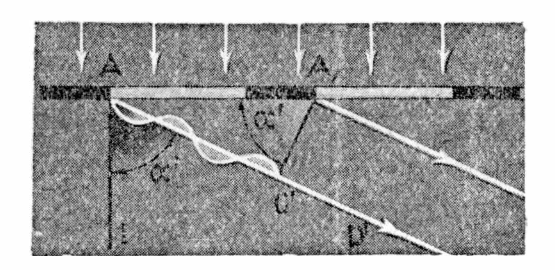


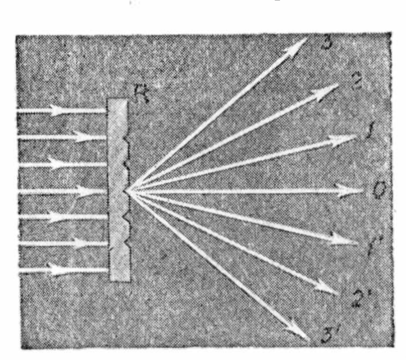
Fig. 558. — Red de difracción.

Hemos visto ya (pág. 356, figura 541), que iluminando una ranura *R* y produciendo con una lente *L* una imagen de la misma en la pantalla *P*, si se intercala luego en el trayecto de la luz la red, se observan sobre la pantalla, si la luz es blanca, hermosos espectros de difracción dispuestos simétricamente a uno y otro lado de la parte cen-

tral. Si la luz es homogénea, monocromática, lo que se observa son imágenes múltiples de la ranura en ese color dispuestas a uno y otro lado de la imagen central. Esto puede servirnos para medir la longitud de onda de la luz con gran precisión. Sea (fig. 558) un corte de la red sobre la cual incide luz de longitud de onda λ. Supondremos que los rayos incidentes son paralelos y normales a la red. La superficie de onda *SS'* es entonces paralela al plano de la red. Todos los puntos de ésta se convierten al llegar la onda en centros de emisión de nuevas ondas. La luz pasa por las partes no rayadas de la placa, representadas en blanco o sea por AB_1, A_1B_2, etc. Consideremos una dirección cualquiera tal como la *AD*. Para que en esta dirección la luz que proviene de AB_1 se refuerce con la proveniente de A_1B_2, con la de A_2B_3, etc., bastará que la diferencia de marcha o camino entre *AD* y A_1D_1 sea igual a una longitud de onda. Trazando desde A_1 la perpendicular A_1C a la dirección *AD*, si *AC* es igual a λ, la onda que parte según *AD* se reforzará con la que sigue el camino A_1D_1; la que provenga del centro de AB_1 se reforzará con la del centro de A_1B_2, etc. Luego, en la dirección *AD* tendremos luz si $AC = \lambda$. Llamemos a la distancia $AB_1 + B_1A_1 = a$, *constante de la red*. El triángulo rectángulo ACA_1 da:


Fig. 559. — Red de difracción.

$$\lambda = a \text{ sen } \alpha; \quad \text{o sea:} \quad \text{sen } \alpha = \frac{\lambda}{a}.$$


Fig. 560. — Red de difracción.

En la dirección que se cumpla la última relación habrá refuerzo de luz. También se tiene luz, evidentemente, en la dirección inicial *AI* pues según esa dirección no existe diferencia alguna de marcha entre las ondas que pasan por las distintas aberturas de la red. Para otra dirección *AD'* en que la diferencia de marcha *AC'* (fig. 559) fuera igual a 2λ se tendrá también luz:

$$AC' = a \text{ sen } \alpha'; \qquad \text{sen } \alpha' = \frac{2\lambda}{a}.$$

La figura 560 muestra la red R y las direcciones cero, 1 y 1', 2 y 2', etc., correspondientes a los ángulos cero, α, α', etc., en que la luz se refuerza.

Las fórmulas anteriores muestran que la dirección en que se refuerza la luz forma un ángulo con la dirección inicial, tanto mayor cuanto mayor sea la longitud de onda. De aquí que la luz roja se desvíe más que la violeta. Por eso los espectros de difracción muestran el aspecto de la figura 541. Se comprende que, conociendo la constante de la red y determinando α, se pueda medir λ con mucha precisión. Las medidas se llevan a cabo con un goniómetro (fig. 561). En el poder separador de una red influye el número total de trazos de la misma. Cuando este número es grande, entre el espectro de orden cero y el de primer orden queda un espacio absolutamente obscuro.

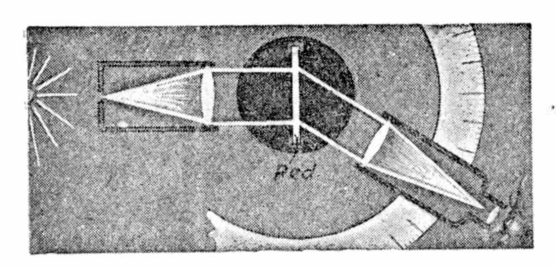


Fig. 561. — Medida de la longitud de onda.

POLARIZACIÓN DE LA LUZ

305. **Luz polarizada rectilíneamente.** — Los fenómenos de polarización muestran que *las ondas que producen la luz son transversales* (pág. 182). Tomemos dos láminas de *turmalina*, que es un cristal del sistema hexagonal, talladas paralelamente a cierta dirección que llamaremos *eje principal.*

Cuando los ejes de ambas láminas son paralelos la luz pasa a través de las mismas (fig. 562), pero cuando aquéllas están cruzadas formando los ejes un ángulo de 90° la luz no pasa (fig. 563).

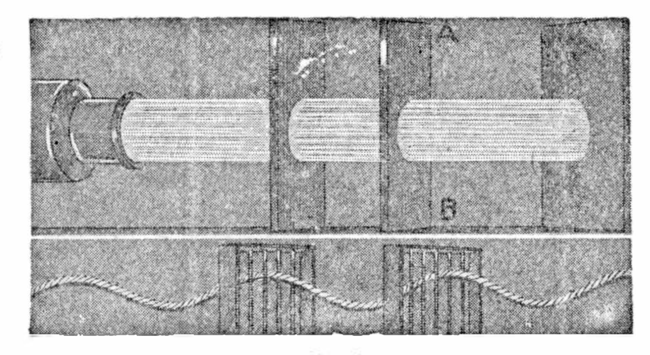


Fig. 562. — La lámina $\overline{AB}$ es en esta posición transparente.

Esto puede explicarse únicamente admitiendo que las ondas son transversales. En un rayo de luz natural — no polarizado — la luz vibraría en todos los planos que pasan por el rayo (fig. 564). Al incidir este rayo sobre una lámina de turmalina, ésta se comporta como una reja (fig. 565) que deja pasar únicamente las vibraciones

paralelas a los barrotes. El rayo de luz que atravesó la primera placa de turmalina se encuentra ya *polarizado rectilíneamente* pues *sus vibraciones se efectúan en un solo plano*. Si el eje de la segunda placa de turmalina es paralelo al de la primera la luz pasará, y si es perpendicular no podrá pasar (figs. 562 y 563).

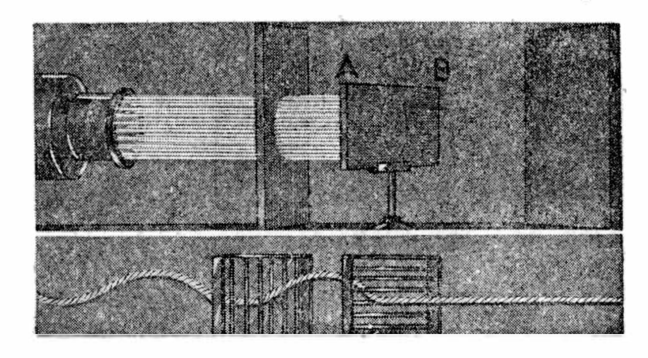


Fig. 563. — La lámina *AB* es en esta posición opaca!

306. Doble refracción. — Todos los cristales, excepto los del sistema regular, ofrecen el fenómeno de la doble refracción. En el espato de Islandia (calcita) este fenómeno se observa muy bien (fig. 566).

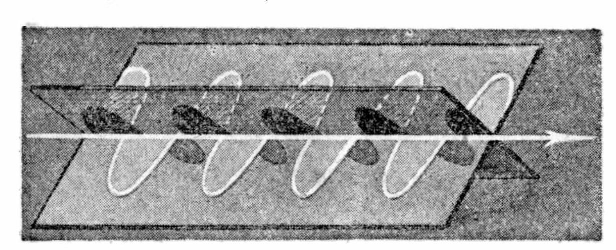


Fig. 564. — Ondas en todos los planos en la luz natural.

Sea un rayo de luz natural (fig. 567) que incide normalmente sobre la superficie de un cristal de espato de Islandia. Se observa que del cristal salen dos rayos: uno llamado *ordinario* y otro *extraordinario*. El primero cumple con las leyes ordinarias de la refracción, el segundo no. Ambos rayos determinan en el interior del cristal un plano que es el llamado plano de la sección principal. Si se hace girar el cristal alrededor

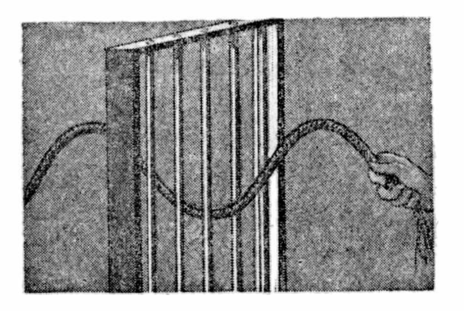


Fig. 565. — La cuerda oscila paralelamente a los barrotes.

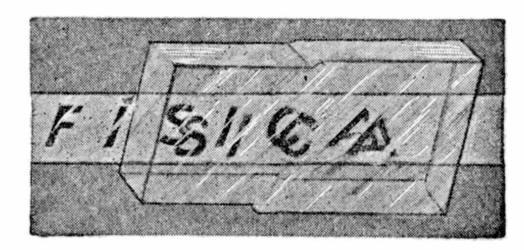


Fig. 566. — Doble refracción.

del rayo ordinario como eje, se observa que el rayo extraordinario gira alrededor del ordinario. Ambos rayos, ordinario y extraordinario, están polarizados rectilíneamente. Para probarlo basta colo-

car una lámina de turmalina en el trayecto de los mismos (fig. 568). Se observa así que los planos de vibración de ambos rayos son perpendiculares entre sí. Las vibraciones del rayo extraordinario se efectúan en el plano de la sección principal, las del ordinario en un plano normal.

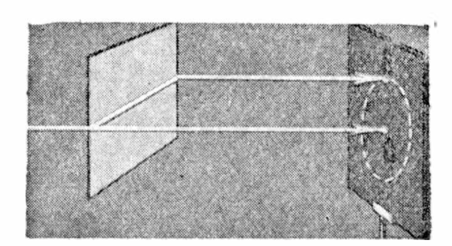


Fig. 567. — Rayos ordinario y extraordinario.

En los cristales de un eje (uniáxicos), como el espato de Islandia, existe una única dirección en el interior del cristal según la cual no se produce el fenómeno de la doble refracción. Esa dirección es la del *eje óptico*. La placa de la figura 569 tallada perpendicularmente al eje óptico, no ofrece el fenómeno de la doble refracción, si incide sobre ella un rayo de luz perpendicular a la misma. En el espato de Islandia el eje óptico sigue la dirección de una recta (fig. 570) que se aparta igualmente de las 3 aristas que forman ángulos obtusos (de 102°). Los ángulos agudos de las caras valen, por lo tanto, 78 grados.

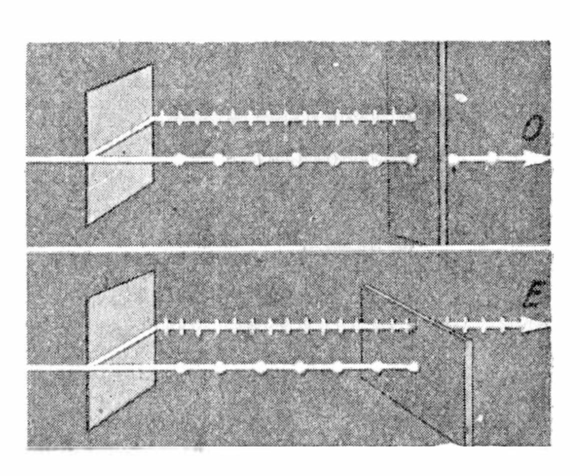


Fig. 568. — Los rayos ordinario y extraordinario están polarizados rectilíneamente.

307. **Prisma de Nicol.** — Sea *ABCD* la sección de un cristal de espato de Islandia (fig. 571). Un rayo *R* da origen a otros dos: el *E* y el *O*, ambos polarizados. El rayo *R* no incide ahora normalmente a la cara *AD*, observándose en este caso que es el rayo ordinario el que más se desvía. Para que salga del cristal un solo rayo, el *E*, se procede así: se corta el cristal según un plano *AC* de inclinación conveniente y se pegan luego las dos porcio-

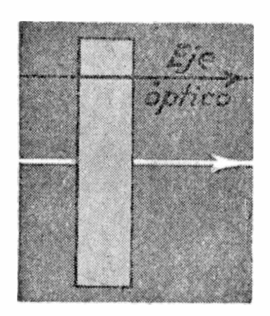


Fig. 569.

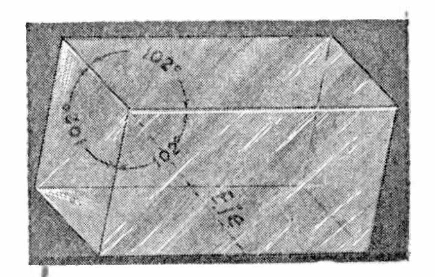


Fig. 570.

nes con bálsamo de Canadá. Se elige la inclinación de *AC* de modo que el rayo ordinario se refleje totalmente para lo cual deberá incidir sobre el bálsamo de Canadá con un ángulo superior al ángulo límite. Este rayo ordinario es absorbido luego, por la armadura pintada interiormente de negro, que soporta al cristal. Con dos prismas de Nicol pueden efectuarse los experimentos que hemos mencionado con las láminas de turmalina. En éstas el rayo ordinario era absorbido por la lámina, que se comporta así como un Nicol natural. El inconveniente de las láminas de turmalina es su coloración verdosa.

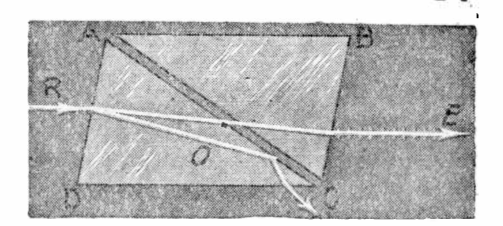


Fig. 571. — Prisma de Nicol.

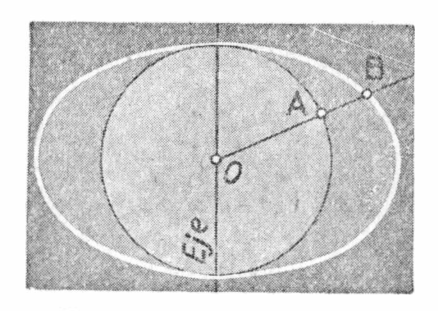


Fig. 572 *a*. — Superficies de onda.

*** 308. Explicación de la doble refracción.** — Fué Huygens el que dió las leyes de la doble refracción. Supuso que si un punto del interior de un cristal se convierte en centro de vibración, se propagan en el seno del mismo dos superficies de onda (fig. 572 *a*): una esférica de centro en el punto y la otra que tiene la forma de un elipsoide de revolución. La superficie de onda esférica corresponde al rayo ordinario, la del elipsoide al extraordinario. Los puntos de tangencia de esfera y elipsoide determinan la dirección del eje óptico. En esa dirección no se producirá doble refracción, porque el rayo ordinario se propaga con igual velocidad que el extraordinario. En otra dirección cualquiera tal como *OB*, la velocidad de la luz del rayo extraordinario es mayor que la velocidad del ordinario. En esta dirección tenemos entonces diferentes índices de refracción para ambos rayos. En la dirección normal al eje la diferencia entre los índices de refracción de ambos rayos es máxima.

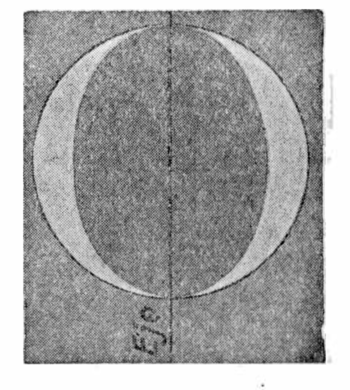


Fig. 572 *b*. — Superficies de onda.

En el espato de Islandia se tiene en esa dirección

$$n_O = 1{,}66; \qquad n_E = 1{,}49.$$

Claro está que corresponde el índice menor a la velocidad mayor (274).

En el cuarzo, en cambio, las superficies de onda son las indicadas en la figura 572 *b*, resultando para él:

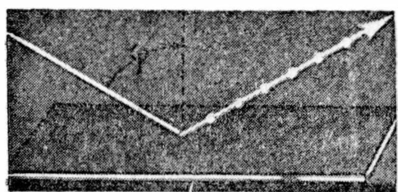


Fig. 573. — Polarización por reflexión.

$$n_O = 1{,}54; \qquad n_E = 1{,}55.$$

A los cristales que se comportan como el espato de Islandia, se les llama negativos; a los que se comportan como el cuarzo, positivos.

309. Polarización por reflexión. — Si un haz de luz natural incide sobre la superficie de un espejo de vidrio negro, se observa que cuando el ángulo de incidencia alcanza cierto valor φ el rayo reflejado está totalmente polarizado (fig. 573). Las vibraciones del rayo reflejado se efectúan paralelamente a la superficie del espejo. *El ángulo* φ *de incidencia, para el cual el rayo reflejado está totalmente polarizado, es tal, que su tangente trigonométrica debe ser igual al índice de refracción* n *de la substancia que forma el espejo*:

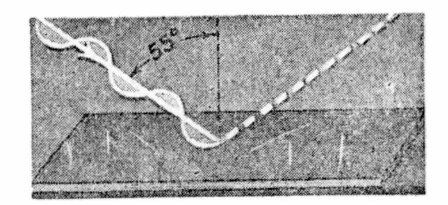


Fig. 574. — La luz no se refleja!

$$\text{tg } \varphi = n.$$

Ésta es la ley de BREWSTER.

Para el vidrio común este ángulo de polarización vale unos 55°.

Si sobre un vidrio incide (fig. 574) un rayo de luz polarizado, bajo un ángulo de incidencia igual al ángulo de polarización, y si las vibraciones del rayo incidente están contenidas en el plano de incidencia, la luz no se refleja.

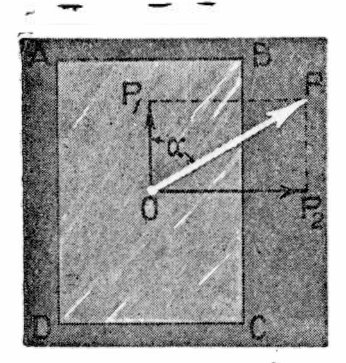


Fig. 575. — Ley de Malus.

*** 310. Ley de Malus.** — Sea *ABCD* (fig. 575) una lámina de turmalina. Incida en *O* normalmente a la misma un rayo de luz rectilíneamente polarizada.

Admitamos que si el plano de vibración de la luz incidente coincide con OP_1 la luz atraviesa la lámina totalmente. En ese caso, si la luz vibrara en el plano OP_2 no podría

pasar. Cuando la luz vibra en el plano *OP*, ¿qué parte de ella puede pasar? Esta vibración en el plano *OP*, de amplitud igual a *OP*, puede descomponerse en otras dos vibraciones normales de amplitudes OP_1 y OP_2. Luego, pasará a través de la placa luz cuya intensidad corresponda a la amplitud OP_1. La energía de un movimiento vibratorio armónico es proporcional al cuadrado de la amplitud, por lo cual si llamamos I_0 a la intensidad de la luz incidente sobre el punto *O* y de amplitud *OP*, siendo *I* la intensidad de la luz que pasa, se tendrá:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{OP_1^2}{OP^2},$$

y como:

$$OP_1 = OP \cos \alpha,$$

resulta:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

que es la expresión de la ley de MALUS. Puede verificarse esta ley con un fotómetro y un prisma de Nicol, provisto de un círculo graduado.

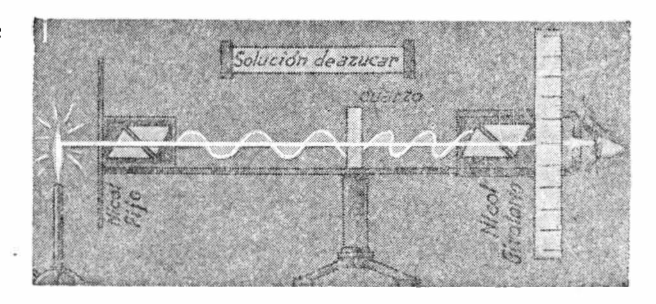


Fig. 576. — Rotación del plano de vibración de la luz. Sacarímetro.

311. Rotación del plano de polarización. Sacarimetría. — Tomemos (fig. 576) dos nícoles, uno fijo y otro girable provisto de un limbo graduado. Si los nícoles están cruzados no se percibe luz. Se supone que se ilumina con luz monocromática, por ejemplo, luz de sodio. Si se interpone entre los nícoles, en el trayecto de la luz, estando cruzados, una lámina de cuarzo *tallada perpendicularmente al eje óptico* (no se produce doble refracción), se observa que la luz reaparece. Si la lámina tiene un milímetro de espesor, para lograr que la luz se extinga nuevamente debe girarse el nicol analizador unos 22°. Con una lámina de dos milímetros de espesor la giración es doble: 44°. Algunas substancias hacen girar el plano de polarización a la derecha (dextrógiras), otras a la izquierda (levógiras). Para la luz violeta, la rotación del plano de polarización de una lámina de cuarzo es para un espesor de 1 mm igual a 51°. *A menor longitud de onda mayor ángulo de giro.* A causa de

esto, si la luz utilizada es blanca, al girar uno de los nícoles se anulan algunos de los colores de aquélla, observándose así, hermosas coloraciones.

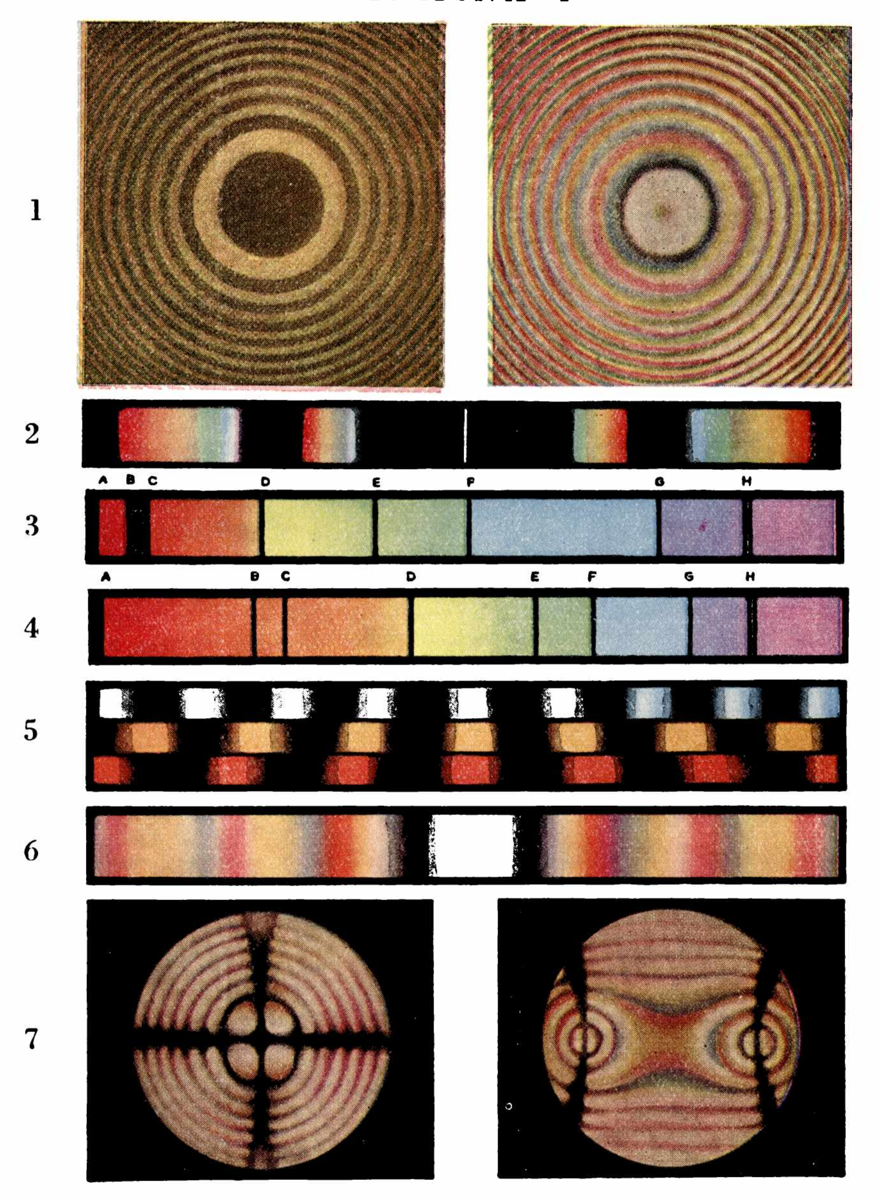
Existen también substancias que en solución hacen girar el plano de polarización a la derecha o a la izquierda. El caso típico es el del azúcar.

Si se disuelven 75 gramos de *azúcar puro* en un litro de agua y se coloca la solución en un tubo de 20 cm de largo se observa que el plano de vibración de la luz amarilla de sodio gira 10°. A una concentración doble corresponde un ángulo de giro también doble. En esto se basan los sacarímetros, aparatos destinados a medir la proporción de azúcar puro de un azúcar *bruto*. Supongamos que en el tubo de 20 cm de longitud colocamos una solución que contiene 150 gramos de azúcar ordinario por litro. El ángulo de giro sería para un azúcar puro igual a 20°. Si el ángulo observado fuera de 15°, la riqueza en azúcar de la muestra empleada sería igual a 75 %.

Para explicar este comportamiento de las *substancias activas*, debe suponerse una asimetría en las moléculas de la misma. Éstas se comportan como especie de hélices o tornillos torsionados hacia la derecha o hacia la izquierda. Esta asimetría, desde el punto de vista de la constitución de la molécula, significa que en los compuestos orgánicos activos, las cuatro valencias de algunos átomos de carbono, están unidas con átomos o radicales diferentes.

OBSERVACIÓN. — Cuando se dice que el plano de vibración gira hacia la derecha se quiere decir que un observador que recibiera al haz luminoso, vería girar al plano de vibración en el sentido de giro de las agujas de un reloj.

LÁMINA I



1. Anillos de Newton con luz amarilla y blanca. — 2. Espectros de difracción. — 3. Espectro de prisma. — 4. Espectro de red. — 5. Franjas de interferencia con luz azul, amarilla y roja. — 6. Franjas de interferencia con luz blanca. — 7. Cristal uniáxico y cristal biáxico observados con luz polarizada.

CAPÍTULO XXIV

MAGNETISMO

312. Imanes naturales y artificiales. — Existe en la naturaleza una piedra conocida en mineralogía con el nombre de magnetita (Fe_3O_4) que tiene la propiedad de atraer al hierro. Colocando la piedra entre limaduras de hierro (fig. 577) se observa que éstas son atraídas en algunos puntos de ella más que en otros. Si se frota contra esa piedra, que constituye un *imán natural*, en *forma conveniente*, una aguja de acero, ésta se imanta. Se tiene así un imán artificial. Estos imanes artificiales son los que se emplean exclusivamente en el estudio del magnetismo. Por medio de una corriente eléctrica se pueden producir también imanes artificiales, como veremos más adelante. Si se tiene una aguja imantada que pueda girar en un plano horizontal (alrededor de un eje vertical) se observa que uno de sus extremos se dirige siempre, *aproximadamente*, hacia el *Norte* y el otro al *Sur*. A la parte del imán que se dirige hacia el Norte se le llama polo norte, a la otra, polo sur del imán (fig. 578).

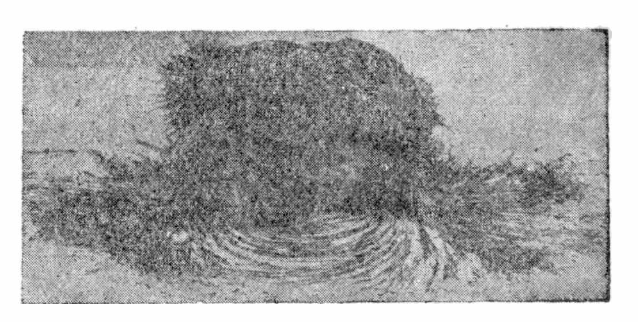


Fig. 577. — Imán natural.

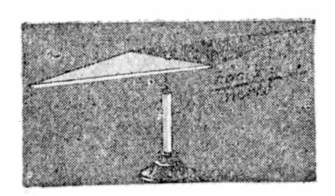


Fig. 578. — Aguja magnética.

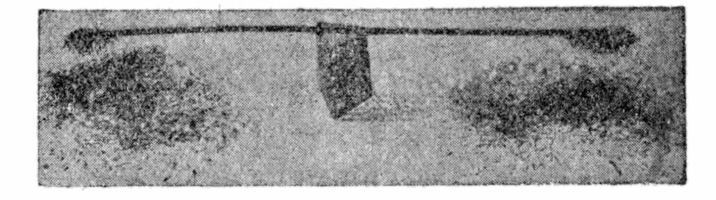


Fig. 579. — Polos de un imán.

En los polos es donde se manifiesta con mayor intensidad la fuerza de atracción. Colocando una aguja o barra imantada entre limaduras de hierro, es en los extremos donde más se acumulan aquéllas (fig. 579).

Acción entre los polos. — Acercando al polo norte de un imán el polo norte de otro imán, se observa que se repelen. Lo mismo acontece entre dos polos sur. En cambio polos de distinto nombre se atraen (fig. 580). Estas fuerzas de atracción o repulsión se manifiestan a través de todos los medios (fig. 581). La pantalla interpuesta entre la aguja y el imán puede ser de vidrio, cobre, madera, etc. Siendo la pantalla de hierro se nota que la fuerza disminuye al aumentar el espesor de la placa.

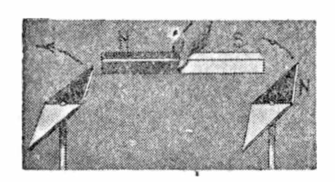


Fig. 580. — Repulsión y atracción.

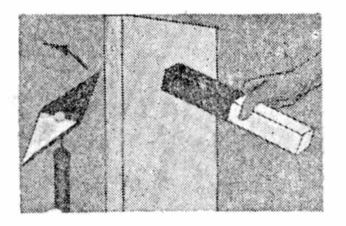


Fig. 581. — Acción magnética a través de una pantalla de cualquier material.

Magnetismo inducido. — La atracción que cualquiera de los dos polos de un imán ejerce sobre un trozo de hierro dulce, se explica (fig. 582) admitiendo que el trozo de hierro se imanta por influencia, formándose frente al polo del imán inductor un polo de nombre contrario. Esta transmisión del magnetismo se manifiesta en la llamada "cadena magnética" (fig. 583). Cuando se separa el trozo de hierro en contacto con el imán inductor, la cadena se rompe.

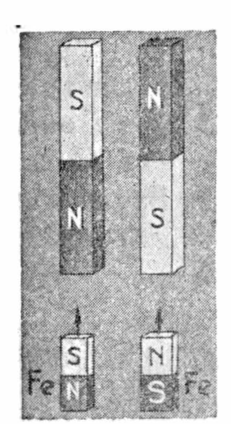


Fig. 582. — Atracción del hierro.

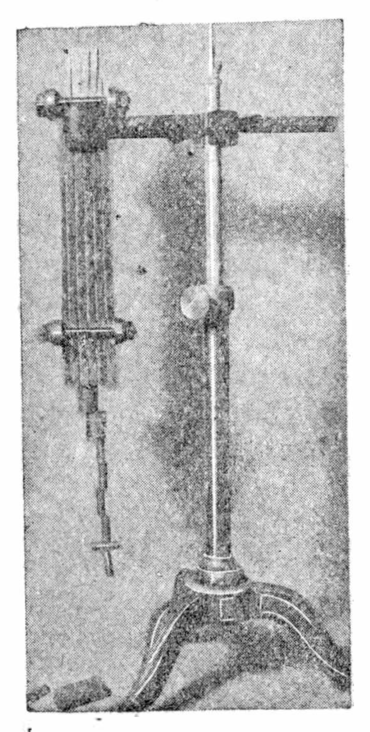


Fig. 583. — Cadena magnética.

Imán cortado. — La zona de un imán en forma de barra que separa el polo norte del polo sur es la llamada zona neutra. Podríamos tener la ocurrencia de cortar un imán por la zona neutra para separar ambos polos (fig. 584). Haciendo el experimento, para lo cual puede utilizarse una aguja de acero como las empleadas para tejer, se observa que se obtiene *después del corte dos imanes más pequeños, cada uno de ellos con dos polos.* Si continuamos cortando cada uno de éstos se observará lo mismo. Este curioso fenómeno es comparable solamente con la división celular: un imán cortado en dos da lugar, no a dos me-

dios imanes, sino a dos *imanes completos* más pequeños. Es algo tan raro como si se cortara una naranja y se obtuvieran después del corte, dos naranjitas. *Es imposible separar el polo norte del sur; no puede lograrse un polo magnético norte o sur aislado.*

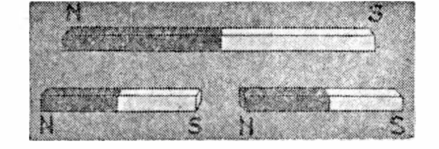


Fig. 584. — Imán cortado.

Imanes moleculares. — Para explicar los fenómenos precedentes y otros, debemos admitir que las mismas moléculas del hierro son, o se comportan como si fueran, pequeños imanes. En una barra de hierro desimantada (fig. 585) los imanes moleculares, representados por flechas, estarían completamente desordenados. En cada porción de la superficie de la barra que se considere, habrá igual número de polos norte que sur. En cambio, si estos imanes se ordenan (parte inferior de la figura), la barra estaría imantada. En el acero, podemos imaginar que los imanes elementales encuentran cierta resistencia para girar. Es como si pusiéramos muchas pequeñas agujas magnéticas en un baño de gelatina. Por medio de imanes poderosos, podríamos orientar esas agujas que quedarían luego dispuestas en forma paralela. En cambio el hierro dulce se comporta como una porción de agujas colocadas en un medio que no les ofrece resistencia para girar. De aquí que el hierro dulce se imante fácilmente por influencia, perdiendo su imantación al cesar la acción del imán inductor. Se dice por eso que el acero tiene gran *fuerza coercitiva* siendo ésta en el hierro dulce, pequeña.

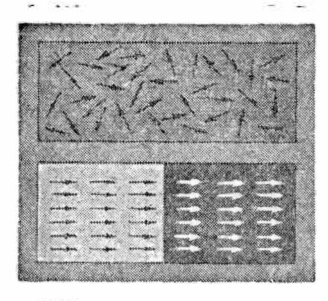


Fig. 585. — Imantación = ordenación de imanes moleculares.

Imantación por frotamiento. Armaduras. — Se explica fácilmente con la teoría molecular el porqué para imantar una barra de acero utilizando un imán debe frotarse siempre en el mismo sentido (fig. 586). Frotando la barra *AB* en la forma que indica la figura se formará en *B* un polo sur y en *A* uno norte. Si se frota un anillo de acero en la forma que indica la figura 587, *el anillo se imanta sin que aparezcan polos.* Esta imantación no se revela, pues el anillo no atrae a las limaduras de hierro.

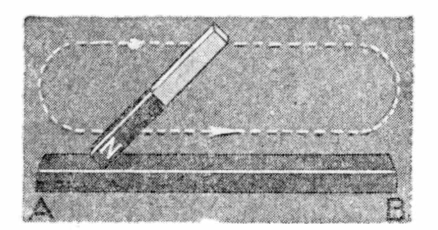


Fig. 586. — Imantación por frotamiento.

Pero, si se le corta y abre en la forma que indica la figura *aparecerán polos en el corte. Los polos aparecen en la superficie de separación de dos medios.*

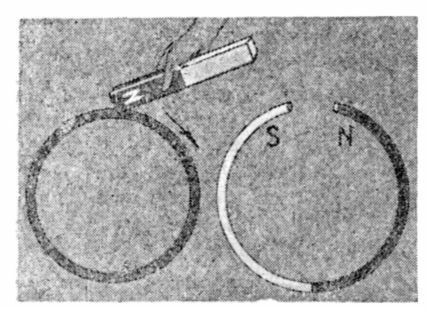


Fig. 587. — Los polos en el corte.

En una barra imantada, los polos de los extremos de la misma tienden a desimantarla ya que por su acción, los imanes moleculares del centro de la misma tienden a girar 180° (figura 588). Para evitar esta *acción desmagnetizante* de los polos se guardan los imanes con armaduras de hierro dulce en la forma que muestra la figura 589. Se logra así anular, casi, la acción de los polos.

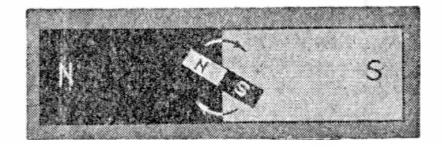
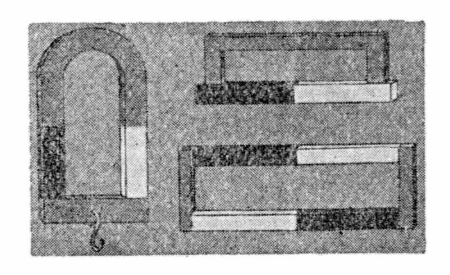


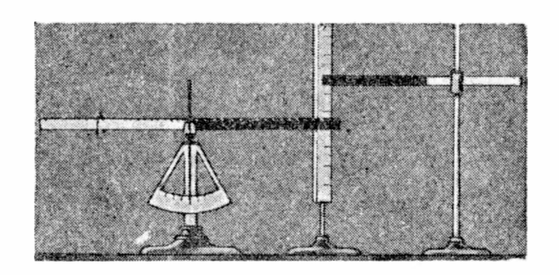
Fig. 588. — Acción desmagnetizante.

313. Ley de Coulomb. — Se puede medir la fuerza de atracción o de repulsión entre los polos de dos imanes con una instalación como la indicada en la figura 590.

Si a la distancia de 1 centímetro entre los polos la fuerza es de 1 gramo, a la distancia de 2 centímetros la fuerza es sólo de 1/4 de gramo. *La fuerza varía en razón inversa al cuadrado de la distancia que separa ambos polos.*


Fig. 589. — Armaduras.

Además, si se tienen dos imanes de igual longitud y se les coloca adosando los polos del mismo nombre (norte con norte y sur con sur) la fuerza F que ejercen sobre un polo de otro imán (fig. 591) es igual a la suma de las fuerzas F_1 y F_2 que ejercían cada uno de los imanes actuando por separado y estando a la misma distancia.


Fig. 590. — Balanza magnética.

Se deduce de aquí, que la fuerza que actúa entre dos polos magnéticos es proporcional a algo que depende de los mismos polos y que se denomina *masa magnética*. Si se considera entonces que m es la masa magnética

de un polo de un imán y m' la masa magnética de un polo de otro imán, la fuerza de atracción o de repulsión entre los mismos es, *en el aire*,

$$F = \frac{mm'}{d^2};$$

siendo d la distancia que separa ambos polos.

Ésta es la expresión de la ley de COULOMB cuyo enunciado es: *la fuerza de atracción o repulsión entre dos polos magnéticos es proporcional a la masa de los mismos y está en razón inversa del cuadrado de la distancia que los separa.*

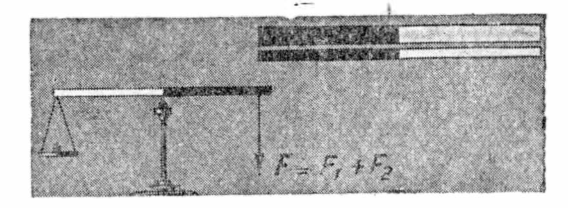


Fig. 591. — Masa magnética.

Para la comprobación experimental de la ley, los imanes a usarse deben ser largos para que no influyan mayormente las acciones de los polos situados en los otros extremos de los imanes.

Masa magnética. — En la expresión matemática de la ley de Coulomb *hemos considerado igual a la unidad a la constante de proporcionalidad.* Esto quiere decir que hemos definido implícitamente a la unidad de masa magnética. Considerando dos polos de masas iguales ($m = m'$) situados a la distancia de un centímetro, si la fuerza con que se atraen o repelen (según sean las masas de distinto o del mismo nombre) es igual a una dina, diremos que aquellas masas magnéticas son iguales a la unidad C. G. S. Por lo tanto: unidad C. G. S. de *masa magnética, es aquélla que atrae o repele a otra igual colocada a la distancia de un centímetro con la fuerza de una dina.* En cualquier imán, la masa magnética norte es igual, en valor absoluto, a la masa magnética sur.

314. Campo magnético. — Toda región del espacio en la que se manifiesten acciones magnéticas es asiento de lo que se llama un campo magnético. Si una aguja imantada se orienta de norte a sur es por la acción de lo que se llama *campo magnético terrestre.* En las cercanías de un imán existe un campo magnético originado por dicho imán.

Estudiemos el campo magnético de un imán en forma de barra (fig. 592). Para esto consideremos las posiciones que toma, en distintas regiones del campo, una pequeña aguja imantada. El polo

norte de esta aguja es repelido por el polo norte del imán con la fuerza F_1, en tanto que es atraído por el polo sur con la fuerza F_2. La resultante de estas fuerzas es F. El eje de la aguja magnética se colocará entonces paralelo a F. Limaduras de hierro hacen las veces de pequeñas agujas magnéticas. Dispersando sobre una pantalla de papel, colocada sobre un imán, limaduras de hierro, y dando un pequeño golpe a la pantalla para facilitar la orientación de las limaduras, éstas se colocan como muestran las figuras 593, 594 y 595, que representan diversos "*espectros magnéticos*".

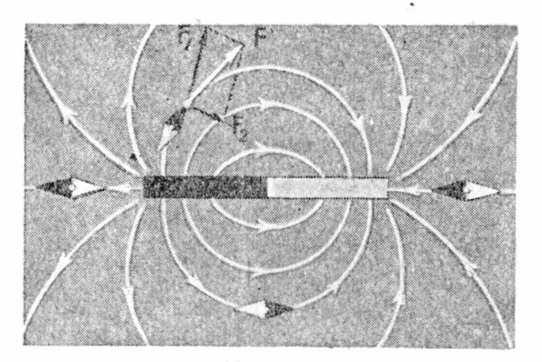
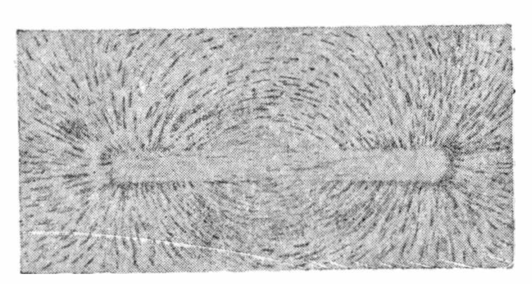
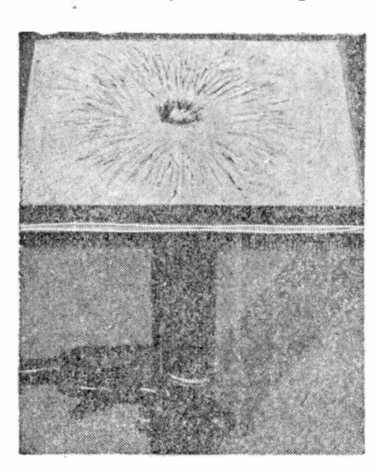
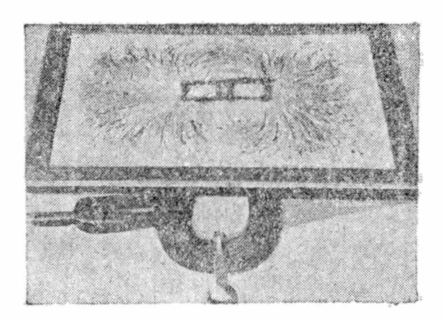


Fig. 592. — Campo magnético.


Fig. 593. — Espectro magnético de una barra imantada.

Las curvas que se forman señalan a las llamadas *líneas de fuerza del campo magnético*. Precisando, *se conviene en llamar línea de fuerza del campo magnético a la trayectoria que seguiría en el mismo una masa magnética norte, aislada, y concentrada en un punto*. Además es necesario suponer que la supuesta masa magnética *no tiene inercia* para que siga en cada caso la dirección de la fuerza magnética que obra sobre ella. Si la masa magnética considerada tuviera una masa mecánica, no podría, por inercia, cambiar instantáneamente de dirección en cada punto, es decir que no coincidiría la dirección del camino recorrido con la dirección de la fuerza.


Fig. 594. — Espectro magnético de un solo polo.


Fig. 595. — Espectro magnético de dos polos contrarios.

Por lo dicho, *la tangente a una línea de fuerza en un punto da la dirección de la fuerza que en ese punto se ejercería sobre una masa magnética colocada en él.*

***Intensidad de campo magnético** en un punto es igual al cociente entre la fuerza que se ejercería sobre una masa magnética norte supuesta en el punto y dicha masa magnética.*

La unidad de intensidad C. G. S. de campo magnético es el *gauss. Se dice que el campo magnético en un punto es igual a un gauss cuando la fuerza ejercida sobre la masa magnética unidad, colocada en ese punto, es igual a una dina.* Si la intensidad del campo en un lugar es H y colocamos allí la masa magnética m, siendo la fuerza F se tendrá:

$$H = \frac{F}{m}; \qquad F = mH.$$

A pocos centímetros de distancia de los polos de un imán común la intensidad del campo magnético es de unas decenas de gauss.

MAGNETISMO TERRESTRE

315. **Campo magnético terrestre.** — Hemos dicho ya que una aguja magnética se orienta siguiendo aproximadamente la dirección norte-sur. Esto prueba que la Tierra se comporta como un gran imán (fig. 596). En las proximidades del Polo Norte se encuentra el polo sur magnético. Las coordenadas geográficas de los polos magnéticos son aproximadamente las siguientes:

Polo norte: latitud, 73° Sur; longitud, 156° Este.

Polo sur: latitud, 72° Norte; longitud, 96° Oeste.

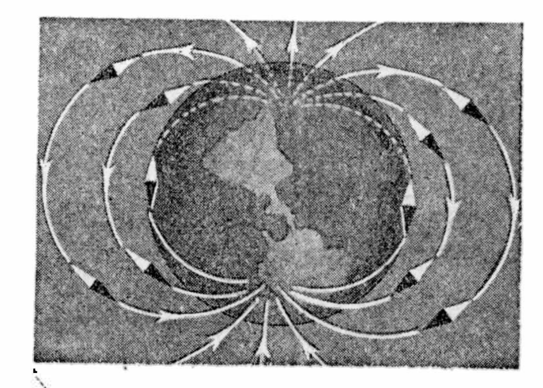


Fig. 596. — La Tierra es un gran imán con el polo norte cercano al Polo Sur geográfico.

Declinación e inclinación magnética. — Si tenemos una aguja imantada (fig. 597 *a*) suspendida de su centro de gravedad se colocará siguiendo la dirección de las líneas de fuerza del campo magnético terrestre.

Al ángulo formado por estas líneas de fuerza, o sea, por el eje de la aguja, con un plano horizontal se le llama inclinación magnética. En Buenos Aires la inclinación magnética es *actualmente* de unos 30° colocándose el polo norte de la aguja hacia arriba.

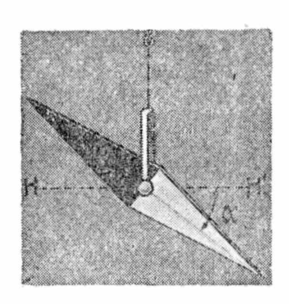


Fig. 597 *a*. — Inclinación magnética.

Al plano determinado por la vertical del lugar y la dirección de las líneas de fuerza del campo magnético terrestre en ese lugar, se le llama meridiano magnético. Al ángulo diedro formado por el meridiano magnético y el geográfico se le llama declinación magnética. Este ángulo (fig. 597 *b*) resulta igual al formado por el eje magnético de una aguja que gira en un plano horizontal con la meridiana (línea Norte - Sur) del lugar. La declinación magnética en Buenos Aires es en *la actualidad* igual a 2°, colocándose el polo norte hacia el Este. Tanto la declinación como la inclinación magnética de un lugar varían en el transcurso del tiempo. Influyen en estas variaciones múltiples factores, predominando la actividad solar.

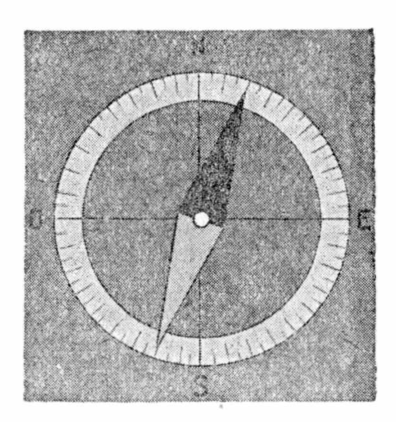


Fig. 597 *b*.—Declinación magnética. Brújula.

La figura 598 representa un aparato con el cual puede medirse la inclinación magnética. Para esto el círculo vertical debe colocarse en el plano del meridiano magnético. Para medir la declinación hace falta determinar por medidas astronómicas la posición del meridiano del lugar.

Los puntos de la Tierra en que la inclinación magnética es cero están situados sobre una curva *no plana* que se llama *ecuador magnético.* El ecuador magnético se aparta en algunos puntos en más de 15° del ecuador geográfico.

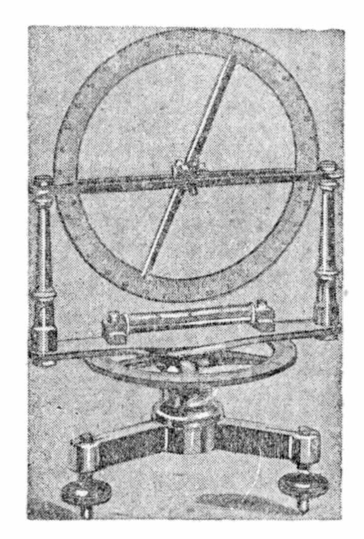


Fig. 598. — Brújula de declinación e inclinación.

Componente horizontal. — Representemos por el vector *OC* (fig. 599) a la intensidad del campo magnético en un punto *O*. Descompongamos este vector en uno horizontal *OH* y en otro ver-

tical OV. El ángulo HOC es igual a la inclinación magnética. El vector OH es la componente horizontal del magnetismo terrestre en el punto O. Esta componente horizontal H es igual a la intensidad del campo C por el coseno de la inclinación:

$$H = C \cos i.$$

Experimentalmente se determina, como veremos, la componente H; conociendo el ángulo i puede calcularse el valor de C. El valor de H en Buenos Aires es igual a 0,23 gauss.

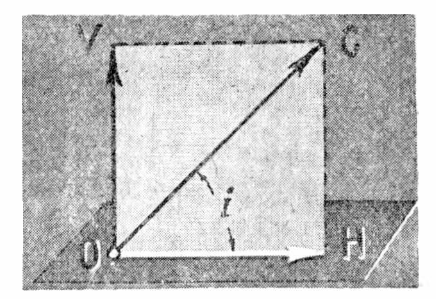


Fig. 599. — Componente horizontal.

316. Determinación de H y del momento magnético de un imán. — Las flechas blancas de la figura 600 representan la dirección y el sentido de las componentes horizontales del magnetismo terrestre en cierta región. Tratándose de extensiones pequeñas este *campo será uniforme*: líneas de fuerza paralelas e intensidad constante. Coloquemos en el campo un imán en forma de barra que pueda girar alrededor de un eje vertical que pasa por O. Si dejáramos al imán moverse libremente se colocaría paralelamente a las líneas de fuerza. Pero obliguémoslo por la acción de un resorte a permanecer perpendicular a las líneas de fuerza.

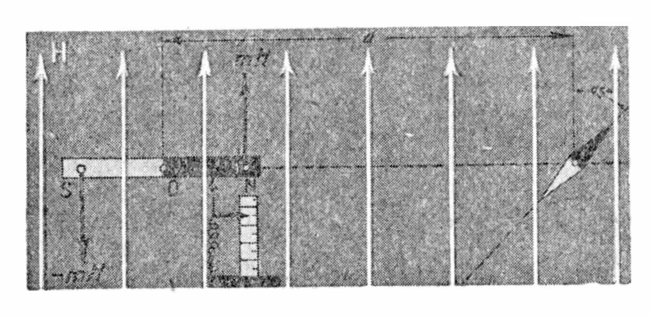


Fig. 600. — Determinación de *H*.

Sobre el polo norte del imán actuará una fuerza igual a mH; sobre el polo sur otra fuerza igual a $-mH$. Estas dos fuerzas iguales, paralelas y opuestas constituyen una cupla. Esto es así, ya que en cualquier imán la *masa magnética norte es igual a la masa magnética sur*. Si estas masas no fueran iguales las fuerzas que actuarían sobre ambos polos de un imán, colocado en un campo magnético, producirían además de *una rotación una traslación*. Como en ningún caso se ha observado esta traslación de un imán colocado en un *campo magnético uniforme* debe concluirse que la masa magnética norte es igual a la masa magnética sur.

Si los puntos de aplicación de las fuerzas mH y $-mH$ están separados por la distancia l, el momento de la cupla que tiende a hacer girar la barra es:

$$\textbf{Momento mecánico} = mHl.$$

Al producto ml, *de la masa magnética* m *de uno de los polos por la distancia* l *que separa al polo norte del sur, supuestos ambos concentrados en puntos geométricos, se le llama momento magnético del imán.* Siendo M el momento magnético se tendrá por ser $M = ml$:

$$\text{Momento mecánico} = MH.$$

Si el resorte de la figura que equilibra a la cupla, ejerce una fuerza F, siendo a la distancia entre esta fuerza y el punto de giro O, el momento mecánico de la misma será Fa. Estando la barra en equilibrio deberá ser:

$$MH = Fa.$$

El segundo miembro de esta fórmula es conocido, pues se puede medir F y a. Pero del primer miembro no conocemos ni M ni H. Como tenemos dos incógnitas necesitamos otra ecuación. Para esto tomamos una pequeña aguja imantada que deslizamos a lo largo de la mesa de trabajo en la dirección de la barra hasta que su eje se coloque formando un ángulo de 45° con la dirección de las líneas de fuerza del campo magnético horizontal. Cuando esto suceda, *la intensidad del campo magnético originado por la barra imantada en el lugar que ocupa la aguja será igual a* H.

Llamando d a la distancia entre el centro de la barra y la aguja, el polo norte de la barra dista de ella en:

$$d - \frac{l}{2}; \quad \text{y el polo sur en:} \quad d + \frac{l}{2}.$$

La intensidad del campo magnético originado por ambos polos de la barra en el lugar ocupado por la aguja es, de acuerdo a la ley de Coulomb:

$$\frac{m}{(d - l/2)^2} - \frac{m}{(d + l/2)^2}.$$

Efectuando las operaciones y considerando que l es pequeña con respecto a d, resulta para la expresión del campo, que sabemos debe ser igual a H:

$$H = \frac{2\,ml}{d^3}.$$

Como ml es igual a M se tiene:

$$\frac{M}{H} = \frac{d^3}{2}.$$

Conociendo el producto MH y el cociente M/H pueden determinarse M y H.

El método expuesto se debe a GAUSS. En cuanto al producto MH se le determina con mayor precisión por *métodos dinámicos*, midiendo el tiempo de oscilación de la barra en el campo magnético.

Se tiene, pues, un método para determinar simultáneamente la componente horizontal del magnetismo terrestre y el momento magnético de un imán en forma de barra.

COMPORTAMIENTO DE LAS SUBSTANCIAS EN UN CAMPO MAGNÉTICO

317. Cuerpos ferromagnéticos. — Un trozo de hierro es atraído fuertemente por un imán; aunque con menor fuerza, también son atraídos el níquel, el cobalto y algunos compuestos de hierro. Estos materiales que se comportan en forma parecida al hierro se llaman *ferromagnéticos*. Consideremos una barra de un material ferromagnético colocada entre los polos de un imán inductor (fig. 601). La barra se imantará por influencia, disponiéndose los polos en la forma que indica la figura. Esta barra imantada tendrá cierto momento magnético M.

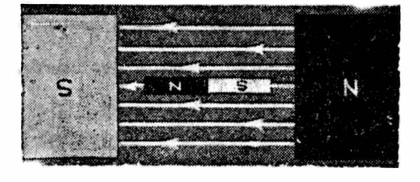


Fig. 601.

Se llama intensidad de imantación de una barra o imantación específica media, al cociente entre el momento magnético de la misma y su volumen:

$$I = \frac{M}{V}.$$

Si esta barra se imanta por la acción de un campo inductor H_i, *se llama susceptibilidad magnética del material, al cociente entre la imantación específica y el campo inductor* H_i.

$$\text{Susceptibilidad} = k = \frac{I}{H_i}.$$

Este campo inductor recibe el nombre de fuerza magnetizante. No debe creerse que el campo inductor H_i sea igual al campo primitivo H_0. En la orientación de los imanes elementales del material, influye no sólo el campo primitivo H_0, donde colocamos la barra, *sino también el campo magnético de la misma barra.* Si ésta es muy larga y delgada, la acción de los polos de la misma, situados en los extremos, es despreciable. Sólo en ese caso, el campo inductor se confunde con el primitivo. Se supone la barra o el alambre colocado en la dirección de las líneas de fuerza del campo primitivo.

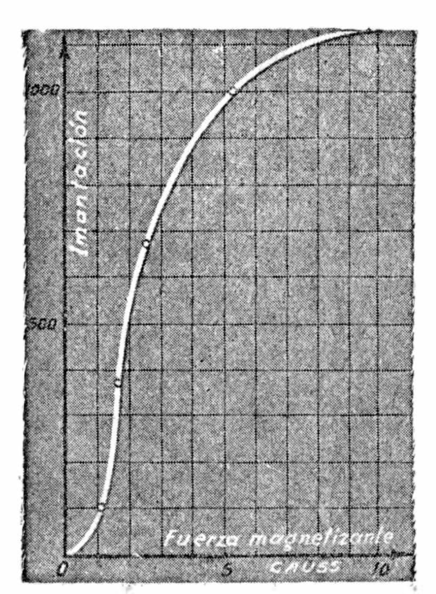


Fig. 602. — Imantación del hierro.

La figura 602 representa la imantación de un hierro dulce en función de la fuerza magnetizante H_i. Si la susceptibilidad del material fuera constante, debería obtenerse una recta. Para cierto valor del campo, H_s, la imantación no aumenta más: se ha alcanzado la *saturación*, que corresponde a cuando los imanes moleculares están *todos* dispuestos paralelamente. Podemos caracterizar los *materiales ferromagnéticos*, diciendo que en ellos *la susceptibilidad magnética es positiva y depende del campo inductor.*

El cobalto tiene susceptibilidad máxima igual a 14 en un campo de 25 gauss; el níquel alcanza su mayor susceptibilidad, igual a 24, en un campo de unos 10 gauss; y el hierro dulce llega a tener una susceptibilidad igual a 250 en un campo de 650 gauss. Estos datos se resumen en el cuadro siguiente:

SUBSTANCIA	CAMPO	SUSCEPTIBILIDAD MÁXIMA
Cobalto	25 gauss	14
Níquel	10 „	24
Hierro	650 „	250

318. Cuerpos paramagnéticos y diamagnéticos. — FARADAY descubrió, operando con potentes electroimanes, que un campo magnético intenso actúa sobre todas las substancias. Si los polos del electroimán terminan en punta (fig. 603), suspendiendo entre los mismos pequeñas barritas de diferentes substancias, se observa que en algunos casos éstas se disponen paralelamente a las líneas de fuerza (a) y en otros perpendicularmente a ellas (b).

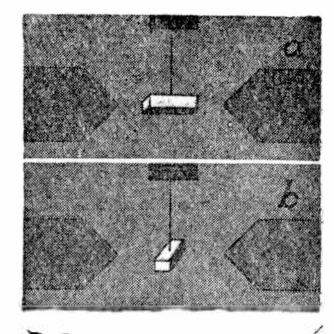


Fig. 603. — Paramagnetismo (*a*) y diamagnetismo (*b*).

En el primer caso (a) se dice que la substancia es paramagnética; en el segundo (b) que es diamagnética.

Platino, paladio, sodio, potasio, etc., son paramagnéticos.

El bismuto en cambio es diamagnético. Una esfera de bismuto es repelida por un polo de un electroimán en el instante en que éste se excita por una corriente eléctrica.

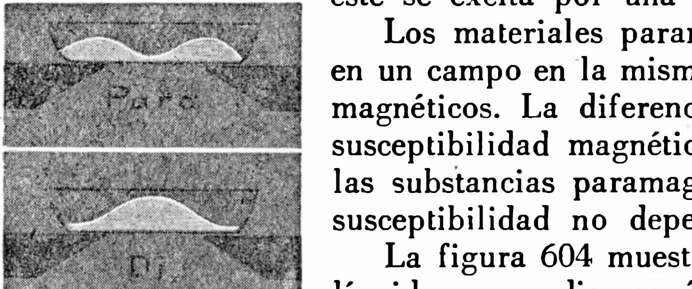


Fig. 604. — Caso de líquidos.

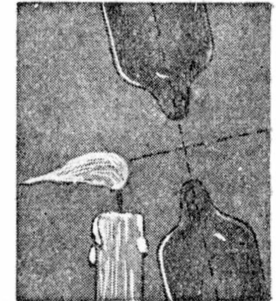
Los materiales paramagnéticos se imantan en un campo en la misma forma que los ferromagnéticos. La diferencia consiste en que la susceptibilidad magnética es *muy pequeña* en las substancias paramagnéticas y además esta susceptibilidad no depende del campo.

La figura 604 muestra cómo se dispone un líquido para o diamagnético colocado entre los polos de un fuerte electroimán.

La figura 605 muestra la repulsión que experimentan los gases de una llama, que se comportan diamagnéticamente. En los materiales diamagnéticos la susceptibilidad magnética es negativa.

Resumiendo, siendo k la susceptibilidad:

Ferromagnetismo: $k > 0$ *y depende del campo.*
Paramagnetismo: $k > 0$ *y no depende del campo.*
Diamagnetismo: $k < 0$ *y no depende del campo.*


Fig. 605.—Caso de gases.

319. Influencia de la temperatura. — En los materiales ferromagnéticos se observa, si se aumenta la temperatura, que cuando ésta alcanza cierto valor dejan de ser atraídos por un imán, es decir que pierden sus propiedades magnéticas. Esa temperatura para la cual la susceptibilidad magnética disminuye bruscamente se llama *temperatura de Curie.* Para el hierro la tem-

peratura de Curie es de unos 750° C, para el níquel 350° C y para el cobalto 1 100° C.

Si se suspende una barrita de níquel entre los polos de un electroimán en la forma indicada en la figura 606 se constata que al ser calentada con un mechero llega un momento en que *de golpe* deja de ser orientada por el campo magnético.

Se constata además que en todos los materiales la susceptibilidad magnética depende de la temperatura, *disminuyendo aquélla al aumentar ésta.*

PROBLEMAS

1. *Dos polos de dos imanes iguales distantes en 10 cm se repelen con una fuerza de 64 dinas. Hallar la masa magnética de los mismos.*

$$m = d\sqrt{F} = 80 \text{ unidades C. G. S.}$$

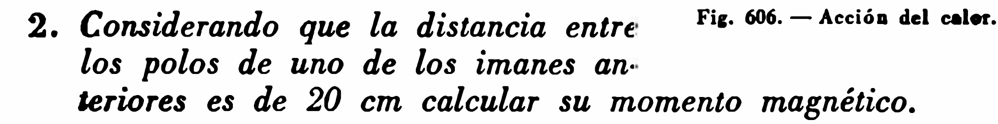


Fig. 606. — Acción del calor.

2. *Considerando que la distancia entre los polos de uno de los imanes anteriores es de 20 cm calcular su momento magnético.*

$$M = ml = 1\,600 \text{ unidades C. G. S.}$$

3. *Siendo la componente horizontal* H = *0,2 gauss, calcular el momento mecánico de la cupla que actúa sobre el imán anterior cuando se le coloca perpendicularmente a las líneas de fuerza.*

$$\mathcal{M} = MH = 320 \text{ dinas} \times \text{centímetro.}$$

4. *Hallar la imantación media del imán anterior suponiendo que tiene una sección de 1 cm² y 25 cm de longitud.*

$$I = \frac{M}{V} = 64 \text{ unidades C. G. S.}$$

5. *Se han obtenido* (párrafo 316) *los siguientes valores*:

$$F = 500 \text{ dinas}; \qquad a = 5 \text{ cm}; \qquad d = 50 \text{ cm.}$$

Hallar M *y* H.
Se tiene:

$$MH = Fa; \qquad \frac{M}{H} = \frac{d^3}{2}.$$

Multiplicando estas igualdades:

$$M^2 = \frac{Fad^3}{2}; \qquad M = \sqrt{\frac{Fad^3}{2}};$$

y dividiéndolas:

$$H^2 = \frac{2\ Fa}{d^3}; \qquad H = \sqrt{\frac{2\ Fa}{d^3}}.$$

Substituyendo los valores numéricos:

$H = 0{,}2$ gauss; $\qquad M = 12\,500$ unidades C. G. S.

6. *El imán del problema anterior tiene una longitud de 20 cm y una sección de 5 cm². Hallar su imantación media.*

$$I = \frac{M}{V} = 125 \text{ unidades C.G.S.}$$

7. *Hallar el momento magnético que adquiere un alambre de níquel de 50 cm de longitud y 0,04 cm² de sección, colocado en un campo de 10 gauss, paralelamente a las líneas de fuerza.*
El campo inductor H_i es en este caso igual al campo primitivo $H_0 = 10$ gauss. La susceptibilidad es igual a 24, por lo que:

$$I = kH_i = 240 \text{ unidades C. G. S.}$$

Como el volumen es de 2 cm³:

$$M = VI = 480 \text{ unidades C. G. S.}$$

8. *Hallar las masas magnéticas de los polos del alambre anterior, supuestas en los extremos* (l = *50 cm*).

$$M = ml; \qquad m = M/l = 9{,}6 \text{ unidades C. G. S.}$$

CAPÍTULO XXV

ELECTROESTÁTICA

320. Electrización por frotamiento. — Ya los antiguos griegos conocían la curiosa propiedad del *ámbar* (en griego electron) que al ser frotado atrae a los cuerpos livianos, tales como barbas de pluma, trozos de papel, etc.

Todos los cuerpos se electrizan por frotamiento. — Esto puede comprobarse con el péndulo eléctrico (fig. 607) consistente en una pequeña esferita de médula de saúco suspendida por un hilo de seda. El soporte es mejor que sea de vidrio o de alguna otra substancia "*aisladora*". Frotando una barra de vidrio, ebonita, azufre, lacre, etc., con un paño de lana, se observa que al acercar la barra al péndulo éste es *primeramente atraído*. Debe procurarse en los experimentos que estas substancias estén *secas* para lo cual deben colocarse previamente en el interior de una estufa. Si se trata de un metal debe sostenerse el mismo con un mango de ebonita o vidrio (substancias aisladoras).

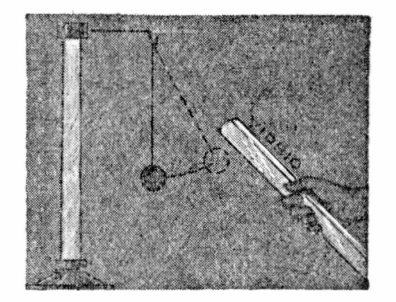


Fig. 607. — Péndulo eléctrico.

Atracción y repulsión. — La esferita del péndulo atraída por la barra de vidrio frotada es repelida luego, *después del contacto*. Lo mismo acontece si se hace el experimento con una barra de ebonita.

321. Las dos electricidades. — Para explicar los fenómenos que preceden y otros, se admite lo siguiente:

En todos los cuerpos existen íntimamente mezcladas dos *clases de electricidad o sea dos flúidos eléctricos*. Un cuerpo que no manifiesta acciones eléctricas se dice que está en *estado neutro*: en él los dos flúidos están mezclados y en igual cantidad. Estas electricidades o flúidos eléctricos reciben los nombres de *electricidad positiva* y *negativa*.

En algunos cuerpos estos flúidos eléctricos se mueven con toda facilidad: son *cuerpos conductores*. Los metales, el aire húmedo, etc., son buenos conductores. En cambio, vidrio, ebonita, porcelana, etc., son *aisladores*. Algunos cuerpos, como la madera seca, se comportan como *semiconductores*.

Estos flúidos eléctricos se comportan del modo siguiente: *Electricidades de igual nombre se repelen, de distinto nombre se atraen.* Al frotar una barra de vidrio con un trozo de lana el vidrio se electriza. A la electricidad que adquiere el vidrio se conviene en llamarla *positiva*. La que adquiere la ebonita *negativa*. Se explica esto admitiendo que al frotar el vidrio pasa parte de su electricidad negativa a la lana o electricidad positiva de la lana al vidrio. De aquí que dos cuerpos frotados se carguen con electricidades de nombre contrario. Para verificar esto, el trozo de lana que se utiliza para frotar, debe tenerse con un mango aislador.

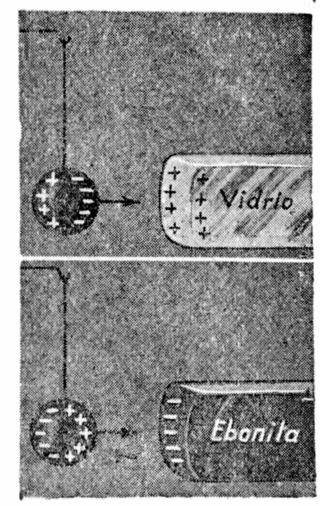


Fig. 608. — Atracción eléctrica.

Recapitulación y explicación de los experimentos de atracción y repulsión. — Frotando vidrio o ebonita el péndulo es atraído. Se explica esta atracción porque las dos electricidades de la esferilla pendular se disponen como muestra la figura 608. La electricidad positiva del vidrio atrae a la negativa de la esferilla y rechaza a la positiva. Estando así más cerca electricidades de diferente nombre debe haber atracción. Si la esferilla toca al vidrio se carga por contacto con electricidad positiva y entonces es *repelida por el vidrio*. Si estando cargada con electricidad positiva se acerca una barra de ebonita que ha sido frotada, ésta la atrae. Dos péndulos eléctricos cargados con electricidades del mismo nombre (fig. 609) se repelen. En cambio cargados con electricidades de distinto nombre se atraen.

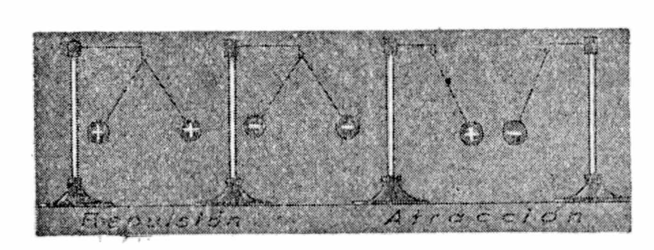


Fig. 609. — Repulsión y atracción eléctrica.

322. Electroscopio. — Consiste este sencillo aparato (fig. 610) en una esferilla de metal unida a unas hojuelas muy delgadas de

oro por una varilla también de metal. Esta varilla atraviesa un tapón de ebonita *que aisla* el metal del resto de la caja. Las hojuelas recorren un cuadrante graduado. Si se toca el electroscopio con una barra de vidrio electrizada las hojuelas se cargarán ambas positivamente y se separarán formando cierto ángulo. Lo mismo acontece si se le carga con electricidad negativa.

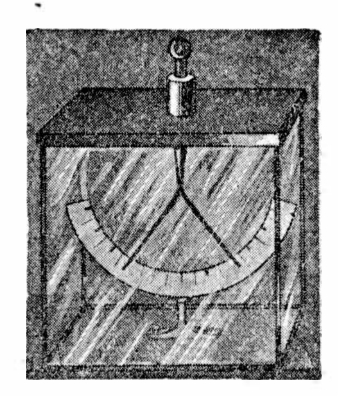


Fig. 610. — Electroscopio.

Si estando el electroscopio cargado se toca la esferilla con la mano las hojas caen.

Esto revela que el cuerpo humano es buen conductor de la electricidad que pasa *del electroscopio a tierra* a través del cuerpo. Lo mismo ocurre si se le une a tierra con una cadena metálica y también con una regla de madera, aunque esté seca. En cambio tocando el electroscopio con una varilla de porcelana, vidrio, ebonita, etc., no se descarga. En el aire húmedo se descarga rápidamente lo que prueba que ese medio es buen conductor de la electricidad.

323. **Máquina electroestática de frotamiento.** — Si se hace girar un disco de vidrio (fig. 611) entre dos almohadillas contra las cuales frota, el vidrio se cargará positivamente. Esta electricidad positiva "*se recoge*" por medio de unos peines metálicos que comunican con una esfera metálica y aislada por un soporte de vidrio. La esfera se carga con electricidad positiva.

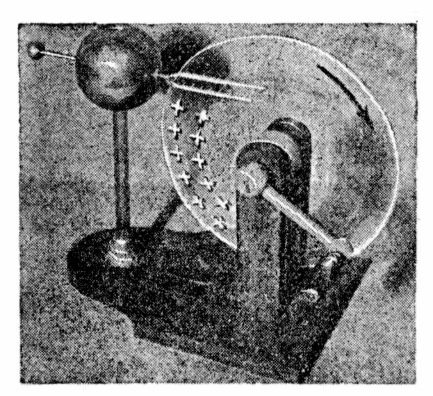


Fig. 611. — Máquina eléctrica de frotamiento.

Los peines o colectores se comportan como si absorbieran la electricidad del vidrio sin tocarlo. Esto se debe a un efecto de las puntas que estudiaremos más adelante.

324. **Influencia eléctrica.** — Con sólo acercar la barra de vidrio frotada al electroscopio las hojas de éste divergen (fig. 612 I) pues, por influencia, la electricidad negativa del electroscopio, atraída por la positiva del vidrio se acumula en la esferilla en tanto que las hojas se cargan positivamente. Si tocamos ahora el electroscopio (II) *sin retirar la barra de vidrio* observaremos que las hojas caen. Si dejamos de tocar el electroscopio y no retiramos la barra

de vidrio, permaneciendo ésta a la misma distancia (III) las hojas siguen caídas. Si retiramos ahora la barra de vidrio el electroscopio (IV) queda cargado con *electricidad negativa. Se ha cargado por*

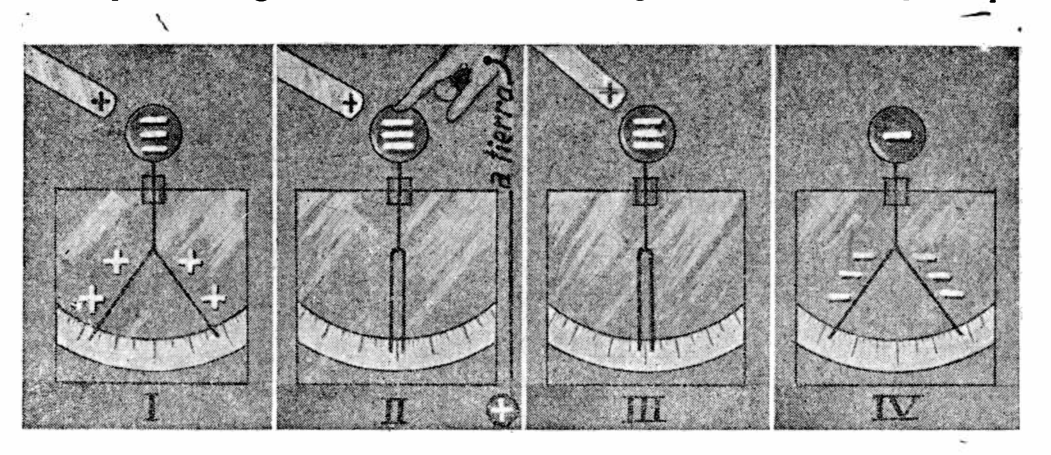
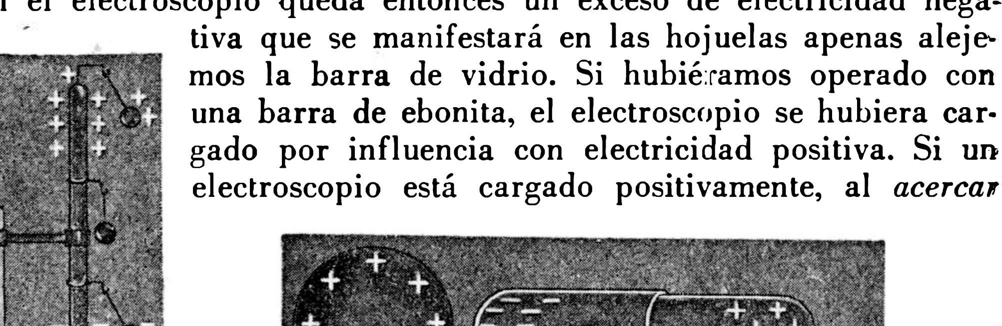


Fig. 612. — Modo de cargar un electroscopio por influencia.

influencia. Cuando en II tocamos con la mano el electroscopio, se va a tierra *parte de la electricidad positiva* pues siendo ésta repelida por la electricidad del vidrio tiende a alejarse lo más posible. En el electroscopio queda entonces un exceso de electricidad negativa que se manifestará en las hojuelas apenas alejemos la barra de vidrio. Si hubiéramos operado con una barra de ebonita, el electroscopio se hubiera cargado por influencia con electricidad positiva. Si un electroscopio está cargado positivamente, al *acercar*



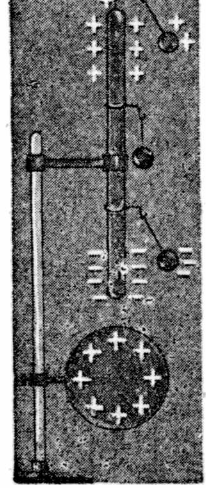


Fig. 613. — Influencia eléctrica.

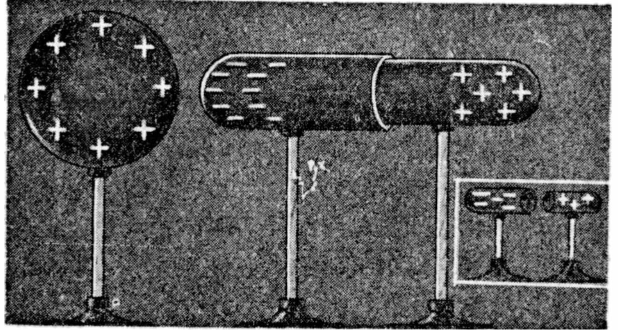


Fig. 614. — Las cargas inducidas pueden separarse.

una barra de vidrio frotada aumenta la divergencia de las hojas y disminuye si *se acerca* una barra de ebonita. Si se tiene un cilindro metálico en un soporte aislador (fig. 613) por la influencia de

una carga eléctrica se distribuyen las cargas en el mismo en la forma que muestra la figura. En la parte central el cilindro permanece en estado neutro. Con dos semicilindros metálicos (fig. 614) *pueden separarse las cargas producidas por influencia.*

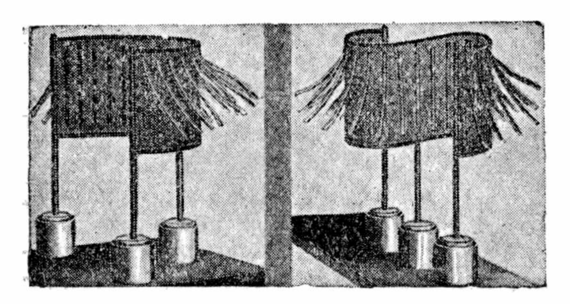


Fig. 615. — Los papeles se separan sólo en la parte convexa.

325. **Distribución de la electricidad en la superficie de los conductores.** — Si se carga con una máquina eléctrica una tela metálica (figura 615), se observa que los papelitos de seda suspendidos de la misma, que hacen las veces de electroscopios, divergen sólo en las partes convexas de la tela. Sea una esfera hueca electrizada. Toquemos su superficie exterior

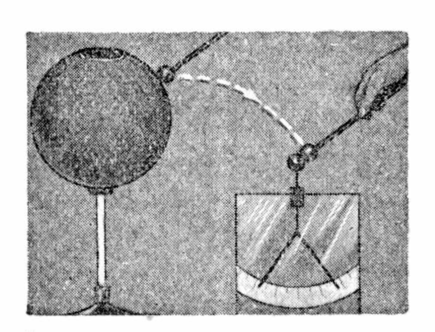


Fig. 616. — La electricidad reside en la superficie de los conductores.

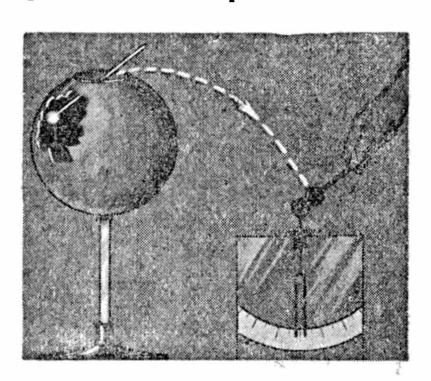


Fig. 617. — No se transporta nada.

con una esferita metálica provista de un mango aislador (fig. 616). A esta esferita se la llama *plano de prueba* pues puede utilizarse también un pequeño disco metálico. Si llevamos luego el plano de prueba al electroscopio las hojas de éste se abrirán. Hemos transportado así, con el plano de prueba, cierta carga eléctrica desde la esfera al electroscopio. Si hubiéramos tocado la esfera metálica en el interior (fig. 617) no habríamos *transportado* carga alguna. Se explica esta distribución de la electricidad en la superficie exterior de los conductores teniendo en cuenta que electricidades de igual nombre se repelen. Estando la esfera cargada y repeliéndose estas

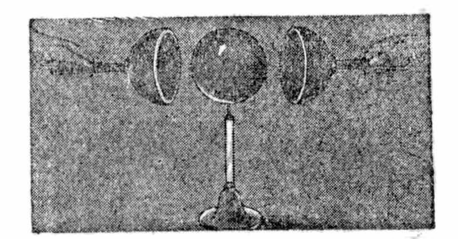


Fig. 618.

cargas mutuamente tenderán a ubicarse en la parte exterior del conductor.

Se explica así, que si se recubre una esfera metálica cargada con dos semiesferas también metálicas pase toda la electricidad de la primera a las últimas.

326. Densidad eléctrica. — Si se tiene un conductor cargado, de la forma que muestra la figura 619, y se transportan con un plano de prueba cargas eléctricas a un electroscopio, se encuentra que las hojuelas divergen más cuando el plano de prueba se puso en contacto con las partes del conductor de *mayor curvatura*. El plano de prueba toma más electricidad al ponerse en contacto con la punta. ***Densidad eléctrica en un punto de un conductor es el cociente entre la carga eléctrica contenida en una pequeña superficie que rodea a ese punto y dicha superficie.*** Llamando ς a la densidad eléctrica y siendo e la carga eléctrica contenida en la superficie S se tiene por definición:

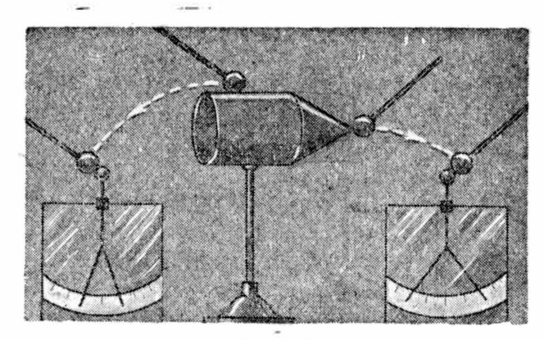


Fig. 619. — Densidad eléctrica.

$$\varsigma = \frac{e}{S}.$$

Si se conviene en representar la densidad eléctrica en cada punto de un conductor por un segmento rectilíneo perpendicular a la superficie del mismo y de longitud proporcional a la densidad eléctrica, uniendo los extremos de esos segmentos, se obtiene para determinado conductor una idea acerca de cómo se distribuye en él la electricidad (fig. 620).

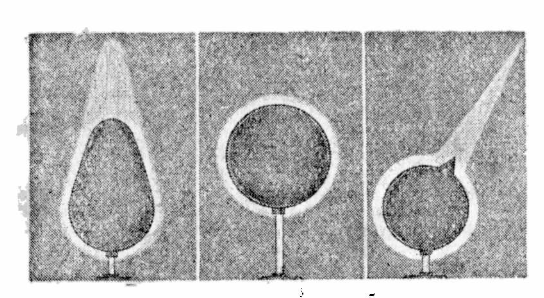


Fig. 620. — Densidad eléctrica.

327. Acción de las puntas. Pararrayos. — Como la densidad eléctrica en las puntas es muy grande, *el aire* en contacto con ellas se electriza y es repelido lo que se revela acercando una bujía encendida (fig. 621). A causa de esto, por reacción, gira el llamado

molinete eléctrico cuando se le conecta con una máquina eléctrica (fig. 622). En el vacío el molinete no funciona. Brevemente se dice que "*la electricidad se escapa por las puntas*". Esto tiene su aplicación en los pararrayos inventados por FRANKLIN. Una nube con carga eléctrica origina por influencia en el suelo cargas de nombre contrario. (fig. 624). La atracción entre estas cargas puede llegar a ser tan grande como para hacer que salte entre las mismas una *chispa eléctrica* de enormes dimensiones análogas a las pequeñas chispas que se producen con una máquina eléctrica. Los relámpagos son descargas eléctricas entre nubes: en estas descargas se "*recombinan*" las dos electricidades. Una descarga eléctrica entre una nube y el suelo constituye la "*caída de un rayo*" (fig. 624). En el edificio que se piensa proteger contra la caída de los rayos se colocan una o varias barras metálicas terminadas en punta y unidas por un conductor al suelo (fig. 625). De este modo, la electricidad que se escapa por las puntas del pararrayo tiende a neutralizar la electricidad de la nube. En caso de producirse la descarga eléctrica, la electricidad correrá por el conductor hasta tierra sin dañar el edificio.

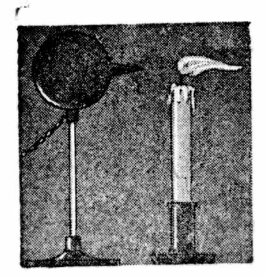


Fig. 621. — Viento "eléctrico".

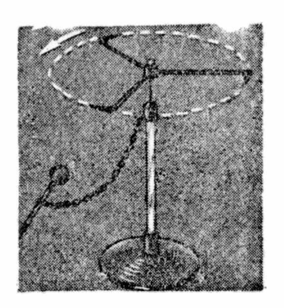
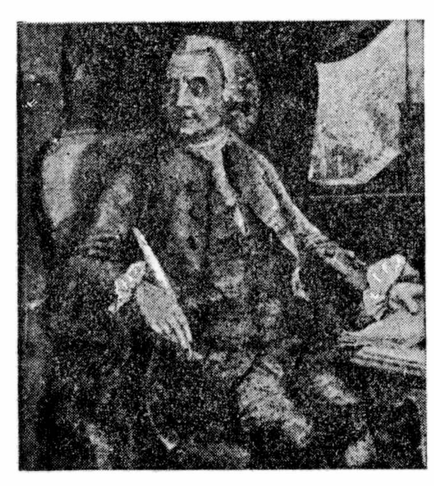


Fig. 622. — Molinete eléctrico.

Si se coloca un cuerpo metálico con puntas (fig. 626) frente a otro cargado, la electricidad de éste atrae a la de nombre contrario y rechaza a la de igual nombre. La electricidad atraída se escapa por las puntas y neutraliza a la del conductor que estaba cargado. Queda así el cuerpo con puntas cargado eléctricamente como si hubiera absorbido la electricidad del cuerpo inductor. Éste es el llamado "*poder absorbente de las puntas*" ya mencionado al explicar la máquina eléctrica.



Benjamín Franklin (1706 - 1790).

328. Relación entre la carga inductora y la inducida. — Conectando un cilindro hueco aislado (fig. 627) con un electroscopio

pueden efectuarse los experimentos siguientes: I) Se introduce en el interior del cilindro una esfera cargada que, para fijar ideas, supondremos con carga positiva. Si la esfera toca las paredes interiores del cilindro el electroscopio se carga positivamente y sus hojuelas alcanzan, digamos, la división 10. Al sacar la esfera se constata que se encuentra en estado neutro, como es natural, pues toda su carga ha pasado al cilindro y al electroscopio.

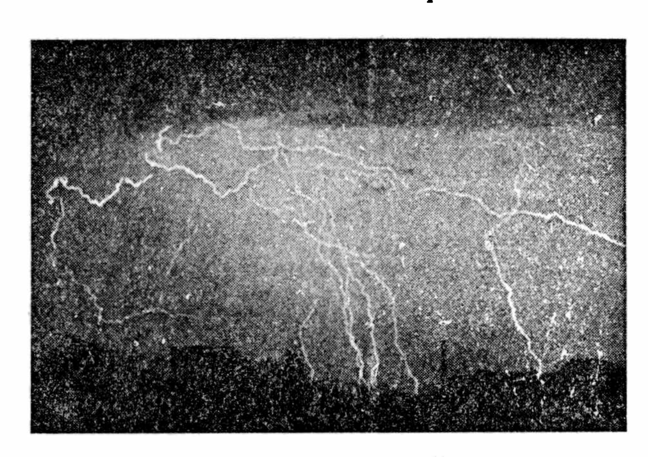


Fig. 624. — Descargas eléctricas atmosféricas.

II) Introducimos la esfera cargada en el cilindro, inicialmente descargado, sin tocarlo. La esfera tiene la misma carga de antes. El electroscopio se carga también positivamente hasta la división 10. Si se retira la esfera vuelven el cilindro y el electroscopio al estado neutro.

III) Estando la esfera en el interior del cilindro comunicamos éste con tierra tocándolo simplemente con la mano. En el momento de tocar, las hojas caen. La electricidad positiva se ha ido a tierra. Las hojas siguen caídas mientras la esfera cargada está en el interior del cilindro. Al sacar la esfera del interior (IV) las hojas del electroscopio se abren, quedando éste y el cilindro cargado negativamente. Las hojuelas llegan otra vez hasta la división 10. *Esto prueba que cuando el cuerpo inducido rodea por completo al inductor la carga eléctrica inducida es igual y de signo contrario a la carga inductora.*

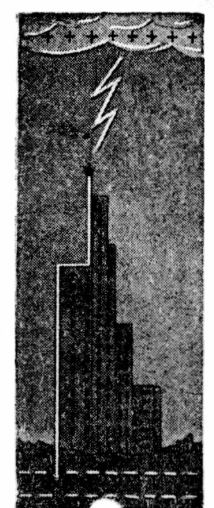


Fig. 625. — Pararrayo.

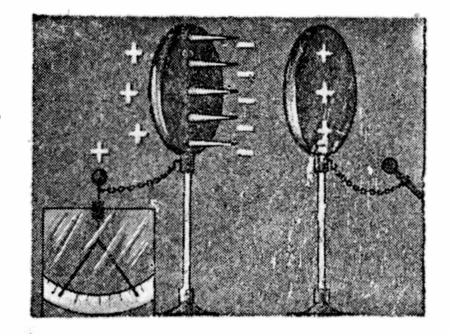


Fig 626. — Acción absorbente de las puntas.

Si con mangos aisladores apropiados se frotan dos cuerpos en el interior del cilindro precedente, llamado de Faraday, no se observa en el electroscopio la más mínima desviación.

Esto prueba que los cuerpos al frotarse se cargan con electricidades de distinto nombre. Las hojas del electroscopio divergen si se

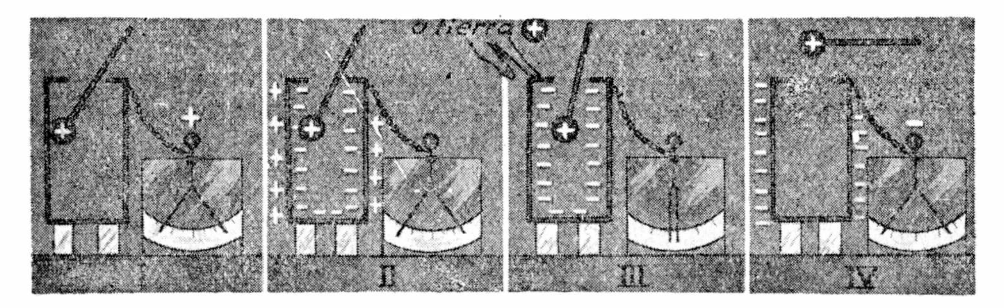


Fig. 627. — Cilindro de Faraday.

retira del interior del cilindro uno de los cuerpos. Esto prueba que durante el frotamiento *la electricidad no se crea*: pasa simplemente de un cuerpo frotado al otro. *La electricidad se comporta entonces como una verdadera substancia*: *no se crea ni se destruye.*

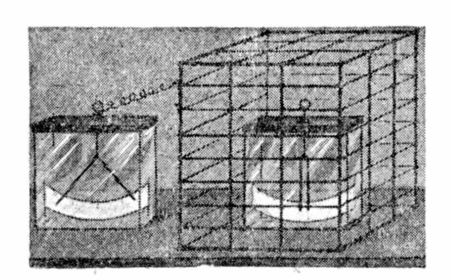


Fig. 628. — Jaula de Faraday.

Caja de Faraday. — En el interior de una caja o jaula metálica las acciones eléctricas ejercidas desde el exterior no se manifiestan (fig. 628). Aunque la caja se conecte con una máquina eléctrica poderosa los electroscopios *aislados* en su interior no acusan carga alguna. Aprovechando esta propiedad los edificios con pararrayos se unen a tierra por varios conductores que forman una especie de jaula de Faraday de protección (fig. 629).

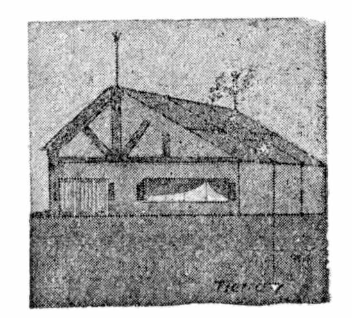


Fig. 629. — Pararrayo y jaula de Faraday.

MÁQUINAS ELÉCTRICAS DE INFLUENCIA

329. Electróforo de Volta. — Un disco de ebonita (fig. 630) apoyado en otro metálico y otro disco de latón con un mango aislador constituyen el electróforo de VOLTA que es la máquina de influencia más simple. Al frotar la ebonita con un paño de lana se carga negativamente. Colocando sobre ella (fig. 631) el disco de latón la electricidad positiva de éste irá hacia la parte inferior y la negativa hacia arriba. Si se toca ahora el disco con la mano (parte infe-

rior de la figura) la electricidad negativa de él se irá a tierra y quedará cargado positivamente. Esta carga puede utilizarse para cargar electroscopios, esferas metálicas, etc. La operación puede repetirse cuantas veces se quiera pues con ello no se disminuye la

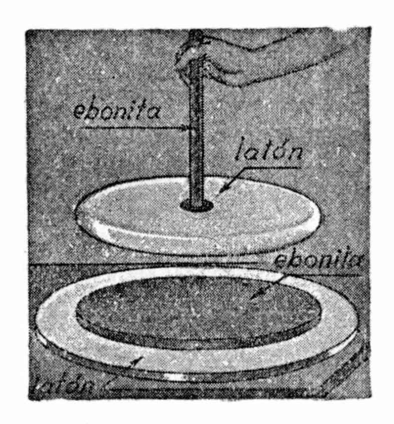


Fig. 630. — Electróforo.

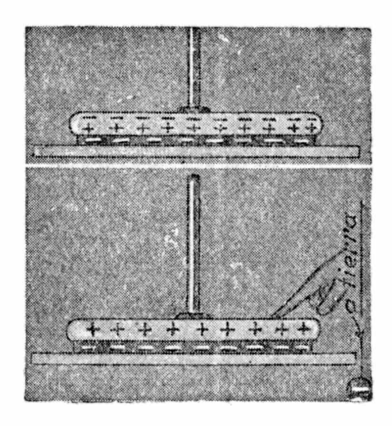


Fig. 631. — Electróforo.

carga del disco de ebonita. Ésta se conserva mejor con el disco metálico de abajo, pues en él aparecen por influencia cargas positivas y las negativas se van a tierra. Las cargas positivas del disco metálico de abajo retienen la carga negativa de la ebonita.

La energía que suministra la máquina proviene del trabajo mecánico que se efectúa al separar el disco de latón cargado positivamente del disco de ebonita, con carga negativa, que lo atrae.

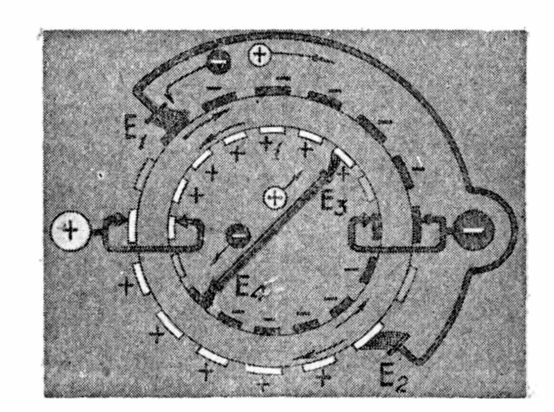


Fig. 632. — Máquina de influencia.

330. Máquina de Wimshurst. —Sean dos cilindros coaxiales de vidrio que giran con igual velocidad angular en sentido opuesto (fig. 632). Estos cilindros llevan unas piezas metálicas salientes que rozan contra unas escobillas o pinceles metálicos E, que comunican dos a dos entre sí con varillas metálicas. Supongamos que el "*sector*" metálico 1 tenga una carga positiva. Cuando esta carga pase frente a la escobilla E_1 atraerá a la electricidad negativa de la misma y rechazará a la positiva. Los *sectores* metálicos se cargarán negativamente

al rozar con E_1 y positivamente al rozar con E_2. Frente a la escobilla E_3 que roza con el cilindro interior pasan los *sectores* del cilindro exterior cargados negativamente porque han pasado por E_1. Estas cargas negativas atraen la electricidad positiva de E_3 y los sectores metálicos que rozan con E_3 se cargarán positivamente. En cambio los sectores que rozan con E_4 se cargan negativamente.

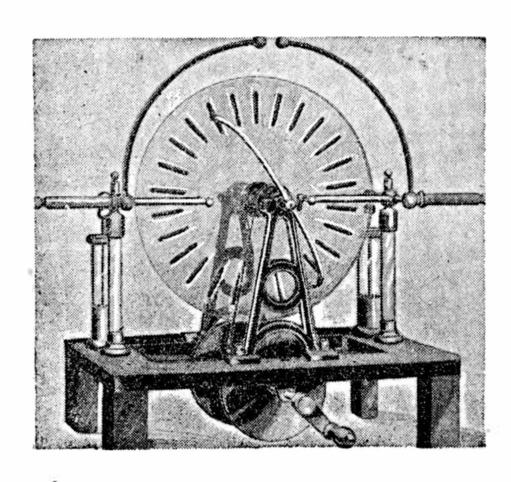


Fig. 633. — Máquina de Wimshurst.

Los peines que comunican con la esfera + recogen entonces la electricidad positiva y los que comunican con la esfera — la negativa.

La carga inicial, necesaria para el funcionamiento de la máquina, se produce por roce con las mismas escobillas. En caso necesario puede cargarse algún sector con una barra de vidrio frotada. En realidad la máquina consiste. no en cilindros, sino en discos (fig. 633). Substituímos en la explicación éstos por aquéllos para facilitar la representación. De aquí que llamáramos sectores a las piezas metálicas.

LEY DE COULOMB. CAMPO. POTENCIAL

331. Ley de Coulomb. — En 1788 formuló COULOMB (1736-1806) la ley fundamental de la electroestática que estableció en base a medidas experimentales llevadas a cabo con la balanza de torsión inventada por él (fig. 634). La torsión de un hilo delgado puede servir para medir fuerzas pequeñas. Estableció de este modo que: *La fuerza de atracción o de repulsión entre dos cargas eléctricas, es directamente proporcional a las cargas y está en razón inversa del cuadrado de la distancia que las separa.*

Tratándose de esferas las cargas se comportan como si estuvieran concentradas en el centro de las mismas. Llamando e y e' a las cargas eléctricas y d a la distancia que las separa (fig. 635) la fuerza F, si ambas esferas están en el aire, está expresada así:

$$F = \frac{ee'}{d^2}. \qquad \text{(Ley de Coulomb)}$$

En esta fórmula hemos supuesto igual a la unidad la constante de proporcionalidad por lo cual queda definida implícitamente la unidad de carga eléctrica.

En el sistema C. G. S. la unidad electroestática de carga eléctrica es aquélla que rechaza a otra carga igual colocada a la distancia de un centímetro con la fuerza de una dina.

De acuerdo a esto si $e = 100$ y $e' = 1\,000$ unidades C. G. S.,

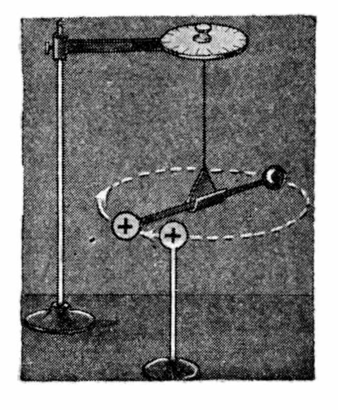


Fig. 634. — Balanza de torsión.

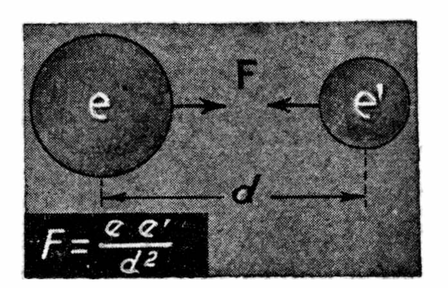


Fig. 635. — Ley de Coulomb.

siendo la distancia igual a 20 cm la fuerza será:

$$F = \frac{100 \times 1\,000}{400} = 250 \text{ dinas.}$$

Notación. — La unidad electroestática C. G. S. de carga eléctrica no tiene un nombre especial lo que hace engorroso la escritura abreviada de la misma.

Se acostumbra a escribir así:

NOMBRE COMPLETO	NOTACIÓN
Unidad electroestática C. G. S. de carga eléctrica.	u. e. e. C. G. S. de carga.

Nosotros preferiremos en lo que sigue la notación siguiente:

NOMBRE COMPLETO	NOTACIÓN
Unidad cegesimal electroestática de carga eléctrica.	u. c. e. e. — carga.

Culombio. — En el sistema práctico de unidades eléctricas se adopta como unidad de *cantidad de electricidad* el coulomb o *culombio que es igual a tres mil millones de unidades electroestáticas C. G. S.*:

$$1 \text{ Culombio} = 3 \times 10^9 \text{ u. c. e. e. — carga.}$$

Esta unidad práctica se utiliza en las medidas de la *corriente eléctrica. En electroestática* resulta una cantidad de electricidad fabulosamente grande. Calculemos para darnos cuenta de ello la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas de un culombio separadas por una distancia de un kilómetro (igual a 10^5 cm):

$$F = \frac{3 \times 10^9 \times 3 \times 10^9}{(10^5)^2} = 9 \times 10^8 \text{ dinas} = 918 \text{ Kgr.}$$

332. **Campo eléctrico.** — Una región del espacio en la cual se ejerzan acciones eléctricas es un campo eléctrico.

Intensidad de campo eléctrico en un punto es igual al cociente entre la fuerza que en ese punto se ejercería sobre una carga eléctrica positiva colocada en él y dicha carga eléctrica.

Si en un punto se ejerce la fuerza F sobre la carga eléctrica ε la intensidad $\mathcal{E}$ del campo eléctrico será:

$$\mathcal{E} = \frac{F}{\varepsilon}, \quad \text{de donde:} \quad F = \mathcal{E}\,\varepsilon.$$

La intensidad del campo eléctrico en un punto es un vector cuyo sentido coincide, *por la definición*, con el sentido de la fuerza que actuaría en ese punto sobre una carga positiva.

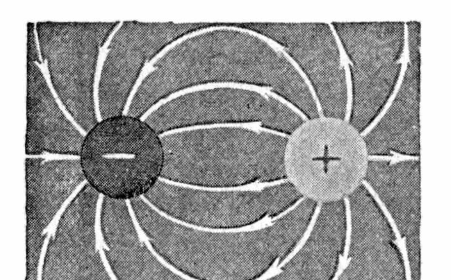


Fig. 636. — Líneas de fuerza.

Líneas de fuerza. — Una línea de fuerza de un campo eléctrico sería la trayectoria que seguiría una carga eléctrica positiva, concentrada en un punto y sin inercia, situada en el campo. Esta definición es análoga a la de las líneas de fuerza de un campo magnético.

Las líneas de fuerza (fig. 636) *nacen en las cargas positivas y mueren o terminan en las negativas.*

Esta representación del campo por medio de líneas de fuerza ayuda a comprender mejor los fenómenos eléctricos. Los experimentos del párrafo 328 se comprenden de inmediato. La carga inducida, cuando el cuerpo inducido rodea al inductor debe ser igual a la carga inductora pues las líneas de fuerza del cuerpo inductor terminan (o nacen) *todas* en el inducido. La carga inducida en la caja de la figura 637 debe ser negativa e igual a las cargas positivas del interior.

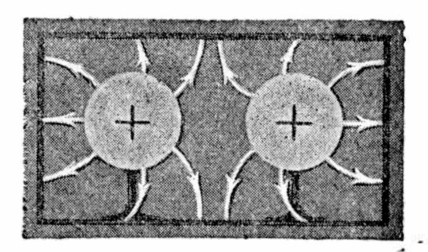


Fig. 637.

Estas líneas de fuerza del campo eléctrico deben imaginarse como especie de hilos elásticos que tienden a contraerse. Dos placas con electricidades de nombre contrario se atraen en forma parecida a como se atraerían si estuvieran unidas por resortes estirados (fig. 638). Para separar las placas se gastará un trabajo en ambos casos.

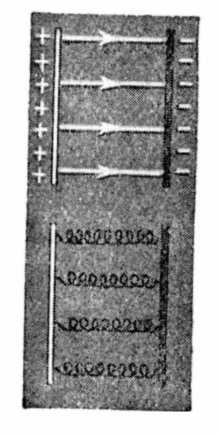


Fig. 638.

Dos cuerpos con electricidades del mismo nombre, se repelen también por la contracción de las líneas de fuerza (fig. 637).

333. **Potencial eléctrico.** — Si se acerca a un cuerpo con carga positiva (fig. 639) otro cuerpo cargado también positivamente, tendrá que efectuarse cierto trabajo.

Si se lleva la carga ε *de* A *hasta* B *por el camino 1 o por el 2, etc., el trabajo es siempre el mismo.* (Véase párrafo 244).

Se llama ***diferencia de potencial*** *entre dos puntos de un campo eléctrico al cociente entre el trabajo que se realiza para transportar entre los mismos a una carga eléctrica y el valor de dicha carga.* Si la carga transportada es ε y el trabajo es T la diferencia de potencial $V_B - V_A$ *será*:

$$V_B - V_A = \frac{T}{\varepsilon}, \quad \text{de donde:}$$

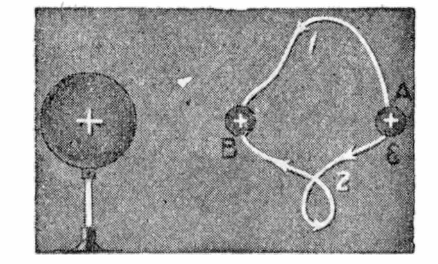
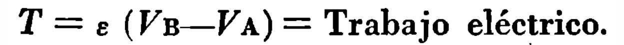


Fig. 639. — Potencial.



$$T = \varepsilon\,(V_B - V_A) = \textbf{Trabajo eléctrico.}$$

Unidades. — *Se dice que entre dos puntos de un campo eléctrico existe la unidad cegesimal electroestática de diferencia de potencial,*

cuando se gasta el trabajo de un ergio para transportar entre los mismos la unidad cegesimal electroestática de carga eléctrica.

A la unidad práctica de diferencia de potencial se la llama volt o voltio. *Entre dos puntos de un campo eléctrico existe la diferencia de potencial de un voltio, cuando para transportar entre los mismos un culombio se gasta el trabajo de un julio.*

De la definición de diferencia de potencial y de la definición del voltio obtenemos:

$$1 \text{ voltio} = \frac{1 \text{ julio}}{1 \text{ culombio}}.$$

En cambio la *unidad cegesimal electroestática de diferencia de potencial es*:

$$1 \text{ u. c. e. e.} - \text{potencial} = \frac{1 \text{ ergio}}{1 \text{ u. c. e. e.} - \text{carga}}.$$

Se tiene entonces (ya que 1 julio $= 10^7$ erg y 1 culombio $= 3 \times 10^9$ u. c. e. e. — carga):

$$1 \text{ voltio} = \frac{10^7 \text{ erg}}{3 \times 10^9 \text{ u. c. e. e.} - \text{carga}};$$

$$\mathbf{1 \text{ voltio} = \frac{1}{300} \text{ u. c. e. e.} - \text{potencial.}}$$

De modo que 300 voltios constituyen una unidad electroestática C. G. S. de diferencia de potencial.

334. Potencial cero. — En un campo eléctrico las cargas eléctricas positivas se mueven, o tienden a moverse, de los potenciales altos a los bajos. Con las cargas negativas ocurre lo contrario (fig. 640). En esta figura la curva blanca representa el potencial originado por la carga central en función de la distancia. Hasta ahora habíamos hablado de *diferencia de potencial.* Para poder hablar del potencial de un punto es necesario *definir el potencial cero.* Lo mismo ocurre con la diferencia de altura entre dos puntos. Para hablar de la altura de un punto es necesario elegir un nivel cero. En geografía este nivel cero es el del mar. Si se tiene un único cuerpo cargado, aislado en el espacio, el campo eléctrico que él genera, se

extiende, teóricamente, hasta el infinito. En el infinito la intensidad del campo sería nula.

Puede considerarse el potencial en el infinito igual a cero. De este modo, *el potencial en un punto de un campo eléctrico, es igual al cociente entre el trabajo que se gastaría para transportar cierta carga desde el infinito hasta ese punto y el valor de dicha carga.* Esto parece excesivamente teórico. El alumno estará pensando quizá, en cómo harán los físicos para medir el potencial, si para ello tienen que hacer un viaje hasta el infinito. En el párrafo que sigue verá la razón de la definición precedente.

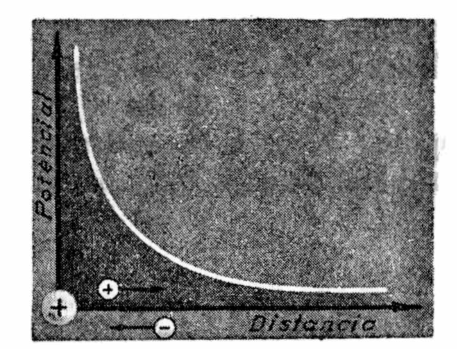


Fig. 640. — Potencial.

335. **Potencial proveniente de una única carga.** — La carga de la esfera fija de la figura 641 origina un campo eléctrico. Para fijar ideas supondremos que esa carga es positiva y la designaremos por e. Otra carga ε positiva se transporta del punto 1 al 2. Calculemos el trabajo que debemos efectuar en contra de las fuerzas del campo.

La fuerza F_1 en el punto 1 es:

$$F_1 = \frac{e\,\varepsilon}{r_1^2}; \quad \text{y en 2:} \quad F_2 = \frac{e\,\varepsilon}{r_2^2}.$$

La fuerza media entre F_1 y F_2 la calcularemos de modo que intervenga por igual en la fórmula la distancia inicial y final. En lugar de figurar en el denominador $r_1 \times r_1$ como aparece en F_1, o $r_2 \times r_2$, como aparece en F_2, haremos figurar $r_1 \times r_2$. Tendremos así para ese valor medio de la fuerza:

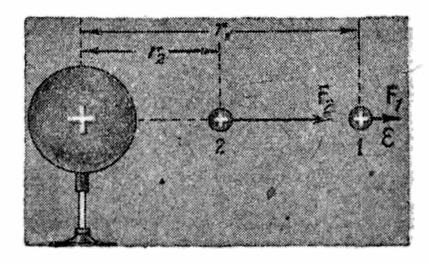


Fig. 641. — Potencial de una única carga.

$$F = \frac{e\,\varepsilon}{r_1\,r_2}.$$

Esta fuerza es mayor que F_1 y menor que F_2. El trabajo, fuerza por camino, será:

$$T = \frac{e\,\varepsilon}{r_1\,r_2}(r_1 - r_2)$$

o sea:

$$T = \varepsilon \left(\frac{e}{r_2} - \frac{e}{r_1}\right).$$

Comparando esta fórmula con la del trabajo eléctrico (parágrafo 333) se ve que la expresión entre paréntesis es la diferencia de potencial entre los puntos 2 y 1. Hagamos ahora, *en el papel*, el viaje hasta el infinito de que hablábamos en el párrafo precedente.

Si r_1 es infinito, e/r_1 es igual a cero. El potencial V_2 en el punto 2, será el cociente entre el trabajo T y la carga ε que se supone transportada desde el infinito hasta dicho punto:

$$V_2 = \frac{T}{\varepsilon}; \qquad V_2 = \frac{e}{r_2}.$$

En general, a la distancia r de *una única carga e* el potencial vale:

$$V = \frac{e}{r}.$$

336. **Potencial de un conductor.** — Como en un conductor las cargas eléctricas se mueven libremente, si la electricidad se encuentra en él en equilibrio, *el potencial deberá ser el mismo en todos sus puntos.*

Conectando un electroscopio con cualquier punto de un conductor, interior o exterior (fig. 642) *las hojas divergen siempre lo mismo, cualquiera sea la forma del conductor.*

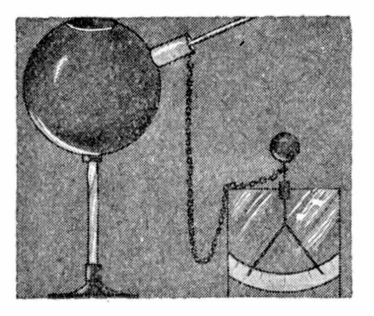


Fig. 642. — En un cuerpo cargado el potencial es igual en todas partes.

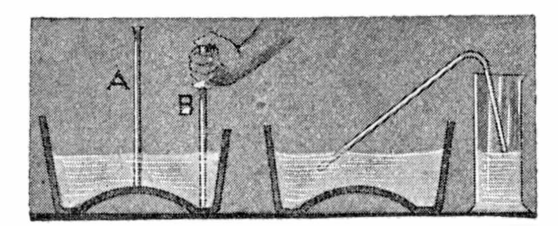


Fig. 643. — Nivel igual, profundidad diferente: Potencial igual, densidad eléctrica distinta.

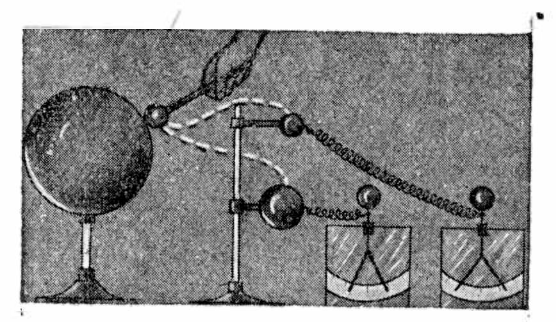
No debe confundirse el potencial con la densidad eléctrica. En el recipiente de fondo irregular de la figura 643, sacaríamos *con una pipeta* más agua de *B* que de *A*. La presión en el fondo de *B*

es también mayor que en *A* pero el nivel, *si el líquido está en equilibrio,* es igual en todos los puntos. Si se une con un sifón el vaso de forma irregular con una probeta el nivel de ésta llegará a igualar el nivel del agua del vaso. Cuando se une un conductor con una cadenilla al electroscopio, *la divergencia de las hojas da una medida del potencial del conductor y el resultado es el mismo cualquiera sea el punto de contacto de la cadena.* El plano de prueba en cambio, desempeña el papel de la pipeta.

El potencial de la Tierra. — En la práctica se miden siempre diferencias de potencial. Cualquier cuerpo que conservara constante su potencial podría servir de origen. El potencial de la Tierra es constante y se adopta como potencial cero. La constancia del potencial de la Tierra proviene de su enorme tamaño como comprenderemos mejor cuando sepamos lo que es capacidad eléctrica.

CAPACIDAD Y ENERGÍA ELÉCTRICA

337. Capacidad de un conductor. — Sea una esfera cargada (fig. 644). Con un plano de prueba cargamos un conductor unido a un electroscopio. Observaremos que al aumentar la carga en el conductor (repitiendo la operación del transporte de electricidad) las hojas del electroscopio divergen más y más. Esto muestra que el potencial del conductor aumenta al aumentar su carga. Si en este experimento utilizamos otra esfera *más pequeña,* notaremos que en ella *el potencial es mayor a igualdad de carga eléctrica.*


Fig. 644. — La esferilla más pequeña adquiere mayor potencial.

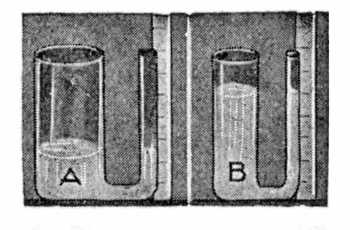


Fig. 645. — En el vaso más estrecho sube el agua a mayor altura.

Sean dos vasos cilíndricos *A* y *B* de diferente sección (fig. 645). Cada uno de ellos comunica con un tubo graduado (electroscopio). Si echamos un litro de agua en cada uno de ellos y observamos que

el nivel en B es mayor que en A diremos que el vaso A tiene mayor capacidad que el B. Por esta razón se define:

Capacidad eléctrica C *de un conductor, es el cociente entre la carga eléctrica* e *suministrada y el potencial adquirido* V:

$$C = \frac{e}{V}.$$

338. **Capacidad de una esfera. Unidades.** — Si se tiene una esfera conductora aislada y única (en cuya cercanía no se encuentren otros cuerpos) si su carga es e, se comporta como si toda esta carga estuviera concentrada en el centro. Por esta razón el potencial del campo eléctrico originado por la esfera cargada, a la distancia r del centro de la misma es, como vimos (335):

$$V = \frac{e}{r}.$$

Si la esfera tiene un radio R, el potencial sobre *su misma superficie*, será:

$$V = \frac{e}{R}; \quad \text{y de aquí:} \quad R = \frac{e}{V}.$$

Por la definición de capacidad resulta entonces para la esfera:

$$C = R.$$

La capacidad de una esfera es igual a su radio.

En el sistema C.G.S. la unidad de capacidad es la de una esfera de radio igual a un centímetro. Esto significa, *que una esfera de un centímetro de radio, con la unidad electroestática C.G.S. de carga, adquiere la unidad electroestática C.G.S. de potencial.* Esta unidad de potencial vale como vimos 300 voltios.

Unidad práctica. — La unidad práctica de capacidad es el *faradio. Un conductor tiene la capacidad de un faradio cuando cargado con un culombio adquiere el potencial de un voltio.*

Veamos la relación entre el faradio y la unidad cegesimal electroestática de capacidad.

$$1 \text{ faradio} = \frac{1 \text{ culombio}}{1 \text{ voltio}};$$

$$1 \text{ faradio} = \frac{3 \times 10^9 \text{ u. c. e. e. — carga}}{1/300 \text{ u. c. e. e. — potencial}};$$

de aquí:

$$1 \text{ faradio} = 9 \times 10^{11} \text{ u. c. e. e. — capacidad.}$$

Para que una esfera aislada tuviera la capacidad de un faradio su radio tendría que ser igual a 9×10^{11} centímetros = 9 000 000 kilómetros. El faradio es, pues, una unidad sumamente grande. Por esta razón se emplea el *microfaradio igual a la millonésima parte del faradio*. Una esfera de nueve kilómetros de radio tiene la capacidad de un microfaradio.

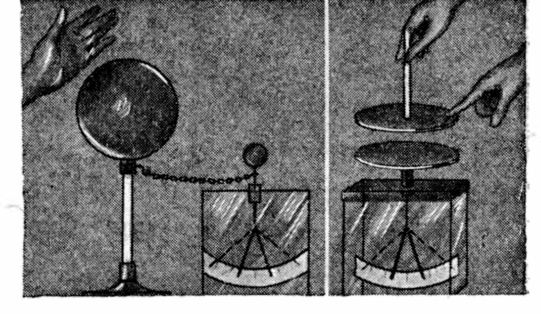


Fig. 646. — El potencial disminuye acercando un conductor unido a tierra.

Variación de la capacidad de un conductor. — Si se *acerca* a un conductor otro conductor unido a tierra (la mano por ejemplo), (fig. 646) sin llegar a tocarlo, se observa que el potencial disminuye.

Si el potencial disminuye la capacidad aumenta, ya que la carga no varía. Al acercar a un conductor, otro, unido a tierra, el conductor se comporta como lo haría un vaso de goma que se ensanchara. El efecto es notable si se substituye la esferilla del electroscopio por un disco metálico y se aproxima al mismo otro disco unido a tierra.

En este principio se basan los condensadores, destinados a almacenar cantidades de electricidad, relativamente grandes, con potenciales relativamente pequeños.

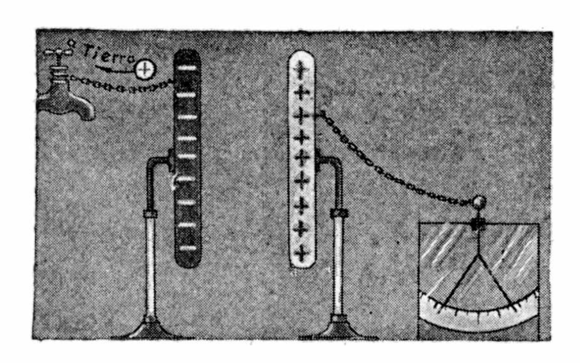


Fig. 647. — Condensador.

339. Condensadores. — El efecto precedente se explica en forma sencilla del modo siguiente. Sea un disco con cierta carga positiva y cierto potencial (fig. 647). Acerquemos a él otro disco unido a tierra. En este último aparecerán por influencia cargas negativas; las positivas se van a tierra. El potencial en el disco unido

al electroscopio tendrá que disminuir por la presencia de esas cargas negativas. Cuanto más próximos estén los discos menor será el potencial y mayor en consecuencia la capacidad. Para lograr el potencial que teníamos antes de acercar el disco unido a tierra tendremos que aumentar la carga.

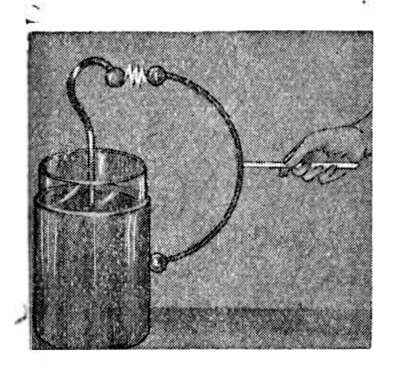


Fig. 648. — Botella de Leyden.

Botellas de Leyden. — Condensadores muy cómodos se obtienen recubriendo un vaso de vidrio con papel de estaño por su parte interior y exterior (fig. 648). En el interior la armadura metálica comunica con un gancho que se puede unir a la máquina eléctrica mientras se une a tierra la armadura externa.

El condensador se descarga uniendo las dos armaduras por medio de una varilla metálica provista de un mango aislador. Se observa que en la descarga se produce una chispa. Si se descarga un condensador tocando la armadura externa con una mano y la interior con la otra se experimenta una fuerte conmoción.

El nombre de botellas de LEYDEN proviene de que en esa ciudad holandesa, descubrió el efecto de las mismas en 1746 VAN MUSSCHENBROEK, al pretender electrizar el agua contenida en un vaso que sostenía con una mano. Para esto introdujo un hierro en el interior del vaso, hierro que unió a la máquina eléctrica. Se formó así un condensador en el cual una de las armaduras era una mano y la otra el hierro. Al pretender tocar al hierro con la otra mano, experimentó el físico nombrado una sacudida tan fuerte, que le hizo decir que no repetiría el experimento ni por la corona de Francia. Los colectores de las máquinas eléctricas comunican con condensadores en forma de botellas. (Véase fig. 633).

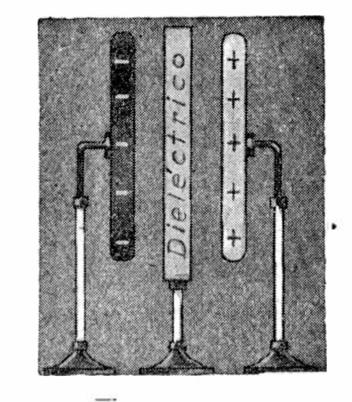


Fig. 649.

340. Dieléctricos. Constante dieléctrica. — Si se introduce una substancia aisladora entre las dos armaduras de un condensador plano (fig. 649) se observa que la capacidad del mismo aumenta (pues el potencial disminuye). Llenando de aceite de oliva el espacio comprendido entre las armaduras la capacidad del condensador se triplica. Se dice por esto que la constante dieléctrica del aceite

de oliva es igual a 3. *Constante dieléctrica de una substancia es el cociente entre la capacidad de un condensador que tiene entre sus armaduras a esa substancia y la capacidad del mismo condensador en el vacío.* La constante dieléctrica del aire es 1,0006; puede considerársela igual a uno. La del agua es 80, la del vidrio varía entre 5 y 7, la de la porcelana es 6, etc.

Si dos cargas e y e' se encuentran en un medio cuya constante dieléctrica es D, la fuerza F con que se atraen o se repelen si están separadas por la distancia r es:

$$F = \frac{1}{D} \frac{ee'}{r^2}.$$

Ésta es la generalización de la ley de Coulomb.

Polarización del dieléctrico. Experimento de Franklin. — Si se descarga una botella de Leyden haciendo saltar una chispa entre sus armaduras, se observa que si se espera cierto tiempo (unos segundos) puede saltar otra chispa y luego otra. Se habla por eso de "cargas residuales".

Otro experimento notable es el siguiente debido a FRANKLIN. Una botella de Leyden fácilmente desarmable (fig. 650) se carga

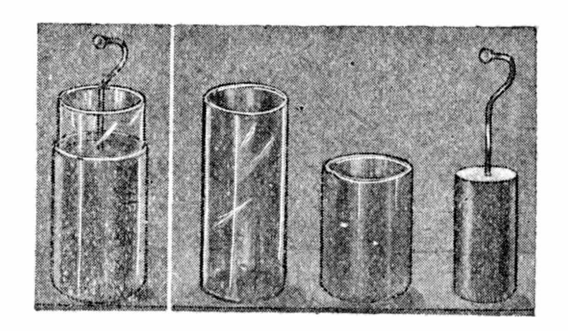


Fig. 650. — Experimento de Franklin.

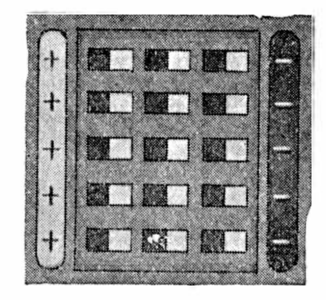


Fig. 651. — Polarización del dieléctrico.

con la máquina eléctrica. Luego, antes de descargarla, se la desarma y se tocan con la mano las armaduras y el vaso de vidrio. A continuación se la arma de nuevo y se observa que la botella está cargada! En efecto, salta una chispa entre las armaduras. Esto prueba que la *energía eléctrica reside en el dieléctrico y no en las cargas.*

Para explicar este fenómeno se admite que las moléculas del dieléctrico tienen una estructura eléctrica, o sea que están formadas por cargas positivas y negativas. Colocando el dieléctrico en un campo eléctrico, entre las armaduras de un condensador (fig. 651) las

moléculas forman los llamados *dipolos*, en los cuales las cargas positivas y negativas se encuentran algo separadas. Estos dipolos están orientados, dirigiéndose hacia la armadura positiva las cargas negativas. Se explica así el efecto de las descargas residuales, el experimento de Franklin, y también el porqué aumenta la capacidad de un condensador con dieléctrico.

341. **Distancia explosiva.** — Para que salte una chispa eléctrica entre dos esferas pulidas situadas en el aire, debe existir entre las mismas cierta diferencia de potencial.

Si la diferencia de potencial es de unos 30 000 voltios puede saltar una chispa de un centímetro de longitud. Para chispas de 10 centímetros de longitud la diferencia de potencial debe ser del orden de los cien mil voltios. Claro está que influye también el diámetro de las esferas. En las descargas atmosféricas se trata de diferencias de potencial de miles de millones de voltios.

ENERGÍA ELECTROESTÁTICA
REPRESENTACIÓN CUANTITATIVA DEL CAMPO

342. **Energía electroestática.** — Sea un vaso cilíndrico (fig. 652) cuyo fondo coincide con el nivel del agua de un lago. Sacamos agua del lago y la llevamos al vaso, hasta que el nivel en éste sea H. ¿Cuánto vale la energía potencial gravitatoria almacenada en el vaso? La distancia vertical entre el nivel del lago y el centro de gravedad del agua del vaso es $H/2$. Siendo el peso del agua igual a P la energía potencial almacenada será:

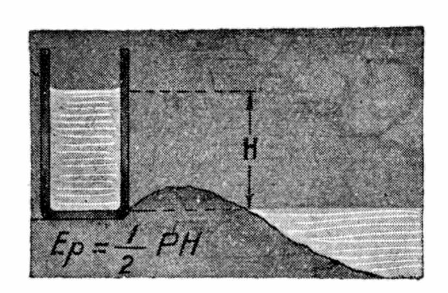


Fig. 652. — Energía.

$$E_p = \frac{1}{2} PH.$$

Se comprende que debe ser así pues al llevar al vaso las primeras porciones de agua la diferencia de nivel es pequeña y al llevar las últimas porciones, esa diferencia de nivel es casi igual a H. Si un cuerpo con la carga e adquiere el potencial V la energía electroestática almacenada, será, análogamente:

$$E = \frac{1}{2} eV. \qquad [1]$$

En palabras: *la energía eléctrica almacenada en un conductor es igual a la mitad de su carga por su potencial.*

Si la carga y el potencial se miden en unidades electroestáticas C. G. S. la energía resulta expresada en ergios. Midiendo e en culombios y V en voltios la energía queda expresada en julios.

Recordando que $e = CV$, siendo C la capacidad, puede expresarse la energía en la forma:

$$E = \frac{1}{2} CV^2. \qquad [2]$$

*** 343. Representación cuantitativa del campo eléctrico. Convención de Faraday.** — Por medio de las líneas de fuerza podemos conocer la dirección y el sentido de la intensidad del campo eléctrico en cualquier punto del mismo. La intensidad del campo eléctrico se representa considerando que pasan más líneas por centímetro cuadrado por los lugares de mayor intensidad. Precisando: *La intensidad del campo eléctrico en un punto es igual al cociente entre el número de líneas de fuerza que atraviesan normalmente una pequeña superficie que rodea al punto y el valor de dicha superficie* *.

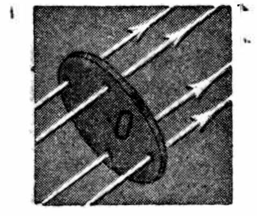


Fig. 653.

Si la intensidad del campo eléctrico, o simplemente el campo, en el punto O es igual a 4 (fig. 653) haremos pasar cuatro líneas de fuerza a través de una superficie de un centímetro cuadrado. Cada línea de fuerza debe imaginarse como una especie de cordón elástico. Si el campo es igual a 1/2 pasará por centímetro cuadrado *media línea* de fuerza. Esto significa que pasa una línea por cada dos centímetros cuadrados o también media línea por centímetro cuadrado considerando que esa "media línea" equivale a un cordón elástico menos tendido.

Esta convención debida a FARADAY es sumamente útil y da una representación intuitiva del campo.

*** 344. Número de líneas que salen de la carga $+e$.** — Consideremos la carga eléctrica $+e$ (fig. 654) concentrada en un punto. A la distancia r de esta carga se ejercerá sobre otra carga ε supuesta en el vacío la fuerza:

$$F = \frac{e\,\varepsilon}{r^2}.$$

---

* En realidad el "*número*" de líneas tiene las dimensiones de una carga eléctrica.

El campo eléctrico $\mathcal{E}$ originado por la carga e a la distancia r será de acuerdo a la definición de intensidad de campo eléctrico:

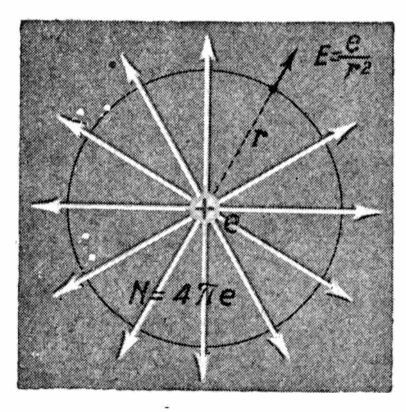


Fig. 654.

$$\mathcal{E} = \frac{F}{\varepsilon}; \qquad \mathcal{E} = \frac{e}{r^2}.$$

Si el número total de líneas de fuerza que atraviesan una superficie esférica de radio r y centro en la carga e es N, deberá tenerse de acuerdo a la convención de FARADAY:

$$\mathcal{E} = \frac{N}{4\pi r^2}, \qquad \frac{e}{r^2} = \frac{N}{4\pi r^2};$$

pues $4\pi r^2$ es la superficie de la esfera. Se obtiene así para N:

$$N = 4\pi e.$$

Estas líneas deben haber salido de la carga $+e$. Luego, de una carga $+e$ salen $4\pi e$ líneas y a una carga $-e$ llegan $4\pi e$ líneas.

*** 345. Capacidad del condensador plano.** — Sean dos placas planas colocadas frente a frente a la distancia d, una con la carga $+e$ y la otra con la carga $-e$. De la primera salen $4\pi e$ líneas representadas en blanco en la fig. 655. De estas líneas $2\pi e$ líneas tendrán un sentido y $2\pi e$ el sentido opuesto. A la placa negativa llegan $4\pi e$ líneas (las negras), $2\pi e$ de un lado y $2\pi e$ del otro. Se ve así, que en la parte exterior de las armaduras el campo es nulo (las líneas blancas y negras tienen sentido opuesto). En cambio, en el espacio comprendido entre las placas tenemos en total $4\pi e$ líneas. Si la superficie de las placas es S, la intensidad $\mathcal{E}$ del campo eléctrico será:

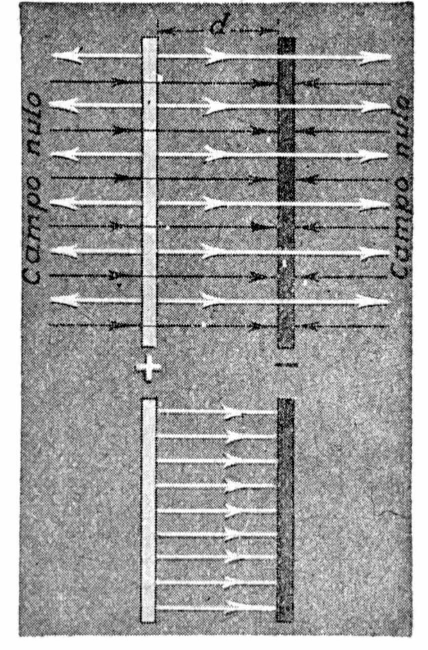


Fig. 655.

$$\frac{4\pi e}{S} = \mathcal{E}. \qquad [1]$$

Consideremos que transportamos de una placa a la otra la carga ε. La fuerza que se ejerce sobre esta carga será $\mathcal{E}\,\varepsilon$. Si la distancia entre las placas es d el trabajo (fuerza × camino) será:

$$T = \mathcal{E}\,\varepsilon\, d.$$

Llamando V a la diferencia de potencial entre las placas el trabajo eléctrico será igual al producto de V por ε:

$$T = V\,\varepsilon.$$

De estas dos igualdades resulta:

$$\mathcal{E}\,\varepsilon\, d = V\,\varepsilon; \qquad \mathcal{E} = \frac{V}{d}.$$

Llevando este valor a la [1] se tiene:

$$\frac{4\pi e}{S} = \frac{V}{d}.$$

Como buscamos la capacidad e/V, pasamos V al primer miembro y S y 4π al segundo, obteniendo así para la capacidad C:

$$C = \frac{S}{4\pi d}. \qquad [2]$$

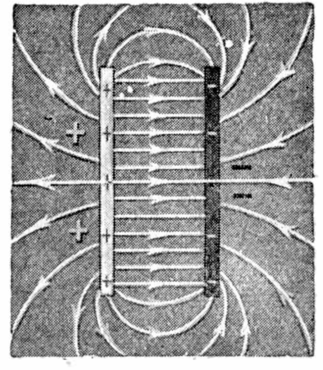


Fig. 656.

Si entre las placas existe una substancia de constante dieléctrica igual a D habrá que multiplicar por D la expresión anterior:

$$C' = \frac{SD}{4\pi d}. \qquad [3]$$

El cálculo hecho es válido para placas situadas muy próximas. No siendo así, el campo en el interior no es uniforme, sobre todo cerca de los bordes (fig. 656).

*** 346. Energía almacenada en el campo. Fórmula de Maxwell.** — Calculemos la energía de un condensador plano aplicando la fórmula [2] del párrafo 342. Basta reemplazar en ella la capacidad C por el valor [2] del párrafo anterior y el potencial V por su valor $\mathcal{E}\,d$.

Resulta así:

$$E = \frac{\mathcal{E}^2}{8\pi} Sd. \qquad [1]$$

El producto *Sd* es el volumen comprendido entre las placas. Esto muestra que la energía debe considerarse almacenada *no en las cargas, sino en el espacio que las rodea, o sea en el campo eléctrico.* Llamando $\mathcal{U}$ al cociente entre la energía y el volumen, se tendrá:

$$\mathcal{U} = \frac{\mathcal{E}^2}{8\pi}, \qquad [2]$$

que es la expresión de la *energía específica* del campo.

Si el medio donde el campo vale $\mathcal{E}$ tiene una constante dieléctrica igual a *D*, aplicando la [3] en lugar de la [2] del párrafo anterior, habríamos obtenido para la energía específica:

$$\mathcal{U} = \frac{D\,\mathcal{E}^2}{8\pi}. \qquad [3]$$

Ésta es la célebre fórmula de MAXWELL. Una fórmula análoga vale para el campo magnético.

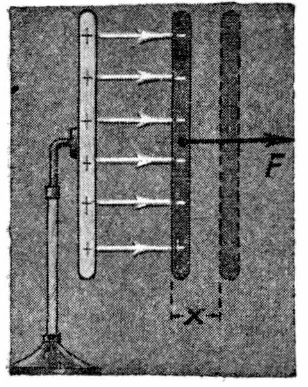


Fig. 657.

*** 347. Fuerza de atracción entre las placas de un condensador.** — Supongamos que alejamos en la distancia *x* la placa móvil de un condensador plano (fig. 657). Si la fuerza aplicada es *F* el trabajo será igual a *Fx*. Este trabajo se traducirá en un aumento de energía. El campo eléctrico entre las placas, supuestas grandes con respecto a la distancia que las separa, permanece constante, pues pasa siempre el mismo número de líneas de fuerza por centímetro cuadrado. El aumento de la energía será igual al producto de la energía específica, dada por la fórmula [2] del párrafo anterior, por el aumento de volumen que es *Sx*. Luego:

$$Fx = \frac{\mathcal{E}^2}{8\pi} Sx.$$

Deducimos de aquí que la fuerza F con que se atraen las placas es:

$$F = \frac{\mathcal{E}^2}{8\pi} S. \qquad [1]$$

El cociente entre la fuerza F y la superficie S nos da la *tensión* T con que tienden a contraerse las líneas de fuerza:

$$T = \frac{F}{S} = \frac{\mathcal{E}^2}{8\pi}. \qquad [2]$$

Electrómetro absoluto de Lord Kelvin. — La fórmula [1] fué utilizada por lord KELVIN en la construcción de un *electrómetro absoluto*, instrumento destinado a medir diferencias de potencial. AB es el platillo de un condensador plano (fig. 658). Frente a él se encuentra el otro platillo CD unido a tierra. De este platillo se

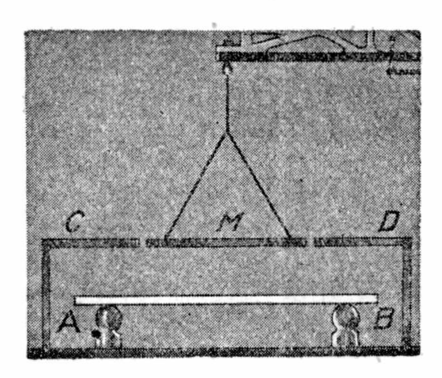


Fig. 658. — Electrómetro absoluto.

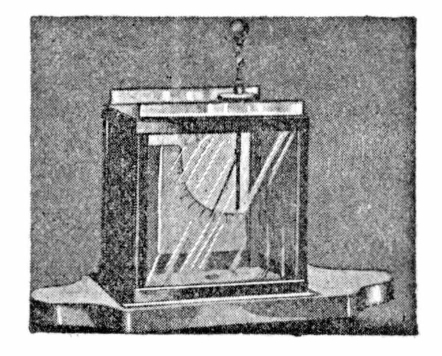


Fig. 659. — Electrómetro.

ha recortado una porción circular móvil M que se suspende de una balanza. Con la balanza se mide la fuerza F con que la parte móvil es atraída cuando el condensador está cargado. Substituyendo en la [1] el valor de $\mathcal{E}$ por su igual V/d, siendo V la diferencia de potencial y d la distancia entre los platillos se tiene:

$$F = \frac{V^2 S}{8\pi d^2}, \quad \text{y de aquí:} \quad V = d\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}.$$

EJEMPLO: Sea $d = 1$ cm; el radio del disco móvil $r = 10$ cm y $F = 800$ dinas.

Resulta:

$$V = \frac{d}{r}\sqrt{8F} = 8 \text{ u. c. e. e. — potencial.}$$

o sea:

$$V = 8 \times 300 = 2\,400 \text{ voltios.}$$

Por comparación con un electrómetro absoluto puede graduarse un electroscopio común, directamente en voltios. La figura 659 muestra un electrómetro de cuadrante graduado de este modo. Naturalmente existen muchos tipos de electrómetros.

PROBLEMAS

1. *Hallar la fuerza con que se repelen dos esferas de 10 cm de radio cada una siendo el potencial de ellas igual a 9 000 voltios y distando sus centros 20 cm.*

   La capacidad de las esferas es igual a 10 cm, el potencial igual a 30 unidades cegesimales electroestáticas, la carga de cada una es entonces igual a 300 unidades electroestáticas C. G. S. Aplicando la ley de Coulomb:

$$F = 225 \text{ dina.}$$

2. *Una esfera cargada origina un potencial de 600 voltios a 20 cm de distancia de su centro. Hallar la carga* e.

   Como el potencial es igual a 2 u. c. e. e. — potencial y

$$V = \frac{e}{r}; \text{ resulta: } e = Vr = 40 \text{ u. c. e. e. — carga.}$$

3. *Hallar el radio de la esfera anterior sabiendo que su potencial es igual a 6 000 voltios.*

$$R = \frac{e}{V} = \frac{40}{20} = 2 \text{ cm.}$$

4. *Un condensador tiene una capacidad de 2 microfaradios. Hallar su carga cuando el potencial es de 50 voltios.*

   Un microfaradio es igual a 10^{-6} faradio, luego:

$$e = 2 \times 10^{-6} \text{ faradio} \times 50 \text{ voltio} = 10^{-4} \text{ culombio.}$$

5. *Hallar la energía almacenada en el condensador anterior.*

$$E = \frac{1}{2} eV = \frac{1}{2} 10^{-4} \text{ culombio} \times 50 \text{ voltio} = 25 \times 10^{-4} \text{ julio} =$$
$$= 25\,000 \text{ ergio.}$$

6. *El condensador anterior se carga y descarga por un dispositivo especial 10 veces por segundo. Hallar el calor que se desarrolla al saltar la chispa en 20 minutos.*

Un julio equivale a 0,24 calorías (parágrafo 217), luego:

$$Q = 25 \times 10^{-4} \times 10 \times 20 \times 60 \times 0{,}24 = 7{,}2 \text{ caloría.}$$

7. *Se conectan las dos placas de un condensador plano con los bornes de un toma corriente de la red de alumbrado. La diferencia de potencial entre los bornes es de 220 voltios. Las placas son circulares, de radio igual a 30 cm y distan entre sí un milímetro. Hallar la carga y la fuerza con que se atraen.*

Aplicando las fórmulas establecidas:

Capacidad = 2 250 cm.

e = 1 650 u. c. e. e. — carga; F = 6 050 dina.

UNIDADES ELECTROESTÁTICAS

MAGNITUD	SISTEMA PRÁCTICO	EQUIVALEN EN SISTEMA ELECTROESTÁTICO C. G. S.
Carga eléctrica o cantidad de electricidad ..	Culombio	3×10^9 u. c. e. e. — carga
Diferencia de potencial .	Voltio	$\frac{1}{300}$ u. c. e. e. — potencial
Capacidad	Faradio = F Microfaradio = μ F 1 μ F = 10^{-6} F	9×10^{11} u. c. e. e. — capacidad 9×10^5 u. c. e. e. — capacidad

u. c. e. e. es abreviatura de *unidad cegesimal electroestática* o lo que es lo mismo de unidad electroestática C. G. S.

CAPÍTULO XXVI

CORRIENTE ELÉCTRICA

348. Corriente eléctrica. — Si se unen con un alambre conductor dos conductores *A* y *B* a diferente potencial (fig. 660) se observa que el potencial se iguala casi inmediatamente como ocurriría con el nivel del líquido de los vasos de la parte inferior de la figura al abrir la llave *L*. Por el conductor *AB* ha pasado una *corriente eléctrica*. Con las máquinas electroestáticas se obtienen corrientes sumamente débiles.

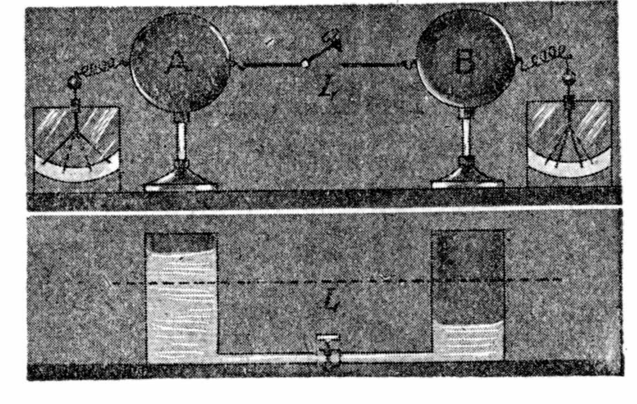


Fig. 660. — Corriente eléctrica.

En cambio con la simple pila de VOLTA, consistente en un vaso con ácido sulfúrico diluído (fig. 662) en el cual se introducen una barra de zinc y otra de cobre se obtienen corrientes eléctricas apreciables.


Alejandro Volta (1745 - 1827).

El potencial del cobre es en *un voltio* superior al del zinc. Uniendo con un alambre la barra de cobre con la de zinc se producen ciertos efectos que se atribuyen al paso de electricidad a través del alambre. Si lo que se mueve en el interior del mismo es electricidad positiva ésta irá por el alambre del cobre al zinc. Éste es el sentido que se atribuye a la corriente eléctrica.

En la pila no se igualan los potenciales del cobre y del zinc; esto se debe a que la electricidad circula *en el interior del vaso del zinc al cobre, cerrando el circuito.* La pila se comporta, entonces, como una turbina hidráulica que hiciera circular agua por un tubo (fig. 663).

349. Efectos de la corriente. — Todo el mundo sabe que al paso de una corriente eléctrica por un alambre, éste se calienta. Este efecto se aplica en las estufas eléctricas, planchas, etc. Una pequeña lamparilla puede ser encendida con la pila de Volta: el filamento de la misma se pone incandescente por la elevación de temperatura que produce el paso de la corriente.

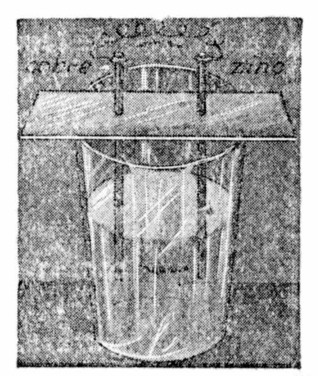


Fig. 662. — Pila de Volta.

Se observa también (fig. 664) que una aguja imantada se desvía si se la coloca en la cercanía de un conductor por el que circula una corriente.

Estos efectos demuestran que la corriente eléctrica puede realizar trabajo. La energía de la corriente proviene de la energía de las reacciones químicas que se producen en la pila.

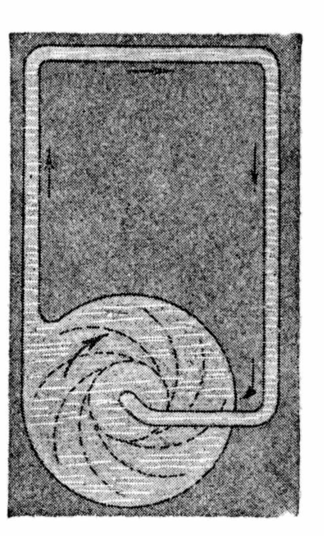


Fig. 663. — Corriente de agua.

350. Intensidad de la corriente. — En una cañería por la que circula agua podríamos definir la intensidad de la corriente de agua por el cociente entre la cantidad de agua que pasa por determinada sección del caño y el tiempo que transcurre durante el pasaje. *Intensidad de la corriente eléctrica es el cociente entre la cantidad de electricidad que pasa por determinada sección del conductor y el tiempo que transcurre durante el pasaje.*

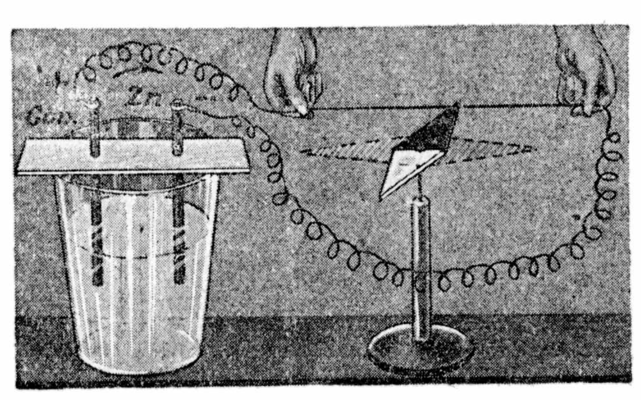


Fig. 664. — Efecto magnético de una corriente eléctrica.

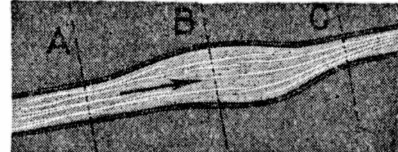


Fig. 665.

En un conductor la intensidad de la corriente es igual en todas partes, por la misma razón que en una cañería el agua que pasa por segundo por *A*, debe ser igual a la que pasa por *B* o por *C* (fig. 665), siempre que no hayan derivaciones.

Si en el tiempo t pasa por determinada sección de un conductor, la cantidad ε de electricidad, la intensidad I será por definición:

$$I = \frac{\varepsilon}{t}.$$

La unidad electroestática C. G. S. de intensidad de corriente corresponde al pasaje de una unidad electroestática C. G. S. de carga eléctrica en un segundo.

La unidad práctica, llamada amperio, corresponde al paso de un culombio en un segundo.

351. Caída de potencial. Fuerza electromotriz. — Uniendo uno de los polos de una máquina electroestática por medio de un hilo común (fig. 666) a tierra, se observa que cuando la máquina funciona el potencial es diferente en cada punto del hilo.

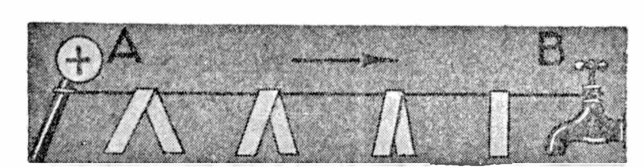


Fig. 666. — Caída de potencial.

Para revelar esto basta colocar sobre el hilo papelitos de seda que hacen las veces de electroscopios.

Si el polo de la máquina es el positivo la corriente circula en el sentido de la flecha. Considerando que en cierto tiempo pasa de A hacia B la cantidad de electricidad ε, el trabajo o energía que se pone en juego en este pasaje será igual a la carga por la diferencia de potencial:

$$T = \varepsilon\,(V_A - V_B). \qquad [1]$$

Este trabajo es el que se transforma en calor en el hilo conductor que va de A hasta B y es también el trabajo que puede aprovecharse para accionar un motor eléctrico, de modo parecido a como se aprovecha una corriente de agua para poner en funcionamiento una turbina.

La diferencia de potencial entre dos puntos de un conductor es igual al cociente entre el trabajo que es capaz de suministrar la corriente, al pasar cierta cantidad de electricidad o carga eléctrica de un punto al otro y la carga que pasa.

Esta definición coincide con la dada para el caso de un campo eléctrico. Las unidades de medida son las mismas.

Consideremos ahora el circuito total cerrado. En el paso de la corriente de A hacia B (fig. 667) el potencial de A es mayor que

el de B; pero en el paso de B hacia A pasando por P el potencial de B resulta mayor que el de A. Consideremos el pasaje de una carga de A hasta A que efectúe el recorrido $ABPA$. Como en este pasaje se efectúa un trabajo tendríamos dos valores distintos para el potencial en A, lo que es absurdo. Concluímos de aquí: *Las líneas de fuerza del campo eléctrico en el interior del conductor son cerradas.*

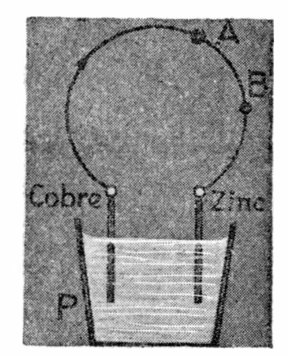


Fig. 667. — Fuerza electromotriz.

Este campo de fuerzas no admite por lo tanto un potencial en el sentido visto en el párrafo 244.

Cuando se considera el circuito completo se debe hablar de fuerza electromotriz y no de diferencia de potencial. La fuerza electromotriz de un circuito es igual al cociente entre el trabajo que es capaz de realizar la corriente eléctrica, cuando cierta carga da una vuelta completa al circuito y el valor de dicha carga.

Si la carga que da una vuelta es ε y el trabajo es T la fuerza electromotriz E será:

$$E = \frac{T}{\varepsilon}, \quad \text{o sea:} \quad T = \varepsilon E. \qquad [2]$$

La fuerza electromotriz se mide en el sistema práctico en voltios.

Reemplazando en la [1] y la [2] la carga eléctrica ε por su igual It (intensidad por tiempo) resulta:

$$T = It\,(V_A - V_B). \qquad [3]$$

Trabajo eléctrico para una porción de circuito.

$$T = EIt. \qquad [4]$$

Trabajo eléctrico para el circuito total.

352. **Instrumentos de medida.** — Si el alumno estudió detenidamente lo que precede se dirá:

"*Bien, entre dos puntos de un conductor existe una diferencia de potencial de un voltio cuando el trabajo capaz de realizar la corriente es de un julio, al pasar de un punto al otro, la carga de un culombio;* pero, ¿cómo harán los físicos para saber si pasa un culombio, siendo que, por el conductor, aunque se observe con un microscopio, no se ve pasar absolutamente nada?"

De que el trabajo de la corriente eléctrica se puede medir, se tiene una prueba todos los meses, en la cuenta que pasa la compañía de electricidad.

Veamos un modo sencillo de medir *los culombios que pasan* por un conductor. *P* es la fuente de corriente eléctrica (fig. 668) que puede ser un acumulador de auto. Un alambre *AB* (resistencia) se calienta por el paso de la corriente. Esta resistencia se coloca en el interior de un calorímetro. Se mide así el número de calorías que se producen por el paso de la corriente entre *A* y *B*, en un tiempo de *t* segundos, medidas con un cronómetro. Se sabe que un julio equivale a 0,24 caloría pequeña (párrafo 217). Se tiene así el trabajo que es capaz de suministrar la corriente en su paso de *A* hacia *B*. Este trabajo expresado en julios es igual al producto del número de culombios que pasaron por la diferencia de potencial entre *A* y *B*. Midiendo esta diferencia de potencial con un electrómetro se tendrá la cantidad de electricidad que ha pasado.

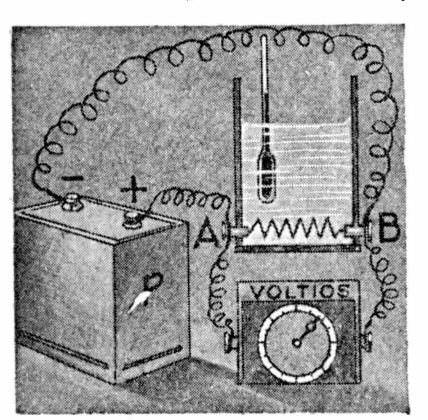


Fig. 668. — Medida de una corriente.

Dividiendo los culombios que han pasado por el tiempo transcurrido se tendrá la intensidad *I* medida en amperios.

Aprovechando el efecto de la desviación que experimenta una aguja magnética por el paso de una corriente se construyen aparatos llamados *amperímetros* con los cuales se mide la intensidad. Los aparatos destinados a medir la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito se llaman *voltímetros*. Más adelante insistiremos sobre esto.

EJEMPLO: Supongamos que en el calorímetro se desarrollan 2 400 calorías (gramo - calorías). El trabajo será igual a:

$$\frac{2400}{0.24} = 10\,000 \text{ julios},$$

pues un julio equivale a 0.24 calorías.

Tendremos entonces:

$$\textbf{culombios} \times \textbf{voltios} = \textbf{10 000 julios.}$$

Si la diferencia de potencial entre A y B, que suponemos puede medirse con un electrómetro, fuera igual a 10 voltios, el número de culombios que habrían pasado sería:

$$\frac{10\,000 \text{ julios}}{10 \text{ voltios}} = 1\,000 \text{ culombios.}$$

Supongamos que el tiempo transcurrido haya sido de 8 minutos 20 segundos = 500 segundos. La intensidad sería:

$$I = \frac{1\,000 \text{ culombios}}{500 \text{ segundos}} = 2 \text{ amperios,}$$

que es lo que debería indicar un amperímetro bien graduado intercalado en el circuito.

En la práctica, para graduar los instrumentos, se siguen otros procedimientos. Aquí se quiere dar tan sólo una idea de cómo es posible esa graduación. La medida de una diferencia de potencial pequeña con un electrómetro absoluto es casi imposible. Pero podrían conectarse "en serie" muchas baterías y la medida podría efectuarse.

LEY DE OHM

353. **Ley de Ohm para una porción de circuito.** — Los bornes 1; 2; 3 y 4 de la figura 669 comunican con una batería de acumuladores. Por el momento no interesa cómo están hechas las conexiones. Por eso en la figura no se ha representado a la batería. Colocando un voltímetro entre 1 y 2 (no representado en la figura) vemos que entre estos topes, la diferencia de potencial es de 2 voltios. Entre 1 y 3 es de 4 voltios y entre 1 y 4 de 6 voltios. Las partes I, II y III de la figura representan experimentos sucesivos llevados a cabo con el mismo amperímetro A, la misma resistencia R y los mismos cables.

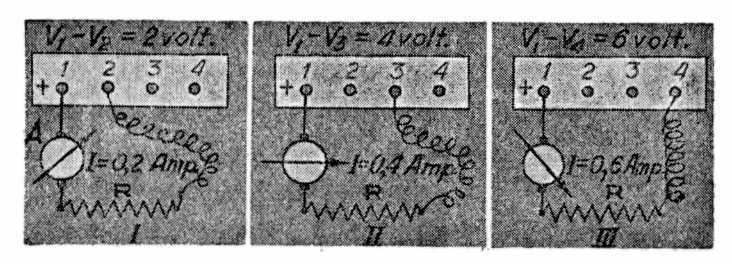


Fig. 669. — Ley de Ohm.

En I el amperímetro acusa 0,2 amperios; en II 0,4 amperios y en III 0,6 amperios.

La intensidad de la corriente que circula por un conductor es proporcional a la diferencia de potencial entre sus extremos.

El cociente de la diferencia de potencial por la intensidad es constante para un mismo conductor:

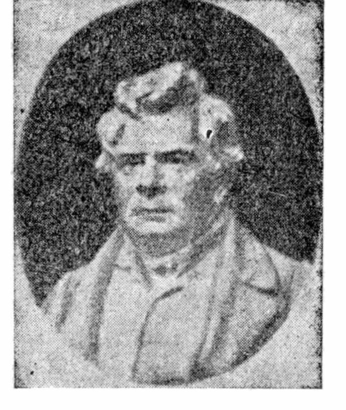
$$\frac{2 \text{ voltios}}{0{,}2 \text{ amp.}} = \frac{4 \text{ voltios}}{0{,}4 \text{ amp.}} = \frac{6 \text{ voltios}}{0{,}6 \text{ amp.}} = 10 \frac{\text{voltio}}{\text{amperio}}.$$

A esta constante que depende sólo de la naturaleza del conductor y de su forma (longitud y sección) se la llama *resistencia.*

La resistencia se mide en ohmios.

En el ejemplo precedente la resistencia es de 10 ohmios:

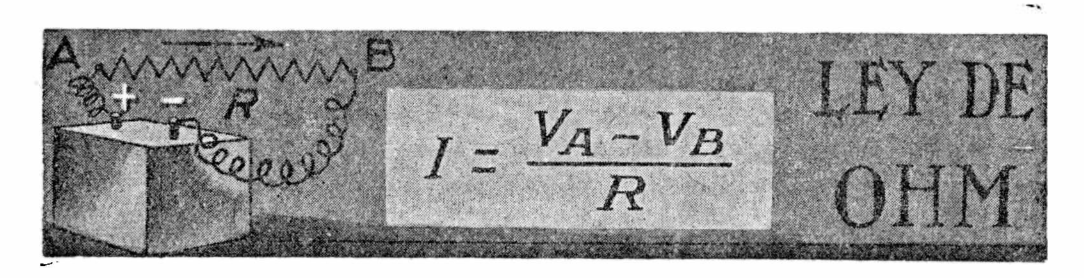
$$\frac{2 \text{ voltios}}{0{,}2 \text{ amp.}} = \frac{4 \text{ voltios}}{0{,}4 \text{ amp.}} = \ldots = 10 \text{ ohmios.}$$



Jorge Simón Ohm (1787 - 1854).

Se dice que un conductor tiene la resistencia de un ohmio cuando existiendo entre sus extremos la diferencia de potencial de un voltio circula por él una corriente de intensidad igual a un amperio.

Formulación de la ley de Ohm. — Llamemos R a la resistencia del conductor comprendido entre A y B. La intensidad I de la corriente será:



La intensidad es directamente proporcional a la diferencia de potencial y está en razón inversa de la resistencia del conductor.

PROBLEMAS

1. *Entre los bornes de la red de alumbrado existe una diferencia de potencial de 220 voltios. Se conecta una estufa eléctrica y la intensidad de la corriente* (fig. 672) *es de 2,5 amperios. Hallar la resistencia.*

A la diferencia de potencial la indicamos con la letra V:

$$I = \frac{V}{R}; \qquad R = \frac{V}{I} = \frac{220 \text{ voltios}}{2{,}5 \text{ amp.}} = 88 \text{ ohmios.}$$

2. *El amperímetro del tablero de un auto marca 10 amperios al encender los faros. Sabiendo que la batería es de 6 voltios hallar la resistencia.*

$$R = \frac{6 \text{ voltios}}{10 \text{ amp.}} = 0{,}6 \text{ ohmios.}$$

Fig. 672.

3. *La resistencia de una lámpara eléctrica es de 880 ohmios. Hallar la intensidad que circula por el filamento de la misma al conectarla en la red de alumbrado.*

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220 \text{ voltios}}{880 \text{ ohmios}} = 0{,}25 \text{ amperios.}$$

4. *¿Cuántos julios consume en cada 10 segundos la estufa del ejemplo 1?*

Siendo la intensidad de 2,5 amperios pasan por segundo 2,5 culombios. En 10 segundos pasan 25 culombios. El trabajo es entonces:

$$T = 25 \text{ culombios} \times 220 \text{ voltios} = 5\,500 \text{ julios.}$$

5. *¿Cuánto consume en un solo segundo?* El trabajo de un julio en un segundo equivale a la potencia de un vatio. Luego la potencia W es, siendo t el tiempo:

$$W = \frac{T}{t} = \frac{25 \text{ culombios}}{10 \text{ seg}} \times 220 \text{ volt} = 550 \frac{\text{julios}}{\text{seg}} = 550 \text{ vatios.}$$

6. *¿Cómo se obtiene en general la potencia W?* El trabajo T es igual a la cantidad de electricidad ε por la diferencia de potencial V. Para obtener la potencia debemos dividir por el tiempo:

$$W = \frac{\varepsilon V}{t}; \quad \text{pero:} \quad \frac{\varepsilon}{t} = \text{Intensidad. Luego:}$$

***Potencia* = W = Intensidad × dif. de potencial.**

Si la intensidad está expresada en amperios y la diferencia de potencial en voltios, la potencia resulta expresada en vatios:

amperios × voltios = vatios.

7. *¿Cuánto consume la estufa del ejercicio 1 estando encendida 10 horas?*

$$T = VIt = 220 \text{ volt} \times 2{,}5 \text{ amp} \times 36\,000 \text{ seg.}$$

$$T = 220 \times 2{,}5 \times 36\,000 \text{ [julios].}$$

Sabemos que 3 600 000 julios es un *Kilovatio - hora*, luego:

$$T = \frac{220 \times 2{,}5 \times 36\,000}{3\,600\,000} = 5{,}5 \text{ kilov - hora.}$$

En *centavos*, al precio de 10 centavos esa unidad, serían 55 centavos.

8. *¿Cuántas kilocalorías suministra la estufa anterior en 10 horas?*

Un julio equivale a 0,24 gramo caloría, por lo que, la cantidad Q de calor será:

$$Q = 0{,}24 \frac{220 \times 2{,}5 \times 36\,000}{1\,000} = 4\,752 \text{ kilo - calorías.}$$

354. **Ley de Ohm para todo el circuito.** — Considerando el circuito completo debe substituirse la diferencia de potencial por la *fuerza electromotriz E*. La resistencia será la *resistencia total*. Esta resistencia total es la suma de la resistencia exterior *Re* y de la interior *Ri*. Se tiene así:

A Re B Ri

$$I = \frac{E}{R_{total}} \; ; \; R_{total} = R_e + R_i$$

La intensidad de la corriente en un circuito es igual a la fuerza electromotriz del mismo sobre la resistencia total.

Cálculo de la fuerza electromotriz. — La intensidad de la corriente del circuito de la figura anterior puede calcularse aplicando la ley de Ohm al conductor exterior de resistencia *Re* o a todo el circuito de resistencia *Re* + *Ri*.

Se obtiene así:

$$I = \frac{V_A - V_B}{Re}; \qquad I = \frac{E}{Re + Ri}.$$

Igualando estas expresiones:

$$\frac{E}{Re + Ri} = \frac{V_A - V_B}{Re}; \qquad E = (V_A - V_B)\left(\frac{Re + Ri}{Re}\right).$$

La fórmula última puede escribirse:

$$E = (V_A - V_B)\left(1 + \frac{Ri}{Re}\right).$$

Cuando la resistencia exterior Re es muy grande en comparación con la interior Ri, el cociente de ambas puede suponerse igual a cero. Esto es exacto *únicamente* cuando la resistencia exterior es *infinita.* Si la resistencia es infinita no circula corriente: *el circuito está abierto.* Concluímos de aquí: *la fuerza electromotriz de un elemento* (pila, acumulador, etc.) *es igual a la diferencia de potencial entre sus bornes cuando el circuito está abierto.*

En un circuito cerrado la fuerza electromotriz es siempre algo mayor que la diferencia de potencial entre los bornes.

Los acumuladores tienen una resistencia interior muy pequeña; en ellos puede considerarse, en la generalidad de los casos, la fuerza electromotriz igual a la diferencia de potencial entre los bornes. Existen varios métodos para la medida de fuerzas electromotrices. Nosotros consideraremos que se pueden medir por medio de electrómetros, electroestáticamente. De este modo se mide la diferencia de potencial en circuito abierto: sin que pase corriente.

355. **Resistencia de un conductor en función de sus dimensiones.** — Se comprueba experimentalmente que la resistencia de un alambre es proporcional a su longitud y que está en razón inversa de su sección. Además esta resistencia depende del material. Si el alambre tiene una longitud l y una sección S su resistencia R será:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

La letra ρ designa a la resistencia específica del material.

EJEMPLO: La resistencia específica del cobre es igual a 0,017, midiendo la longitud en metros, la sección en milímetros cuadrados y la resistencia en ohmios.

La resistencia de un alambre de cobre de 2 000 metros de longitud y 4 milímetros cuadrados de sección será:

$$R = 0{,}017 \frac{2\,000}{4} = 8{,}5 \text{ ohmios.}$$

He aquí las resistencias específicas de algunas substancias expresadas en ohmios × milímetros cuadrados sobre metros:

Cobre	Aluminio	Hierro	Mercurio	Níquel
0,017	0,026	0,10	0,9407	0,069

Se observa que la resistencia aumenta con la temperatura. Los valores anteriores se refieren a 0° C. Llamando ρ_0 a la resistencia específica a 0° C la resistencia específica ρ a t grados es:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t).$$

Para el cobre el coeficiente α vale 0,004.

Se consiguen algunas aleaciones en que la resistencia casi no varía al aumentar la temperatura. Así, el *constantán* (60 Cu + 40 Ni) tiene una resistencia específica igual a 0,49 y el coeficiente de aumento de resistencia α vale sólo 0,000 05.

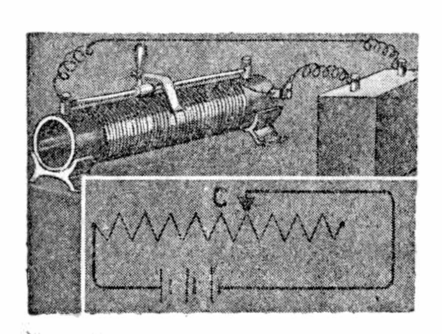


Fig. 674. — Resistencia variable.

Resistencias variables. — Como la resistencia de un conductor depende de su longitud, arrollando un hilo metálico sobre un cilindro aislador, por el desplazamiento de un cursor se consigue hacer variar la resistencia intercalada en el circuito (fig. 674). En el esquema de la parte inferior se ve que al desplazar el cursor C hacia la derecha la resistencia aumenta. La pieza metálica por la que se desplaza el cursor es gruesa, por lo cual su resistencia es despreciable.

Interruptores. — Las llaves de las instalaciones de luz son interruptores. En los laboratorios resultan muy cómodos interruptores

formados por un taco de madera con dos pequeños huecos en los que se coloca mercurio.

Un puente metálico colocado entre los dos agujeros cierra el circuito. En la figura 675 se ve un interruptor de esta clase y en la parte inferior su representación esquemática.

Conmutadores. — A veces conviene invertir rápidamente el sentido de la corriente en un circuito. A este efecto se usan los conmutadores. En la figura 676 se ha representado un conmutador de balancín consistente en un taco de madera con 6 hoyos con mercurio. Uniendo *A* con *D* y *B* con *C* la corriente circula en el sentido de la flecha 1. En cambio uniendo *A* con *F* y *B* con *E* la corriente circulará en el sentido indicado por la flecha 2.

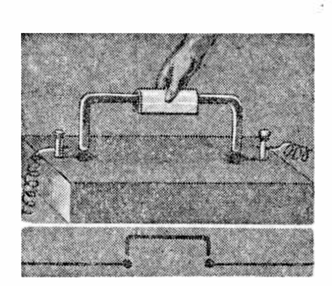


Fig. 675. — Interruptor.

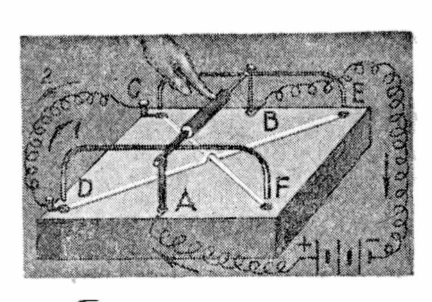


Fig. 676. — Conmutador.

356. Corrientes derivadas. — En la figura 677 se ha representado, como es costumbre, la pila o acumulador por dos rayas. Convendremos en que la raya más larga representa el polo positivo. Al llegar la corriente al punto *A* se bifurca en dos ramas cuyas resistencias son R_1 y R_2.

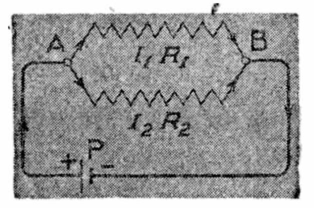


Fig. 677. — Corrientes derivadas.

Llamemos I_1 a la intensidad que circula por R_1 e I_2 a la que circula por R_2. *La intensidad* I *de la corriente principal es igual a la suma de las intensidades de las corrientes derivadas*:

$$I = I_1 + I_2. \quad [1]$$

Aplicando la ley de Ohm a cada una de las ramas: AR_1B y AR_2B tenemos:

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1}; \qquad I_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2}. \quad [2]$$

Se cumple que:

$$I_1R_1 = I_2R_2, \quad [3]$$

y si tuviéramos más alambres tendidos entre A y B valdría también para todos ellos:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 \ldots = V_A - V_B.$$

La [3] muestra que la intensidad es mayor por el conductor que ofrece menos resistencia.

Resistencia equivalente. — Deseamos substituir las dos resistencias R_1 y R_2 por una única resistencia R colocada entre A y B de modo que la intensidad de la corriente principal siga siendo la misma. Para esto deberá cumplirse:

$$I = \frac{V_A - V_B}{R}. \qquad [4]$$

Teniendo en cuenta que I es igual a $I_1 + I_2$, podremos escribir que la [4] es la suma de las [2]:

$$\frac{V_A - V_B}{R} = \frac{V_A - V_B}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_2}.$$

Dividiendo todo por $V_A - V_B$ resulta:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \qquad [5]$$

La inversa de la resistencia equivalente es igual a la suma de las inversas de las resistencias colocadas en derivación.

EJEMPLO: Sea $R_1 = 60$ ohmios; $R_2 = 20$ ohmios y la diferencia de potencial entre A y B igual a 6 voltios.

$$I_1 = \frac{6}{60} = 0{,}1 \text{ amp}; \qquad I_2 = \frac{6}{20} = 0{,}3 \text{ amp}.$$

La intensidad por el cable principal será:

$$I = 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}4 \text{ amp}.$$

La resistencia equivalente a las dos resistencias colocadas en derivación debe ser tal que I siga valiendo 0,4 amp.

$$I = \frac{6}{R}; \qquad R = \frac{6}{I} = \frac{6}{0,4} = 15 \text{ ohmios.}$$

Se cumple efectivamente:

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{60} + \frac{1}{20}.$$

Caso de resistencias iguales. — Las cinco lámparas de la figura 678 están instaladas en derivación. Los alambres de la línea AA' y BB' tienen muy poca resistencia y eléctricamente todo el cable AA' se comporta como un punto; lo mismo BB'. Esto quiere decir que la diferencia de potencial entre los dos polos de cada una de las lámparas es la misma. Si todas las lámparas tienen la misma resistencia r la resistencia total R será:

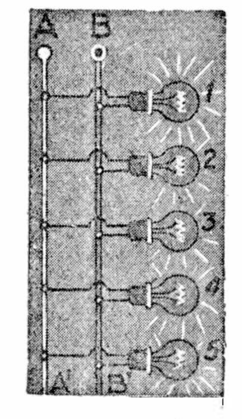
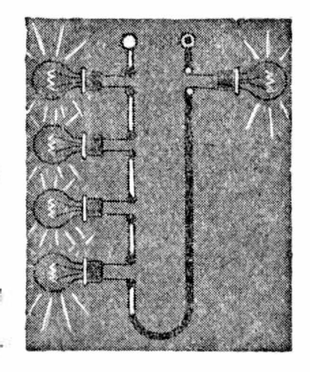


Fig. 678. — Lámparas en derivación.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \ldots = \frac{5}{r}; \quad R = \frac{r}{5}.$$


Fig. 679. — Lámparas en serie.

Cuanto mayor sea el número de lámparas encendidas tanto menor es la resistencia total. Es natural que así sea pues a mayor número de lámparas encendidas debe corresponder mayor consumo o sea mayor intensidad en la corriente de la línea. Si en cambio las lámparas estuvieran conectadas en serie (fig. 679) la resistencia aumentaría con el número de lámparas.

357. **Puente de Wheatstone.** — Para comparar resistencias se puede proceder por el método de WHEATSTONE, consistente en lo siguiente. Se colocan 4 resistencias: R_1; R_2; R_3 y R_4 en la forma que muestra la figura 680, formando un cuadrilátero. L es una llave con la cual se puede abrir o cerrar el circuito de la pila P. Hecho esto se conecta un *galvanómetro* o mejor dicho un galvanoscopio G entre C y D (el puente propiamente dicho). Este aparato G sirve únicamente para indicarnos si pasa o no pasa corriente

por él. En general pasará corriente de C a D o en sentido inverso de D a C. Si pasa corriente de C a D diremos:

$C \rightarrow D$: Potencial de C mayor que potencial de D.

Si inversamente la corriente va de D a C diremos:

$D \rightarrow C$: Potencial de D mayor que potencial de C.

Si *por casualidad* resultara que el galvanómetro no acusa el paso de corriente diríamos:

$$G = 0: \quad \text{Potencial de } C = \text{Potencial de } D.$$

Este caso es justamente el que nos interesa. Cuando esto ocurra tendrá que ser:

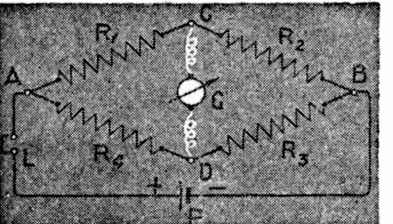


Fig. 680. — Puente de Wheatstone.

$$V_A - V_C = V_A - V_D,$$

y también:

$$V_C - V_B = V_D - V_B.$$

(Si C y D están a la misma "*altura*" difieren lo mismo en "*nivel*" de un punto A o de un punto B).

Sea I_1 la intensidad de la corriente en la rama AC cuya resistencia es R_1. Por la ley de Ohm es:

$$V_A - V_C = I_1 R_1.$$

Siendo I_2 la intensidad en la rama AD de resistencia R_4 se tiene:

$$V_A - V_D = I_2 R_4.$$

Debe ser entonces:

$$I_1 R_1 = I_2 R_4. \qquad [1]$$

Como entre C y D no pasa corriente es como si el galvanómetro no estuviera y en todo el cable ACB debemos tener la misma intensidad I_1 y en el cable ADB la intensidad I_2. La diferencia de potencial entre C y B es entonces $I_1 R_2$ y entre D y B, $I_2 R_3$ por lo cual:

$$I_1 R_2 = I_2 R_3. \qquad [2]$$

Dividiendo la [1] por la [2] resulta:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

o, lo que es lo mismo:

$$R_1R_3 = R_2R_4.$$

En el puente de Wheatstone, cuando no pasa corriente por el galvanoscopio deben ser iguales los productos de las resistencias opuestas.

Cajas de resistencia. — Si de las cuatro resistencias de la última relación establecida se conocen 3 puede determinarse el valor de la cuarta. En la figura 681

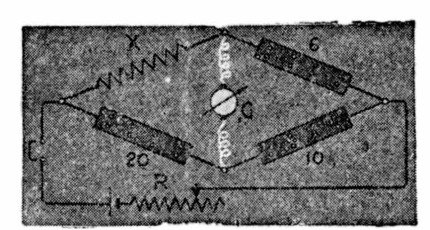


Fig. 681.

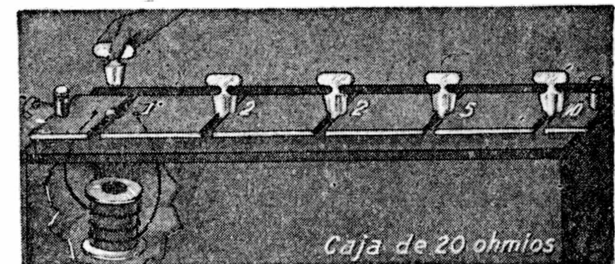


Fig. 682. — Caja de resistencia.

se ha colocado la resistencia x en una de las ramas del cuadrilátero. En las otras ramas se colocan *cajas de resistencia* consistentes (fig. 682) en hilos conductores de resistencias conocidas arrollados sobre carretes. Unas fichas de metal permiten "sacar" o "agregar" resistencias. En todos los laboratorios existen cajas de esta clase cuyo manejo no puede ser más simple. Si los números de la figura 681 indican las resistencias de las cajas en el momento en que se ha logrado, variando unas y otras, que no pase corriente por G, se tendrá:

$$10\,x = 20 \times 6; \quad x = 12 \text{ ohmios}.$$

Conviene intercalar en el circuito principal una *resistencia variable R* indicada esquemáticamente en la figura.

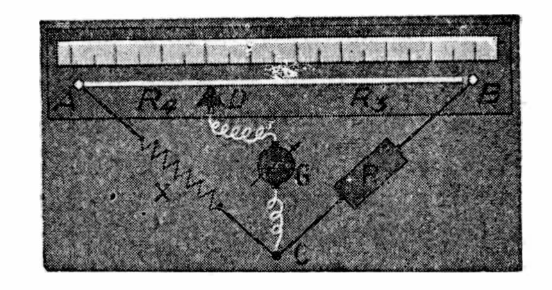


Fig. 683. — Puente de hilo.

Puente de hilo. — Se pueden substituir las resistencias R_3 y R_4 por un hilo de *sección constante* sobre el que se desliza el cursor D. Se mueve D a la derecha o a la izquierda hasta que el galvanoscopio indique cero. En este caso (fig. 683) vale:

$$xR_3 = RR_4; \qquad x = R\frac{R_4}{R_3}.$$

La relación R_4/R_3 no es más que la relación entre las longitudes *AD* y *BD*, que se leen en una regla graduada.

Ohmio patrón. — Un ohmio, hemos dicho, es la resistencia de un conductor que permite el paso de una corriente de un amperio cuando existe entre sus extremos la diferencia de potencial de un voltio. Pero las medidas absolutas ofrecen muchas dificultades. Se ha establecido como *ohmio patrón*, la resistencia que ofrece a la corriente una columna de mercurio de 106,3 centímetros de longitud y un milímetro cuadrado de sección a la temperatura de 0° C (fig. 684).

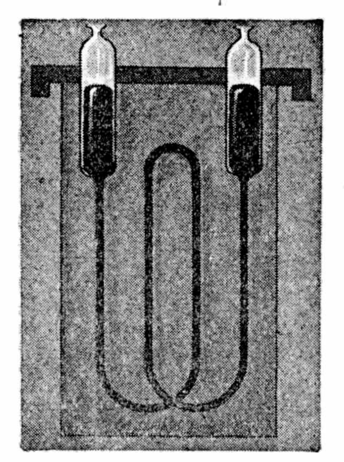


Fig. 684. — Ohmio patrón.

Las cajas de resistencias se fabrican por comparación con el ohmio patrón.

Reglas de Kirchhoff. — Cuando se trata de calcular la intensidad de la corriente en cada uno de los conductores de una red en la que pueden existir varias fuentes de fuerza electromotriz, el cálculo, en general complicado, se lleva a cabo aplicando las dos reglas siguientes debidas a KIRCHHOFF:

REGLA I. — *En un nudo* A *cualquiera* (fig. 685) *la suma de las intensidades de las corrientes que llegan debe ser igual a la suma de las intensidades de las corrientes que salen.*

Atribuyendo el signo positivo a las unas y el negativo a las otras, esta regla se reduce a decir que la suma algebraica de las intensidades en un nudo cualquiera debe ser cero:

$$\Sigma I = 0.$$

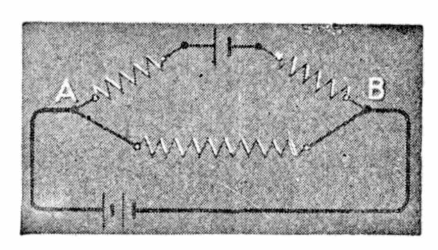


Fig. 685.

REGLA II. — *En un circuito cerrado cualquiera, la suma algebraica de las fuerzas electromotrices del mismo debe ser igual a la suma algebraica de los productos de las intensidades por las resistencias:*

$$\Sigma E = \Sigma IR.$$

358. Pilas. Acoplamiento. — Hemos mencionado ya la pila de Volta. En ella la energía eléctrica proviene de la energía

química que se libera al ser atacado el zinc por el ácido sulfúrico:

$$SO_4H_2 + Zn = SO_4Zn + H_2. \quad [1]$$

Este hidrógeno se deposita en el cobre y forma una capa casi aisladora. La fuerza electromotriz de la pila disminuye a causa de ese depósito de hidrógeno. Se dice que la pila se ha *polarizado*. Para que vuelva a funcionar como antes, es necesario sacar la barra de cobre y frotarla para quitar el hidrógeno. En otras pilas esta operación se efectúa automáticamente por medio de substancias apropiadas llamadas *despolarizadoras*. La fuerza electromotriz de estas pilas se mantiene constante durante el tiempo de funcionamiento, lo que ofrece múltiples ventajas. En la pila de DANIELL (fig. 686) se coloca la barra de cobre dentro de un vaso poroso con sulfato de cobre. El hidrógeno, que se dirige al cobre, con el sulfato de cobre da origen a la reacción:

$$SO_4Cu + H_2 = SO_4H_2 + Cu.$$

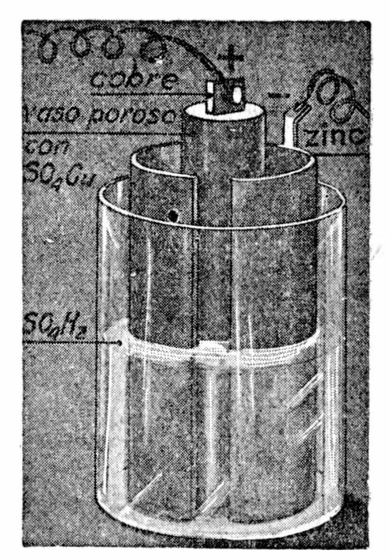


Fig. 686. — Pila de Daniell.

De este modo se regenera el ácido sulfúrico consumido en [1] dirigiéndose el cobre a la barra que constituye el polo positivo. La fuerza electromotriz de un elemento Daniell es de un voltio aproximadamente.

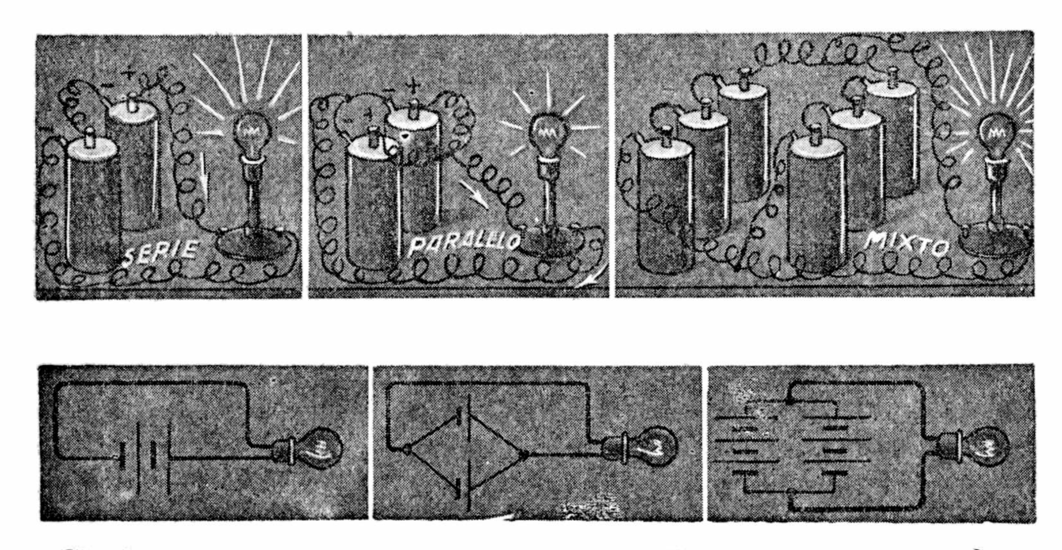
Las *pilas "secas"* están formadas por un cilindro hueco de zinc que constituye el polo negativo. En el interior una barra de carbón forma el polo positivo. Esta barra de carbón se recubre con bióxido de manganeso y polvo de grafito, existiendo en el espacio entre el zinc y la barra central una pasta de celulosa de nuez de coco impregnada en cloruro de amonio.

La fuerza electromotriz de estas pilas es igual a 1,5 voltios. Existen muchísimos otros tipos de pilas.

Acoplamiento de pilas. — Conectando el polo positivo de una pila con el negativo de otra igual (fig. 687) se logra una fuerza electromotriz doble; con tres pilas, triple, etc. Claro está que la resistencia interior se hace también doble, triple, etc. En cambio si se conectan los polos negativos entre sí y los positivos entre sí

(fig. 688) se dice que las pilas están en paralelo. En este caso la fuerza electromotriz del conjunto es igual a la de un solo elemento, pero la resistencia interior se reduce a la mitad, al tercio, etc.

En unos casos conviene un acoplamiento y en otros otro. Claro



Figs. 687, 688 y 689. — Acoplamiento en serie, en paralelo y mixto. Abajo esquemas.

está que también pueden conectarse varios elementos en forma mixta (fig. 689).

359. **Pilas termoeléctricas.** — En el año 1821 SEEBECK descubrió un curioso efecto en el cual se transforma directamente parte de la energía calorífica en energía de una corriente eléctrica. Si se suelda a los extremos de una barra de hierro (fig. 690) un alambre de cobre, se observa que al calentar una de las soldaduras pasa una corriente eléctrica por el circuito. En el caso del ejemplo, la corriente circula del cobre al hierro en la soldadura caliente; y del hierro al cobre en la fría. Este fenómeno se revela en forma muy fácil utilizando bismuto y antimonio (fig. 691). En la soldadura caliente pasa la corriente del bismuto al antimonio, como lo revela el sentido en que se desvía una aguja magnética por el paso de la corriente.

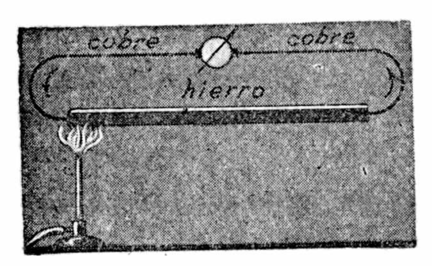


Fig. 690. — Efecto Seebeck.

La fuerza electromotriz depende de la diferencia de temperatura y de la naturaleza de los metales puestos en contacto. Si una de las

soldaduras está a 0° C y la otra a 100° C, la fuerza electromotriz (variable según el par de metales empleados), es del orden del milésimo de volt (milivolt). Este efecto termoeléctrico, se aplica sobre todo en la medida de temperaturas. Se construyen a tal objeto pilas termoeléctricas extremadamente sensibles.

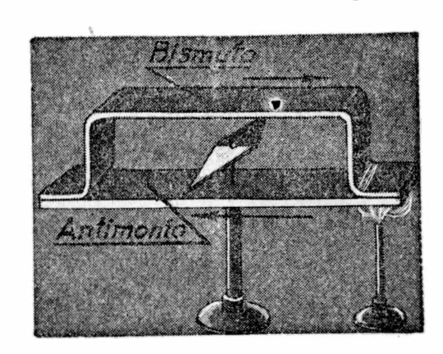


Fig. 691. — Pila termoeléctrica.

ENERGÍA DE LA CORRIENTE

360. Ley de Joule. — Vimos ya (351) que el trabajo que es capaz de suministrar una corriente eléctrica de intensidad I, durante el tiempo t es:

$$T = It\ (V_A - V_B),$$

siendo $V_A - V_B$ la diferencia de potencial entre los extremos del conductor considerado. Si este conductor tiene una resistencia R, por la ley de Ohm:

$$V_A - V_B = IR.$$

Llevando este valor a la fórmula del trabajo:

$$T = RI^2t.$$

Si R está medido en *ohmios*, I en *amperios* y t en *segundos*, el trabajo está expresado en *julios*. Si este trabajo no se transforma en trabajo mecánico, es decir, si en el conductor no existe un motor eléctrico, se *transformará totalmente en calor*. Como *un julio es igual* (*aproximadamente*) *a 0,24 calorías*, el número de calorías que se desprenden será:

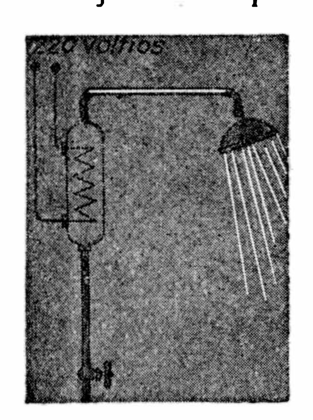


Fig. 692.

$$Q = 0{,}24\ RI^2t \text{ calorías.}$$

Ya hemos visto cómo, con un calorímetro, puede medirse esta cantidad de calor. La fórmula última es la expresión de la ley de JOULE, que puede enunciarse así: *La cantidad de calor que se produce en un conductor por el paso de una corriente es proporcional a la resistencia del conductor, al cuadrado de la intensidad de la corriente y al tiempo que dura el pasaje de la misma.*

EJEMPLO. — *Desea calcularse la resistencia de un calentador de baño para que con los 220 voltios de la red de alumbrado eleve en 30° C (por ejemplo de 10° C a 40° C) en sólo 3 minutos la temperatura de 5 litros de agua* (fig. 692).

Calculemos primero la intensidad I. Llamando V a la diferencia de potencial entre los extremos del alambre se tendrá:

$$Q = 0{,}24\ VIt;$$

$$I = \frac{Q}{0{,}24\ Vt},$$

donde:

$$Q = 5\,000 \text{ gramos} \times 30^{\circ}\text{C} = 150\,000 \text{ calorías.}$$

$$V = 220 \text{ voltios}; \qquad t = 3 \times 60 = 180 \text{ seg.}$$

$$I = 15{,}78 \text{ amp.}$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220}{15{,}78} \simeq 14 \text{ ohmios.}$$

361. **Cortocircuito. Fusibles.** — Si se desgastan las envolturas aisladoras de los cables que conducen la corriente eléctrica puede ocurrir que se toquen por la parte desgastada. Esto origina el paso de una corriente eléctrica de intensidad muy grande durante un breve tiempo, que produce una elevación de temperatura considerable. Esta elevación de temperatura puede originar en algunos casos hasta un incendio. Para evitar esto se colocan en las líneas, alambres de plomo llamados fusibles. Cuando la intensidad de la corriente se hace muy grande el plomo se funde y se interrumpe el circuito. Se elige plomo, porque su punto de fusión es relativamente bajo.

ELECTRÓLISIS. APLICACIONES

362. **Leyes de Faraday.** — Se llaman *electrólitos* cuerpos que se descomponen por el paso de la corriente eléctrica. Los aparatos en que se produce el fenómeno reciben el nombre de *voltámetros*.

El electrodo positivo A (fig. 693) recibe el nombre de *ánodo;* el negativo C es el *cátodo*. En el electrólito la corriente circula entonces del ánodo al cátodo. Si se trata de agua acidulada con

ácido sulfúrico (el agua pura no es conductora) se recoge en el *ánodo oxígeno* y en el *cátodo hidrógeno.* El volumen de hidrógeno es doble del del oxígeno. Intercalando en el circuito una resistencia variable *R* y un amperímetro *I* puede estudiarse experimentalmente la dependencia entre la *cantidad de electricidad que pasa y las masas de las substancias recogidas en los electrodos.* La cantidad de electricidad que pasa es el producto de la intensidad de la corriente por el tiempo transcurrido.

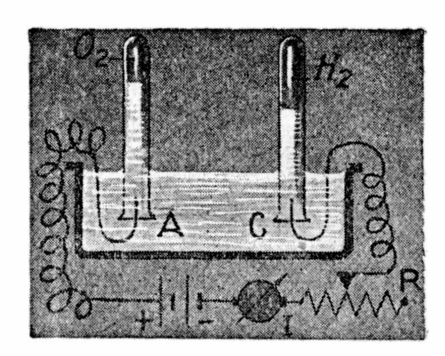


Fig. 693. — Voltámetro de agua.

La figura 694 representa un "voltámetro de cobre". Dos placas de cobre están sumergidas en un baño de sulfato de cobre. Se observa que por el paso de la corriente, la placa catódica aumenta de peso, mientras que la placa anódica disminuye de peso en cantidad igual. Todo pasa como si la corriente eléctrica transportara cobre de una placa a la otra. Pero aun siendo el ánodo *A* una placa de otro metal (platino por ejemplo) en el cátodo sigue depositándose cobre, lo que prueba que éste proviene de la descomposición del SO_4Cu.

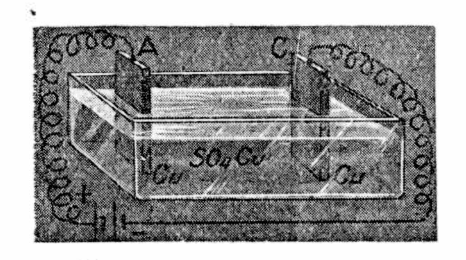


Fig. 694. — Voltámetro de cobre.

PRIMERA LEY DE FARADAY. — Experimentalmente comprobó Faraday que *la masa de una substancia desprendida en la electrólisis es proporcional a la cantidad de electricidad* que ha pasado. Esto significa que dicha masa es proporcional a la intensidad de la corriente y al tiempo.

SEGUNDA LEY DE FARADAY. — Conectando varios voltámetros en serie (fig. 695) por todos ellos pasa en cierto tiempo la misma cantidad de electricidad. Se observa entonces que *las masas de distintas substancias desprendidas en la electrólisis por una misma cantidad de electricidad, son químicamente equivalentes.* Se ha constatado en efecto que por el paso

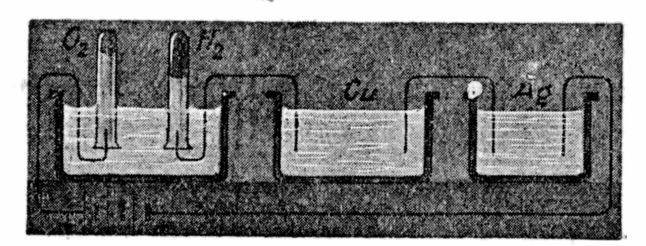


Fig. 695. — Voltámetros en serie.

de *96 500 culombios* se deposita en los electrodos: *1 gramo de hidrógeno, 8 de oxígeno, 108 de plata, 31,8 de cobre,* etc.

Estas masas son químicamente equivalentes en el siguiente sentido: Si se tiene ácido nítrico (NO_3H), una molécula gramo de esta substancia contiene un gramo de hidrógeno. Exactamente contiene 1,008 gramos de hidrógeno pues 1,008 es el peso atómico del hidrógeno y la molécula gramo de una substancia no es más que su peso molecular expresado en gramos. El peso molecular del ácido nítrico es:

$$14{,}008 + 3 \times 16{,}000 + 1{,}008$$

pues 14,008; 16,000; 1,008 son los pesos atómicos del nitrógeno, oxígeno e hidrógeno, respectivamente.

En una molécula gramo de NO_3H se tendrán:

14,008	gramos	de	N.
3 × 16,000	„	„	O.
1,008	„	„	H.

Análogamente en la molécula gramo de nitrato de plata (NO_3 Ag) se tienen:

14,008	gramos	de	N.
3 × 16,000	„	„	O.
107,88	„	„	Ag

pues 107,88 es el peso atómico de la plata.

107,88 gramos de Ag son entonces químicamente equivalentes a 1,008 gramos de hidrógeno. Consideremos ahora el ejemplo de una substancia bivalente (cobre). En la molécula gramo de ácido sulfúrico SO_4H_2 se tienen:

$$2 \times 1{,}008 \text{ gramos de hidrógeno}$$

y en la molécula gramo de sulfato de cobre (SO_4Cu) se tienen (peso atómico del Cu = 63,57):

63,57 gramos de cobre.

Resulta así:

$$2 \times 1{,}008 \text{ gramos de H equivalen a } 63{,}57 \text{ gramos de Cu}$$

$$1{,}008 \text{ gramos de H equivalen a } \frac{63{,}57}{2} = 31{,}78 \text{ gramos de Cu.}$$

Para hallar la masa químicamente equivalente a 1,008 gramos de hidrógeno debe dividirse el peso atómico (si se trata de un elemento) expresado en gramos, por la valencia.

La masa de un radical cualquiera químicamente equivalente a la de 1,008 gramos de hidrógeno se halla dividiendo el "peso molecular" del radical, expresado en gramos, por la valencia del mismo. Para el radical sulfato (SO_4) se tendrá:

$$\frac{32{,}07 + 4 \times 16{,}000}{2} \text{ gramos}$$

equivalen químicamente a 1,008 gramos de hidrógeno pues 32,07 es el peso atómico del azufre.

Expresión de las leyes de Faraday. — Si A es el peso atómico de un elemento o el "peso molecular" de un radical y V la valencia del mismo, sabemos que cuando pasan

$$\text{96 500 culombios se desprenden } \frac{A}{V} \text{ gramos.}$$

El paso de un culombio produce la liberación de

$$\frac{1}{96\,500} \cdot \frac{A}{V} \text{ gramos;}$$

y por el pasaje de It culombios, siendo I la intensidad medida en amperios y t el tiempo medido en segundos, se desprenderá una masa m dada por la expresión:

$$m = \frac{1}{96\,500} \frac{A}{V} It \text{ (gramos).}$$

Esta fórmula expresa las dos leyes de Faraday.

EJEMPLO. — Una corriente de dos amperios pasa durante un tiempo de 3 horas 15 minutos por un voltámetro de SO_4Cu. Hallar la masa de Cu depositada. Reduciendo el tiempo a segundos, tomando $A/V = 31{,}78$ y efectuando los cálculos resulta:

$$m = 7{,}90 \text{ gramos.}$$

Al producto

$$\frac{1}{96\,500} \cdot \frac{A}{V} = e$$

se le llama equivalente electroquímico de la substancia. Por lo que:

$$m = eIt.$$

Medida de las corrientes con los voltámetros. — Se comprende cómo con un voltámetro, midiendo la masa depositada o desprendida durante la electrólisis, puede conocerse la cantidad de *electricidad total* que ha pasado. Por esta razón, convendría a los voltámetros el nombre de culombímetros.

Si la intensidad de la corriente se ha mantenido constante durante la experiencia, se la podrá calcular, con sólo dividir el número de culombios que han pasado, por el tiempo transcurrido.

363. Galvanoplastia. — Si el cátodo está constituído por una pieza metálica cualquiera, un anillo por ejemplo (fig. 696), se recubre de cobre si el electrólito es una sal de cobre, de plata si se trata de una sal de plata, etc. En esto se basa el plateado y dorado (con sales de plata y oro, respectivamente).

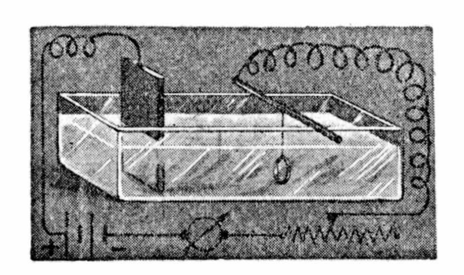


Fig. 696. — Galvanoplastia.

364. Teoría de la electrólisis. — Para poder explicar la proporcionalidad entre la cantidad de electricidad que pasa por un electrólito y la masa desprendida en los electrodos, lo más sencillo es suponer que son los átomos mismos los que transportan o acarrean la electricidad en el seno del electrólito. Un átomo o complejo atómico cargado eléctricamente recibe el nombre de ion. *Los iones con carga positiva se dirigen en la electrólisis al cátodo; son los cationes.* Los *aniones* en cambio tienen *carga negativa* y *se dirigen al ánodo.* Para poder explicar las leyes de Faraday debe admitirse además que los iones bivalentes transportan una carga eléctrica doble que los monovalentes; los trivalentes triple, etc.

Los iones se encuentran en el electrólito antes del pasaje de la corriente. Disolviendo cloruro de sodio en agua casi todas las moléculas de Na Cl se dividen o disocian en iones de acuerdo a la ecuación simbólica siguiente:

$$\text{Na Cl} \rightleftarrows \text{Na}^{+} + \text{Cl}^{-}.$$

Los signos + y — indican que el sodio es el catión y el cloro el anión. La doble flecha indica que mientras algunas moléculas se disocian otras se recomponen. En el equilibrio, el número de moléculas que se disocian es igual al número de moléculas que se forman: se trata de *un equilibrio dinámico*. Las fórmulas siguientes indican cómo se disocian por simple solución algunas substancias.

$$SO_4H_2 \rightleftarrows SO_4^{--} + H^+ + H^+;$$

$$SO_4Cu \rightleftarrows SO_4^{--} + Cu^{++};$$

$$NO_3Ag \rightleftarrows NO_3^- + Ag^+.$$

En la *electrólisis del agua* los cationes hidrógeno *provenientes del ácido sulfúrico* son los que una vez en estado neutro se recogen en el cátodo. Los aniones SO_4 descomponen al agua dando origen al desprendimiento de oxígeno en el ánodo:

$$2\ SO_4 + 2\ H_2O = 2\ SO_4H_2 + O_2.$$

La disminución de la masa del cobre en el ánodo si éste es de cobre en la electrólisis del SO_4Cu se explica en forma análoga. El ion SO_4 ataca al cobre y regenera el sulfato de cobre.

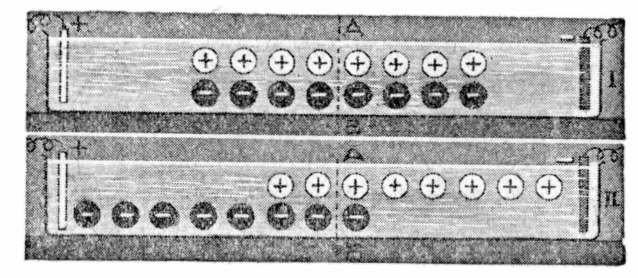


Fig. 697. — Desplazamiento de los iones.

La masa de cualquier electrólito se encuentra en estado neutro, lo que prueba que las cargas positivas de los cationes igualan a las cargas negativas de los aniones. Al colocar en el seno del electrólito dos electrodos a diferente potencial se establece una doble corriente de iones. En la figura 697 se han representado 8 iones positivos y 8 negativos. En *II* se han colocado dos electrodos y se ha supuesto que al cabo de cierto tiempo han atravesado una sección *AB* del seno del electrólito *dos iones positivos de izquierda a derecha y tres negativos de derecha a izquierda.* Los iones negativos que se mueven de derecha a izquierda se comportan como iones positivos que se movieran en sentido contrario, si se considera el trabajo eléctrico correspondiente al transporte de esas cargas.

La cantidad de electricidad que ha pasado por la sección *AB* es igual a $2 + 3 = 5$. Esta cantidad de electricidad es la que queda

libre en los electrodos: al cátodo han llegado 5 cargas positivas y otras 5 negativas al ánodo.

Se comprende así que cuando pasa la cantidad de electricidad de un culombio llega al cátodo un culombio de electricidad positiva y al ánodo otro culombio de electricidad negativa.

Ésta es en esencia la teoría de CLAUSIUS y ARRHENIUS, con la cual se explican todos los fenómenos observados en la electrólisis.

365. Atomicidad de la electricidad. — Los iones bivalentes transportan *exactamente* una carga *doble* que los *monovalentes*, los *trivalentes triple*, etc. Esto prueba en forma concluyente que la electricidad posee una estructura atomística como lo hizo notar HELMHOLTZ en 1881.

Deducción de las leyes de Faraday. — Sea M_i la masa en gramos de un único ion. Cuando lleguen n iones a un electrodo la masa m de la substancia que se recoge en él será:

$$m = nM_i. \qquad [1]$$

La cantidad q de electricidad que ha pasado por el electrólito es igual a la transportada por estos iones. Llamemos e a la *carga eléctrica elemental o sea a la carga de un átomo de electricidad.* Si el ion tiene la valencia v cada uno de ellos transporta la carga ev. La llegada de n iones implica el paso de una cantidad q de electricidad igual a:

$$q = evn. \qquad [2]$$

Dividiendo [1] por [2]:

$$\frac{m}{q} = \frac{M_i}{ev}; \qquad m = \frac{M_i}{ev} q. \qquad [3]$$

La fórmula [3] expresa las leyes de Faraday pues la masa de substancia recogida resulta ser proporcional a la cantidad de electricidad, al peso atómico o molecular M_i del *ion*, estando además en razón inversa de la valencia v del mismo.

366. Número de átomos existentes en un átomo gramo. — Si en un gramo de hidrógeno hubieran mil átomos, en 16 gramos de oxígeno tendríamos también mil átomos, pues cada átomo de oxígeno es 16 veces más pesado que uno de hidrógeno. Luego en el átomo gramo de todos los elementos existe el mismo número de

átomos. Este número es desde luego igual al número de moléculas existentes en la molécula gramo. Se le llama número de AVOGADRO, aun cuando este autor no indicó ningún método para determinar ese número.

Si llamamos N a ese número, se le podría obtener por simple división si se conociera la masa en gramos de un solo átomo. Siendo A la masa atómica de un elemento expresada en gramos o la masa molecular de un complejo atómico, dividiendo A por la masa M_i de un solo átomo, molécula o ion, obtendremos el número N:

$$\frac{A}{M_i} = N$$

o lo que es lo mismo la masa del átomo gramo es:

$$A = NM_i,$$

esto es, el producto del número de átomos por la masa de cada uno de ellos.

Reemplazando en la [3] el valor de Mi que se obtiene de esta última relación resulta:

$$m = \frac{1}{Ne} \frac{A}{v} q. \qquad [4]$$

Comparando esta fórmula con la expresión general de las leyes de Faraday se ve que debe ser:

$$Ne = 96\,500 \text{ culombios}$$

o lo que es lo mismo:

$$Ne = 96\,500 \times 3 \times 10^9 \text{ u. c. e. e. — carga;}$$

efectuando las operaciones:

$$Ne = 2{,}89 \times 10^{14} \text{ u. c. e. e. — carga.}$$

Si se conociera el valor de la carga eléctrica e se podría determinar el número N.

367. **Método de Millikan.** — R. A. MILLIKAN logró en 1917 medir directamente la carga eléctrica de los iones. Para esto se pulveriza entre las placas de un condensador eléctrico un líquido

cualquiera, por ejemplo aceite. Las placas del condensador plano están dispuestas horizontalmente. Las pequeñas gotas de aceite se observan con un microscopio. El experimento puede hacerse también con humo de cigarrillo: las pequeñísimas partículas sólidas quedan como flotando entre las placas del condensador. *Si éste no está cargado* se observa que las gotas caen lentamente con *movimiento uniforme* debido a la resistencia del medio. La velocidad de caída de las gotas puede determinarse midiendo el tiempo que transcurre entre los pasajes de una misma gota por dos hilos horizontales colocados a manera de retículo en el microscopio. De esta velocidad de caída se deduce el peso de una única gota utilizando fórmulas especiales deducidas de los principios generales de la mecánica.



R. A. Millikan (nacido en 1868).

Ahora bien: dichas gotas están eléctricamente cargadas, por la acción de la luz con que las iluminamos. Se aprovecha aquí el llamado efecto fotoeléctrico del cual nos ocuparemos en otro lugar. Ahora comienza la parte interesante del experimento. Estas gotas cargadas son verdaderos iones gigantes en lo que respecta a sus masas. Supongamos que una gota se ha cargado positivamente y que la placa superior del condensador sea la placa negativa.

El campo eléctrico tiende a hacer que la gota suba y su peso tiende a hacerla caer. Variando el campo eléctrico entre las placas del condensador puede conseguirse que la gota permanezca en reposo. Es un verdadero juego seguir el movimiento de una gota haciendo que baje o que suba a voluntad.

Siendo $\mathcal{E}$ la intensidad del campo eléctrico entre las placas y ε la carga de una única gota, la fuerza eléctrica que obra sobre ella es igual a $\mathcal{E}\varepsilon$. Esta fuerza, cuando la gota queda en suspensión, debe ser igual a su peso P:

$$\mathcal{E}\varepsilon = P.$$

De este modo se determina la carga ε de las gotas. En *miles y miles de medidas* efectuadas, se encontró que *las cargas eléctricas de las gotas eran siempre múltiplos enteros de una cierta carga eléctrica e*. Es decir, algunas gotas tenían una carga igual a *e*; otras igual a 2 *e*; otras 3 *e*, etc. Las primeras eran o se comportaban

como iones monovalentes, las segundas como bivalentes, etc. Esa carga eléctrica e resultó ser:

$$e = 4{,}77 \times 10^{-10} \text{ u. c. e. e. — carga.}$$

Por otros métodos se obtiene el mismo valor.

368. Determinación del número de Avogadro. — El número N se calcula ahora de inmediato, pues debe ser según (366):

$$N = \frac{2{,}89 \times 10^{14}}{4{,}77 \times 10^{-10}}$$

$$N = 6{,}06 \times 10^{23}.$$

Por otros métodos (pág. 285) se obtiene este mismo valor. Conociendo este número se puede calcular la masa de un solo átomo. Calculemos la masa m_H de un átomo de hidrógeno. Como en 1,008 gramos de hidrógeno existen N átomos, resulta:

$$m_H = \frac{1{,}008}{6{,}06 \times 10^{23}} = 1{,}66 \times 10^{-24} \text{ gramos.}$$

369. ¿Qué son los iones?. — Un ion hemos dicho que es un átomo cargado eléctricamente. Un ion monovalente negativo tiene igual carga eléctrica que un ion monovalente positivo.

Para explicar este y otros fenómenos, se supone que los átomos tienen una estructura eléctrica. Se parecerían a minúsculos sistemas planetarios: en la parte central un núcleo con cargas eléctricas positivas; en la periferia, "los planetas", que serían los *electrones*, cada uno de ellos con una carga elemental negativa.

El átomo de hidrógeno estaría constituido por un *protón* (positivo), y un único electrón que gira alrededor de aquél. El ion hidrógeno es un átomo que ha perdido su único electrón planetario. Este ion se dirige en la electrólisis al cátodo y se neutraliza captando un electrón. Por eso se desprenden en la electrólisis átomos * y no iones.

Átomos más complicados que *pierden* dos electrones se convierten en bivalentes *positivos;* si pierden tres, dan origen a iones trivalentes positivos, etc. En cambio, otros átomos *captan un elec-*

* En realidad moléculas H_2.

trón de más y se convierten en iones *negativos monovalentes;* captando *dos electrones de más en iones negativos bivalentes,* etc.

Los iones son, pues, átomos o grupos atómicos con uno o varios electrones de más o de menos.

En cuanto a la masa de los electrones, numerosos hechos conducen a su determinación. Se ha encontrado que la masa de un electrón es 1 850 veces menor que la masa de un átomo de hidrógeno. La masa de los átomos se halla, pues, casi totalmente concentrada en el núcleo.

ACUMULADORES

370. **Corrientes de polarización. Acumuladores.** — Si la llave *PQ* que cierra el circuito del voltámetro de la figura 699, se coloca en la posición *PR*, se observa que durante un breve tiempo circula por el galvanómetro *G* una corriente. El sentido de la corriente en el seno del líquido es contrario al sentido que tenía la corriente que producía la electrólisis. Durante la electrólisis la corriente va, en el líquido, del ánodo al cátodo. Si se trata de un "voltámetro de agua", el cátodo de platino se recubre de hidrógeno y el ánodo, de oxígeno. Ambos electrodos son entonces diferentes, existiendo entre ambos cierta diferencia de potencial. Se explica así esta corriente llamada la polarización. A la fuerza electromotriz de la corriente de polarización se la llama fuerza contraelectromotriz. En un voltámetro de agua con electrodos de platino, la fuerza contraelectromotriz es aproximadamente igual a 2 voltios. La corriente de polarización en el voltámetro de agua dura muy poco tiempo, debido a que el mismo se comporta como una pila cuyos electrodos fueran gaseosos. Para obtener una corriente de polarización durable, será necesario que los productos de la electrólisis no sean gaseosos. Esto se logra en los acumuladores inventados por PLANTÉ (1860), el cual observó que si se sustituyen los electrodos de platino por otros de plomo, la corriente de polarización dura más tiempo.

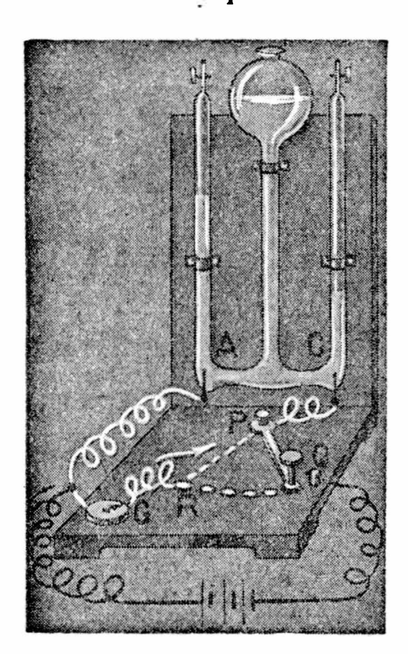


Fig. 699. — Corriente de polarización.

Un acumulador consiste en dos láminas o placas de plomo aleado con antimonio para hacerlas más duras, sumergidas en un baño de ácido sulfúrico diluído. Estas placas son alveoladas, con el objeto de aumentar su superficie (fig. 700). En la placa positiva se llenan los alvéolos con una pasta de minio (Pb_3O_4) y agua acidulada. En la negativa se llenan con óxido de plomo (PbO).

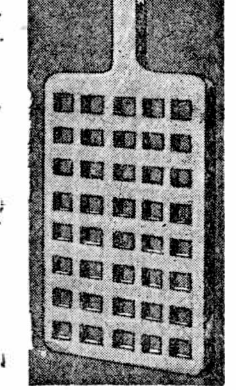


Fig. 700. — Placa de acumulador.

Durante la carga del acumulador la corriente entra por la placa positiva (fig. 701). Se producen entonces reacciones complicadas (sobre las cuales no están todos los autores de acuerdo), y el acumulador queda "cargado". La energía eléctrica se conserva en él en forma de energía química. Durante la descarga esta energía química se convierte de nuevo en energía eléctrica. Un acumulador devuelve en la descarga nueve décimos de la energía recibida en la carga: su rendimiento es de 90 %. Los acumuladores comunes tienen una "capacidad de carga" de 10 amperios-hora por cada kilogramo de placa; 10 amperios hora son 36 000 culombios. La fuerza electromotriz de un acumulador es igual a 2 voltios.

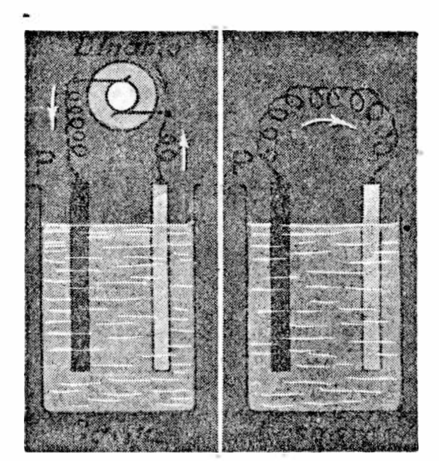


Fig. 701. — Carga y descarga de un acumulador.

Según esto en cada kilogramo de placa se acumula una energía de

$$36\,000 \times 2 = 72\,000 \text{ julios} = 7\,300 \text{ kilográmetros.}$$

Cuando la fuerza electromotriz de un acumulador es inferior a 1,8 voltios, se le debe cargar de nuevo. Asociando varios acumuladores se forman las llamadas baterías.

PROBLEMAS

1. *Se hace pasar por un voltámetro de agua una corriente de 0,5 amperios durante 10 minutos. Hallar el volumen de oxígeno recogido.*

Comenzamos por hallar la masa m:

$$m = \frac{1}{96\,500} \times \frac{16}{2} \times 0{,}5 \times 600.$$

Sabemos además que la molécula gramo de oxígeno (32 gramos) ocupa a 0° C y 760 mm de presión el volumen de 22 412 cm³. De aquí:

$$V = \frac{22\,412}{32} m = 17{,}4 \text{ cm}^3.$$

2. *Una batería de 50 kilogramos de placas se descarga en forma continua durante una hora. Calcular la potencia en H.P.*

$$\textit{Potencia} = \frac{7\,300 \times 50}{3\,600 \times 75} = 1{,}35 \text{ H.P.}$$

3. *La batería anterior está formada por 25 acumuladores dispuestos en serie. Hallar la intensidad de la corriente.*

Siendo la fuerza electromotriz igual a 50 voltios, debe ser:

$$50 \text{ volt} \times I \text{ amp} \times 3\,600 \text{ seg} = 50 \times 72\,000 \text{ julios}$$

de donde: $I = 20$ amperios.

CAPÍTULO XXVII

ELECTROMAGNETISMO

371. Descubrimiento de Oersted. — Ya sabemos que por el pasaje de una corriente eléctrica, una aguja imantada colocada en las proximidades de la misma se desvía.

Este efecto fué descubierto por OERSTED en el año 1820, 20 años después de la invención de la pila. Llama enormemente la atención que haya transcurrido tanto tiempo, 20 años, en ponerse de manifiesto un efecto tan fácil de revelar. Se sospechaba que entre magnetismo y electricidad debía existir alguna relación; se sabía que cuando se produce una descarga eléctrica atmosférica la aguja de una brújula se desvía, pero antes de Oersted, se limitaban los físicos a acercar uno de los polos de la pila a los polos de una aguja magnética, constatando que el efecto era nulo. No se acertaba a cerrar el circuito! Una anécdota hecha circular a raíz del descubrimiento de Oersted, relata que estando este físico dando clase en la Universidad de Copenhague, durante un experimento en que trataba de demostrar "*la no influencia de la electricidad sobre el magnetismo*" acertó a unir, por pura casualidad, los polos positivo y negativo de la pila cerrando el circuito y produciendo la desviación de la aguja!



Andrés María Ampère (1775 - 1836).

372. Sentido de la desviación: regla de Ampère. — El polo norte de la aguja imantada se desvía hacia la *izquierda* del llamado "*nadador de Ampère*". El nadador de Ampère es un observador que se supone acostado sobre el conductor, *mirando la aguja y de tal modo que la corriente entre por sus pies y salga por su cabeza* (fig. 703).

Más sencilla es la regla siguiente: *Se coloca la mano derecha sobre el conductor, de modo que la corriente entre por la muñeca*

y salga por la punta de los dedos, con la palma dirigida hacia la aguja: el dedo pulgar indica el sentido en que se desvía el polo norte (figura 703).

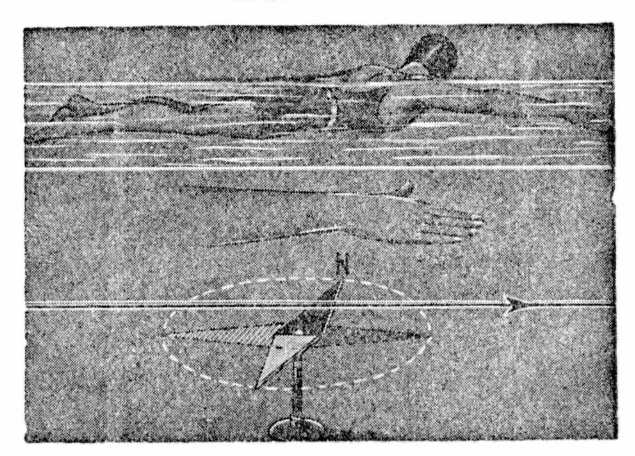


Fig. 703. — Regla de Ampère.

Arrollando un hilo conductor alrededor de un cuadro de madera (fig. 704) en el interior del cual se coloca una aguja imantada, los efectos de las corrientes 1; 2; 3 y 4 sobre la aguja se suman. Con el sentido de la corriente indicado en la figura el polo norte se desviará hacia atrás. El aparato que precede, llamado multiplicador, constituye un sencillo galvanoscopio.

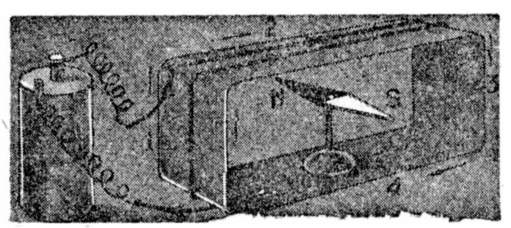


Fig. 704. — Multiplicador.

373. Campo magnético de una corriente rectilínea. — Colocando limaduras de hierro sobre una pantalla horizontal (fig. 705) atravesada normalmente por un conductor rectilíneo, se observa que al pasar la corriente las limaduras se orientan disponiéndose según circunferencias concéntricas, con centro en el conductor. Para conocer el sentido de estas líneas de fuerza cerradas y circulares basta colocar sobre la pantalla pequeñas agujas magnéticas (fig. 706). El sentido de estas líneas está dado por la regla de MAXWELL llamada también del tirabuzón: *El sentido de las líneas de fuerza del campo magnético originado por una corriente es el mismo en que debería girarse un tirabuzón, supuesto en el conductor, para que avance en el sentido de la corriente* (fig. 707).

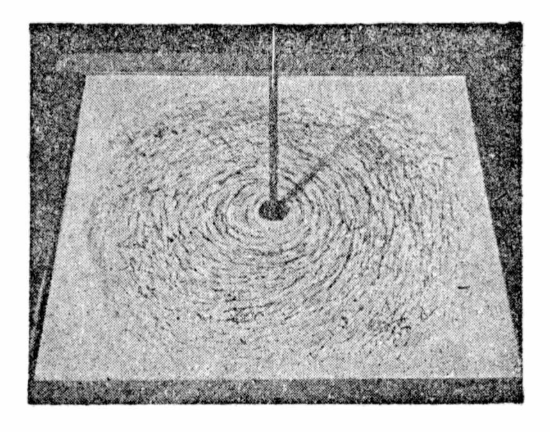


Fig. 705. — Campo magnético de una corriente rectilínea.

Se ve que esta regla puede aplicarse también para prever el sentido en que se desviará una aguja magnética por la acción de una corriente eléctrica.

Campo magnético de una corriente circular. — La figura 708 muestra la disposición de las líneas de fuerza del campo magnético originado por una corriente circular. Las líneas de fuerza entran por una de las caras del plano

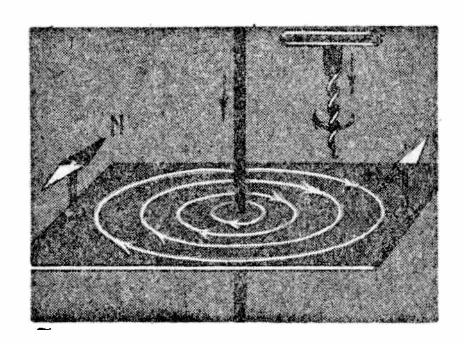


Fig. 706. — Regla del tirabuzón.

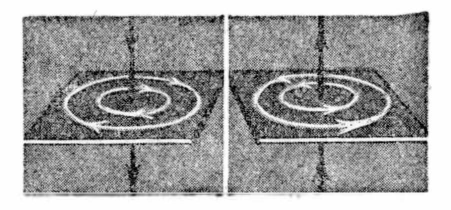


Fig. 707. — Regla del tirabuzón.

de la corriente y salen por la otra. Para saber por qué cara entran y por cuál salen basta aplicar la regla del tirabuzón a una porción del conductor, o la regla de Ampère de la mano derecha. Estas líneas de fuerza son también *cerradas.*

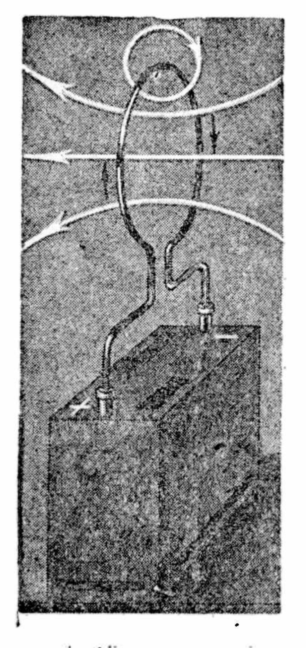


Fig. 708. — Campo de una corriente circular.

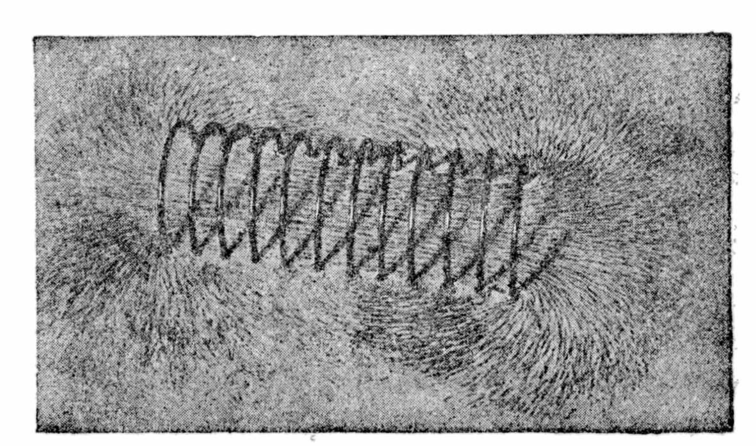
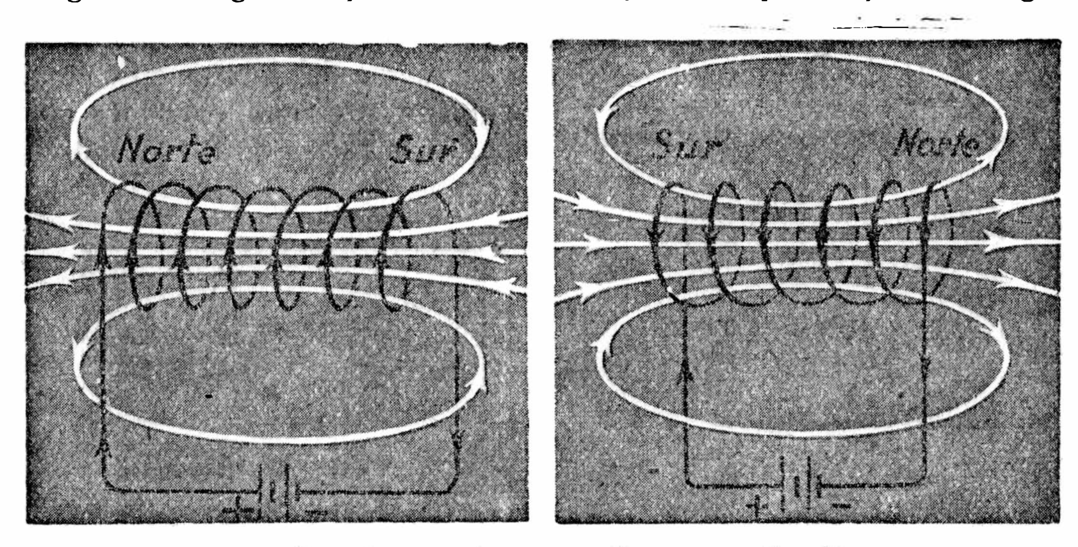


Fig. 709. — Campo magnético de un solenoide.

374. **Campo magnético de un solenoide.** — Un solenoide es sencillamente un alambre en forma helicoidal. En la figura 709 se ve el espectro magnético originado con un solenoide por el paso de una corriente eléctrica. En las figuras 710 y 711 se han representado las líneas de fuerza y su sentido en dos solenoides. Se ve

que estas líneas salen por uno de los extremos y entran por el otro. El sentido de las mismas puede hallarse por cualquiera de las reglas mencionadas antes. Llama la atención el parecido entre el campo magnético originado por un solenoide y el campo magnético origi-



Figs. 710 y 711. — Líneas de fuerza y polos magnéticos.

nado por un imán en forma de barra (fig. 712). Las líneas del interior del imán son en realidad líneas de inducción (párrafo 399). Veremos en seguida que un solenoide se comporta exactamente como un imán; *el extremo del mismo por donde salen las líneas de fuerza*

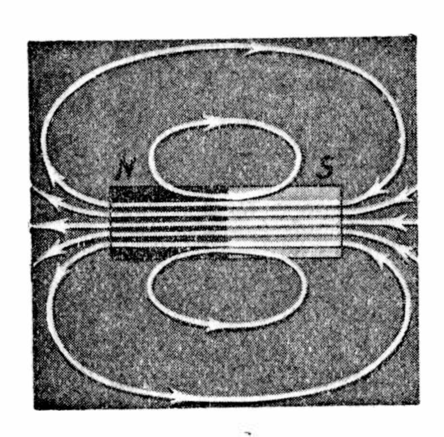



Fig. 712. — Campo de un imán.

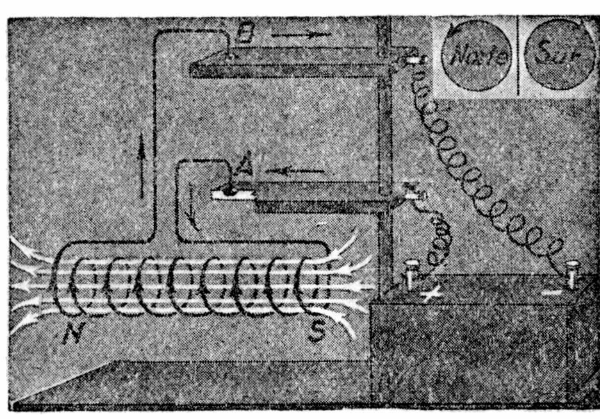


Fig. 713. — Solenoide móvil.

es el polo norte y el otro extremo, por donde las líneas entran, es el polo sur.

Para comprobar que es efectivamente así, se le suspende de un soporte apropiado (fig. 713). *A* y *B* son dos pequeños huecos prac-

ticados en dos barras metálicas sujetas a un soporte aislador. En esta suerte de alvéolos se coloca mercurio y en ellos se suspende el solenoide. Si la corriente es suficientemente intensa se observa que este solenoide móvil se orienta igual que una aguja magnética por la acción del campo magnético terrestre. El extremo que se dirige hacia el Norte, o sea el polo norte del solenoide, es aquél en que visto de frente se ve circular la corriente en sentido inverso del sentido en que giran las agujas de un reloj (fig. 713); en el polo sur, visto de frente, se ve circular la corriente en el mismo sentido de las agujas. Esta regla es consecuencia de las reglas dadas anteriormente.

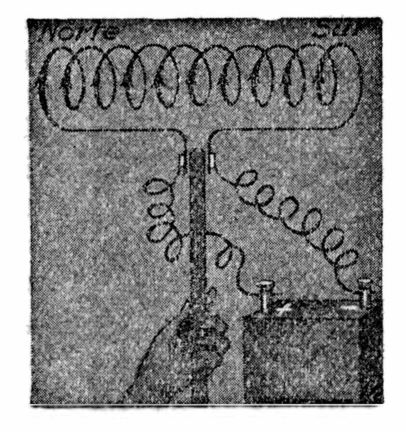


Fig. 714. — Solenoide.

Si se acerca al solenoide un imán, se observa que el polo norte del imán repele al norte del solenoide y atrae al sur. Acercando al solenoide móvil otro solenoide provisto de un mango (fig. 714) se verifica de inmediato que polos de igual nombre se repelen y de distinto nombre se atraen.

Esta analogía profunda entre imanes y solenoides prueba que se trata más bien de una identidad.

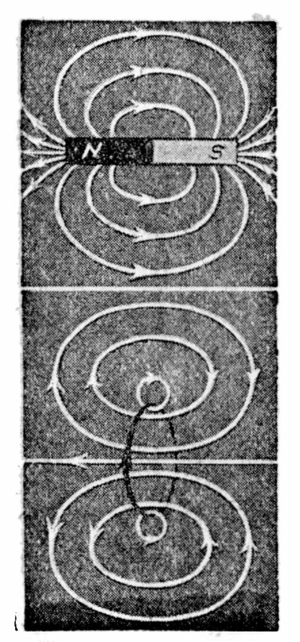


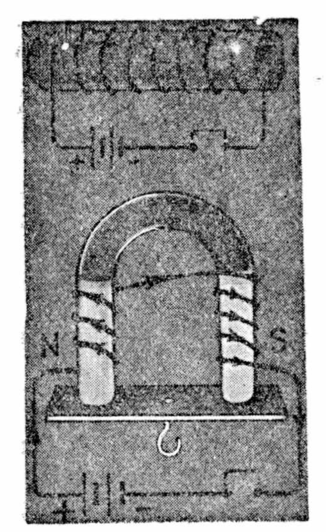
Fig. 715. — Imanes y corrientes.

375. Corrientes circulares e imanes moleculares. — Los imanes moleculares no serían más, de acuerdo a la teoría de *Ampère*, que corrientes circulares moleculares. Hoy se concibe a estas corrientes eléctricas circulares como producidas por el movimiento de los electrones en los átomos. En la figura 715 se ha representado el campo magnético de un pequeño imán y el de una corriente circular. Se ve que ambos campos son casi idénticos.

Para explicar la imantación habíamos supuesto que los imanes moleculares se orientaban por la acción de un campo magnético. Ahora podremos decir que son las corrientes eléctricas moleculares las que se orientan en el campo. El plano de la corriente se colocaría perpendicular a las líneas de fuerza.

ELECTROIMANES Y APLICACIONES

376. Electroimanes. — Colocando en el interior de un solenoide una barra de *hierro dulce* ésta se imanta al paso de la corriente. Cuando la corriente se interrumpe la imantación cesa (fig. 716). Al campo magnético del solenoide se le agrega el campo magnético originado por el hierro. Con los electroimanes pueden obtenerse campos magnéticos muy poderosos. La figura 717 muestra un electroimán en forma de herradura. El arrollamiento del conductor alrededor del hierro dulce se efectúa de tal modo que uno de los extremos sea norte y el otro sur.



Figs. 716 y 717. — Electroimanes.

377. Campanilla eléctrica. — Cuando se cierra el circuito con el botón *B* (fig. 718) la corriente entra por *A*, pasa por el electroimán, de allí a una varilla metálica elástica que sostiene en su extremo el martillo y de la varilla al tornillo *T* en contacto con ella, volviendo la corriente por *C* a la pila. La varilla elástica tiene una pieza de hierro dulce que es atraída por el electroimán. En este momento el martillo *M* golpea contra la campanilla propiamente dicha. Pero se separa entonces del tornillo *T* y el circuito queda interrumpido. Cesa de actuar el electroimán y la varilla vuelve, porque es elástica, a su posición primitiva, toca el tornillo, pasa la corriente de nuevo, excita al electroimán y en mucho menos tiempo del que se emplea en describir el fenómeno se producen una serie sucesiva de golpes.

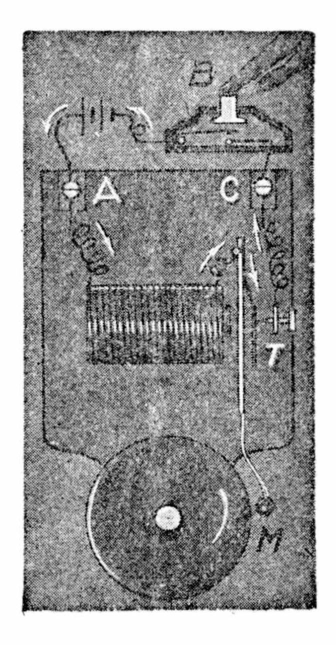


Fig. 718. — Timbre eléctrico.

378. Telégrafo. — Ya en 1820 Ampère propuso utilizar la desviación de la aguja magnética por el paso de una corriente para transmitir señales a distancia. Pero recién en 1837 logró el pintor estadounidense MORSE construir un verdadero telégrafo eléctrico.

El telégrafo de Morse consiste esencialmente en lo siguiente. Al apretar el interruptor de la batería *A* (manipulador) colocado en la estación transmisora (fig. 719) pasa por la línea una corriente que excita el electroimán de la estación receptora. Este electroimán atrae a una pequeña palanca sujeta por un resorte que lleva en su otro extremo una punta que presiona en ese momento sobre una cinta de papel puesta en movimiento por un aparato de relojería. La punta en cuestión presiona el papel contra un rodillo con tinta. Si se tiene apretado el manipulador un lapso largo se imprimirá en la cinta una raya; si en cambio el lapso del contacto es corto se imprimirá un punto. Un alfabeto convencional de rayas y puntos permite transmitir un mensaje cualquiera (fig. 720).

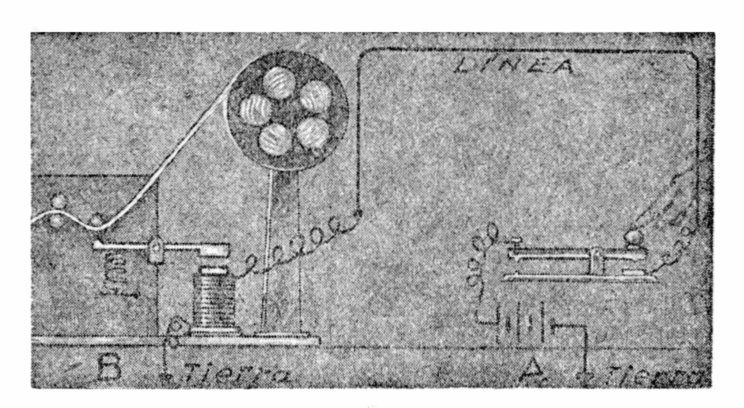
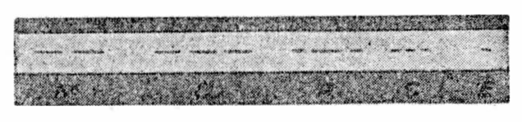


Fig. 719. — Telégrafo de Morse.

Como se ve en el esquema de la figura 719 no hace falta más que un hilo de línea. Para esto se une uno de los polos de la batería con la línea, a través del manipulador, y el otro polo con *tierra*. En la estación receptora el alambre de línea después de pasar por el electroimán se une también con *tierra*. De este modo el circuito queda cerrado pues tanto en *A* como en *B* el potencial es el de la tierra, igual a cero. No debe decirse que la corriente vuelve de *B* a *A* pues esto significaría el paso de una corriente eléctrica sin diferencia de potencial. Los dos puntos *A* y *B* constituyen *eléctricamente* un único punto.


Fig. 720.

Claro está que la "*toma de tierra*" debe ser buena.

* **Principio de los tipotelégrafos.** — La figura 721 representa en forma esquemática el telégrafo inventado por HUGHES en 1855. El transmisor es parecido al teclado de una máquina de escribir. Al apretar una tecla una pieza metálica penetra por determinado agujero de un disco fijo. Este disco tiene tantos agujeros como teclas. Sobre este disco gira una pieza metálica *P* que da dos vueltas por segundo. En el momento que la pieza metálica pasa sobre

el agujero cuya tecla está oprimida se efectúa un contacto, se cierra el circuito y pasa por el alambre de línea una corriente que acciona un electroimán de la estación receptora. En ésta existe una rueda dentada con tantos dientes como signos diferentes tiene el transmisor. Sobre cada diente existe un tipo de letra. Estos tipos se entintan con tinta grasa, al pasar frente al rodillo *r*. Esta rueda gira también a razón de dos vueltas por segundo y debe marchar *sincrónicamente* con la pieza *P*. Este sincronismo significa que cuando la pieza *P* cierra el circuito correspondiente a la letra *H*, por ejemplo, el diente *H* de la rueda de los tipos, pasa por la parte inferior, y sobre la cinta de papel que se aprieta contra la rueda en ese momento quedará impresa la letra *H*. Estas cintas se cortan luego, se pegan sobre un papel y se remiten directamente al destinatario.

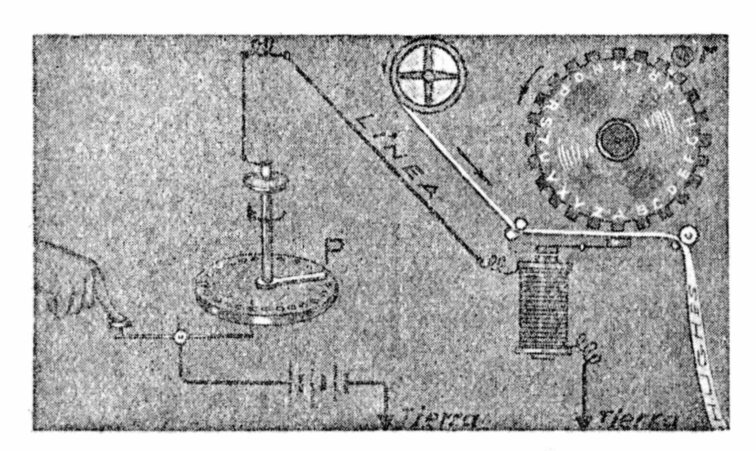


Fig. 721. — Telégrafo de Hughes.

379. Motor eléctrico. — En la figura 722 se ve el esquema de un motor eléctrico. Los dos polos de una batería de acumuladores comunican con dos semianillos de cobre separados entre sí. Un electroimán en forma de barra puede girar alrededor de un eje. Por medio de láminas elásticas que frotan contra los semianillos de cobre la corriente circula por el arrollamiento del electroimán. Este electroimán giratorio está colocado entre los polos de un imán permanente. En la posición indicada en la figura la corriente circula por el electroimán en tal sentido que se forma en *A* un polo norte y en *B* un polo sur. La barra tiende a girar entonces en el sentido de las flechas. Cuando el extremo *A*

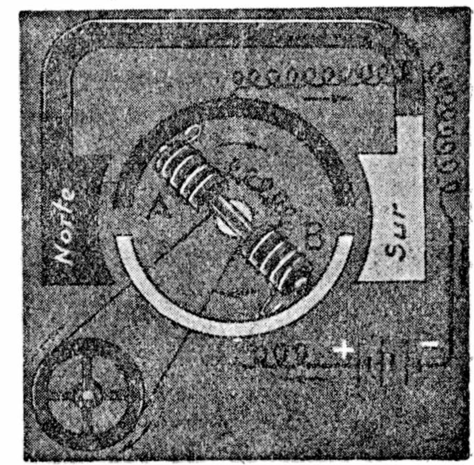


Fig. 722. — Motor eléctrico.

se coloca frente a S cesaría la rotación porque A es norte y S sur; *pero entonces comunica* A *con el semianillo inferior y* B *con el superior*. De este modo se logra una rotación continua de la barra pues por inercia no se detiene en la posición horizontal.

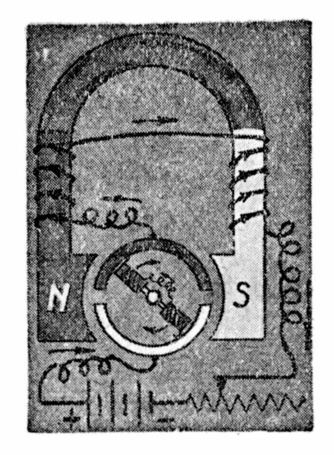


Fig. 723.—Motor. Excitación en serie.

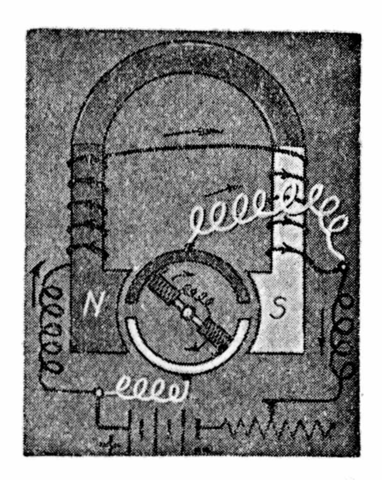


Fig. 724.—Motor. Excitación en derivación.

En lugar de colocar la barra AB entre los polos de un imán permanente puede colocarse entre los polos de un electroimán excitado por la misma batería como muestra la figura 723.

En este esquema se ha agregado una resistencia variable que permite variar la intensidad de la corriente y con ello la velocidad del motor. El electroimán fijo y el del motor propiamente dicho se han conectado en la figura *en serie*. En cambio en la figura 724, el devanado del electroimán fijo está en derivación con el devanado de la parte giratoria.

INTENSIDAD DEL CAMPO MAGNÉTICO PRODUCIDO POR LAS CORRIENTES

380. **Ley de Biot y Savart.**—Ya sabemos que las líneas de fuerza del campo magnético originado por una corriente rectilínea son circulares. ¿De qué dependerá la intensidad del campo magnético H originado en un punto P situado a una distancia r del conductor? (fig. 725). Medidas directas llevadas a cabo por BIOT y SAVART en 1820 probaron que *en el caso de un conductor rectilíneo muy largo la intensidad del campo magnético originado en un punto por una corriente eléctrica, es directamente proporcional a la intensidad de ésta y está en razón inversa de la distancia que separa al punto del conductor*. Ese campo magnético H debe ser igual a la resultante

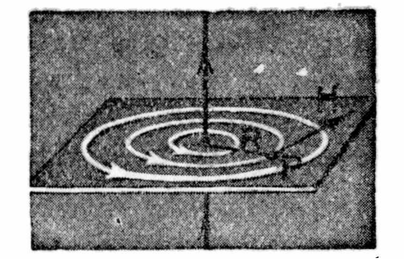


Fig. 725.

de los campos magnéticos originados en P por las diferentes porciones en que puede considerarse dividido el conductor.

LAPLACE dió la ley general que permite calcular el campo magnético ΔH originado en un punto (fig. 726) por una porción de conductor de longitud muy pequeña Δl. Si esa porción de conductor se halla a la distancia r del punto considerado origina en él un campo, también muy pequeño, igual a ΔH.

El valor de ΔH es:

$$\Delta H = K \frac{I \Delta l}{r^2} \operatorname{sen} \alpha,$$

Fig. 726. — Ley de Biot y Savart.

siendo K una constante de proporcionalidad y α el ángulo formado por la dirección del elemento de conductor considerado y la recta r. El vector ΔH es perpendicular al plano del ángulo α y su sentido está dado por la regla del tirabuzón. La fórmula última se conoce con el nombre de ley de Biot y Savart, pues las medidas efectuadas por estos físicos permitieron hallarla.

Aplicación al cálculo del campo en el centro de un conductor circular. — En el punto O (fig. 727), el campo magnético estará dirigido perpendicularmente al plano de la figura; su sentido será de delante hacia atrás. Para todos los elementos del conductor circular el ángulo α es igual a 90° y sen $\alpha = 1$. Además todos los elementos están a igual distancia de O. Esta distancia es el radio R del conductor circular. De aquí, el campo ΔH originado por un elemento de corriente en el centro O será:

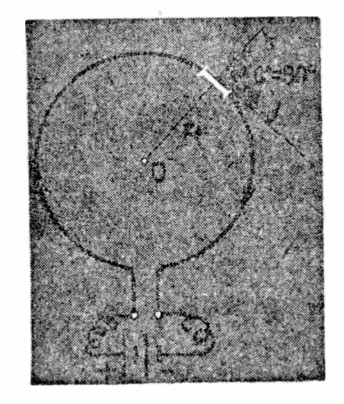


Fig. 727. — Campo en O.

$$\Delta H = K \frac{I}{R^2} \Delta l.$$

Para hallar el campo total habrá que sumar todos los ΔH originados por cada uno de los elementos Δl. La suma de los Δl da la

longitud de la circunferencia igual a $2\pi R$, con lo que, el campo H en el centro valdrá:

En el centro de un conductor circular: $H = K \dfrac{2\pi I}{R}$.

En el caso de un conductor rectilíneo el cálculo es más complicado, pues varía el ángulo y la distancia. El resultado que se obtiene es el siguiente:

Conductor rectilíneo: $H = K \dfrac{2I}{R}$.

*** 381. Valor de la constante K. Unidades electromagnéticas.** —El valor de la constante K depende de las unidades que se elijan para medir el campo H, la intensidad I de la corriente y la distancia R. Hemos estudiado ya:

SISTEMA ELECTROESTÁTICO C. G. S. basado en la ley de Coulomb, haciendo en ella igual a uno, la constante de proporcionalidad.

SISTEMA PRÁCTICO en que se tomaba como unidad de carga al culombio, igual a 3×10^9 u. c. e. e. de carga.

Existe además otro sistema de unidades que es el:

SISTEMA ELECTROMAGNÉTICO C. G. S. En este sistema se conviene en hacer la constante K igual a la unidad, midiéndose el campo en *gauss* * y la distancia en centímetros.

Con esta convención el campo originado en el centro de un conductor circular de radio R será:

$$H = \frac{2\pi I}{R},$$

y de aquí:

$$I = \frac{RH}{2\pi}.$$

Se ve que si R es igual a 2π centímetros y H es igual a 1 gauss resulta I igual a 1 unidad electromagnética.

Por lo tanto: *la unidad electromagnética de intensidad de corriente es aquélla que origina en el centro de un conductor circular de radio igual a 2π centímetros el campo de un gauss.*

* Lo que implica haber tomado también como unidad la constante de la ley de Coulomb del magnetismo, cosa que hemos hecho al definir la unidad de masa magnética en el capítulo de magnetismo.

Esta unidad se ha encontrado que es igual a 10 amperios *. Por lo tanto, si se mide la intensidad en amperios la constante K de la ley de Biot y Savart es igual a un décimo.

En el sistema práctico de unidades, que es el que seguiremos usando, el valor del campo H para un conductor rectilíneo será:

$$H = 0{,}2\frac{I}{R};$$

estando I *medido en amperios,* R *en centímetros y* H *en gauss.*

* 382. **La velocidad de la luz, las unidades electromagnéticas y electroestáticas.** — De la ley de Coulomb:

$$F = \frac{ee'}{r^2},$$

considerando que e es igual a e' se tiene:

$$e^2 = r^2 F; \qquad e = r\sqrt{F}.$$

Las dimensiones de una carga eléctrica son entonces las de una longitud r (cm) por las dimensiones de la raíz cuadrada de una fuerza. La intensidad de la corriente eléctrica es el cociente entre la cantidad de electricidad y el tiempo. Dividiendo por el tiempo t la expresión anterior se tiene:

$$\frac{e}{t} = \frac{r}{t}\sqrt{F}.$$

El cociente r/t tiene las dimensiones de una velocidad, por lo cual podemos poner:

$$[I]_e = [\text{Velocidad}] \times [\sqrt{\text{Fuerza}}] \qquad [1]$$

El subíndice e indica que la intensidad se supone medida en el sistema electroestático. Veamos ahora las dimensiones de una intensidad de corriente en el sistema electromagnético. Como la constante K de la ley de Biot y Savart es, en este sistema, un número sin dimensiones, la intensidad de la corriente expresada en unidades electromagnéticas tendrá las dimensiones de un campo magné-

* En realidad el amperio se ha definido como la décima parte de la unidad electromagnética de intensidad.

tico multiplicado por una distancia, como se desprende de la fórmula que expresa I en el párrafo precedente:

$$[I]_m = [R] \times [H].$$

En cuanto al campo H, éste es igual al cociente entre la fuerza y la masa magnética:

$$H = \frac{F}{m}.$$

La masa magnética m tiene por dimensiones, de acuerdo a la ley de Coulomb del magnetismo, haciendo en ella la constante de proporcionalidad igual a la unidad sin dimensiones:

$$[m] = R\sqrt{F}.$$

Resulta así:

$$[H] = \left[\frac{F}{R\sqrt{F}}\right] = \left[\frac{\sqrt{F}}{R}\right]; \text{ y de aquí: } [R] \times [H] = [\sqrt{F}].$$

Por lo tanto se tendrá:

$$[I]_m = [\sqrt{F}]; \qquad [2]$$

la *intensidad de la corriente en unidades electromagnéticas tiene las dimensiones de la raíz cuadrada de una fuerza.* Comparando [1] con [2] puede escribirse:

$$[I]_e = [\text{Velocidad}] \times [I]_m. \qquad [3]$$

Veamos ahora la relación cuantitativa entre una misma intensidad de corriente medida en ambos sistemas. Sea una corriente igual a la unidad electromagnética, que como sabemos vale 10 amperios. Pero 10 amperios son 10 culombios en un segundo y un culombio es igual a 3×10^9 unidades electroestáticas de carga. Resulta así que la intensidad de una corriente medida en unidades electroestáticas es:

$$3 \times 10^{10}$$

veces mayor, numéricamente, que la misma intensidad medida en unidades electromagnéticas. Pero ese "*número*" tiene que tener las dimensiones de una velocidad. Tanto en el sistema electroestático

como en el electromagnético (ambos C. G. S.) las dimensiones de una velocidad son cm/seg.

Se obtiene así para la velocidad que interviene en la[3] y que llamaremos c:

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/seg} = 300\,000 \text{ Km/seg.}$$

Éste es justamente el valor de la velocidad de la luz! Esta notable coincidencia dió origen a la teoría electromagnética de la luz de MAXWELL (1870) de la cual trataremos de dar una idea en el capítulo XXIX.

383. Acción de un campo magnético sobre una corriente. — Ya vimos la acción de un imán sobre un solenoide móvil (374). Sobre el mismo soporte en que suspendíamos el solenoide podemos suspender (fig. 728) un

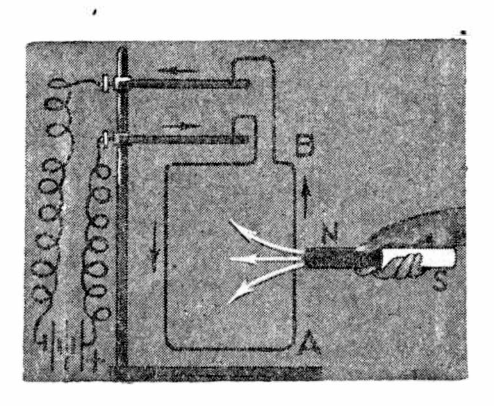


Fig. 728. — Acción de un imán sobre una corriente.

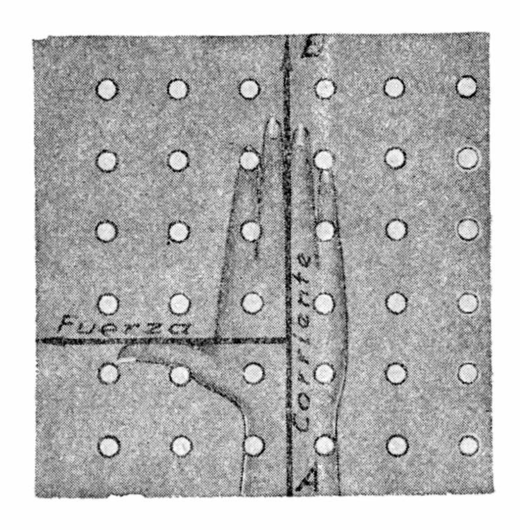


Fig. 729. — Sentido de la fuerza que actua sobre una corriente.

rectángulo de alambre por el cual hacemos pasar una corriente. Acercando a la corriente un imán se observa que el conductor se desplaza. *Pero el conductor no es atraído por el imán sino que se desplaza perpendicularmente a las líneas de fuerza del campo magnético.* En el caso de la figura el conductor AB tiende a moverse hacia delante del plano del dibujo estando el imán colocado como allí se indica.

REGLA. — *Para conocer el sentido de la fuerza que actúa sobre una corriente eléctrica colocada en un campo magnético se coloca la mano derecha sobre el conductor de modo que la corriente entre por la muñeca y salga por la punta de los dedos, con la palma dirigida hacia donde van las líneas de fuerza del campo*: *el dedo pul-*

gar indica el sentido en que tiende a moverse el conductor o sea el sentido de la fuerza que actúa sobre él.

En la figura 729 los pequeños círculos blancos representan líneas de fuerza del campo magnético que van de delante hacia atrás del plano del dibujo. Debe imaginarse entonces un polo norte delante del plano del papel y un polo sur detrás. Por el conductor *AB* circula una corriente en el sentido de la flecha: de *A* hacia *B*. Colocamos la mano derecha sobre el conductor con la palma hacia abajo y los dedos hacia *B*. El sentido de la fuerza *F* es el indicado por el dedo pulgar.

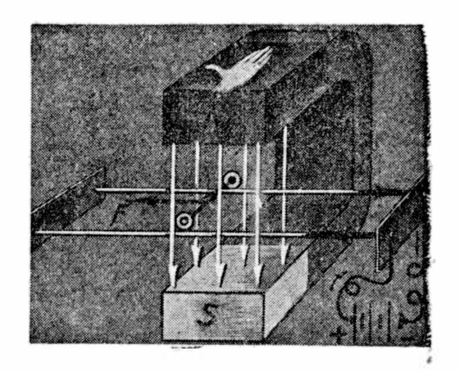


Fig. 730. — Conductor móvil sobre rieles.

Si las líneas vinieran de atrás hacia delante la palma de la mano debería mirar hacia arriba. La fuerza *F* es perpendicular a *las líneas de fuerza del campo y al conductor*. La figura 730 muestra otro dispositivo para verificar la misma acción.

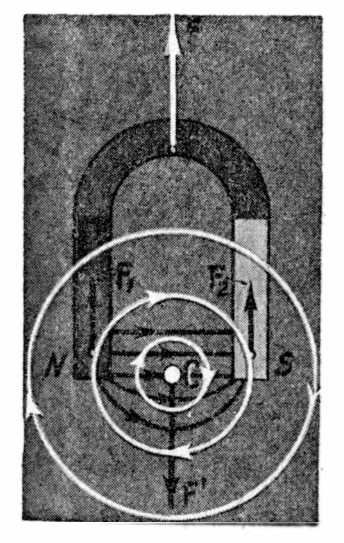


Fig. 731. — Acción y reacción.

Acción y reacción. — Supongamos que entre los polos *N* y *S* de un imán exista un conductor *C* (fig. 731). En esta figura se ha representado la sección del conductor con el plano del papel y supondremos que la corriente va de delante hacia atrás. Las circunferencias blancas representan el campo magnético de esta corriente. Los polos del imán se encuentran en el campo magnético originado por la corriente. El polo norte estará solicitado por una fuerza F_1 pues tiende a moverse en el mismo sentido de las líneas de fuerza. El polo sur estará solicitado por una fuerza F_2 paralela y del mismo sentido que F_1 pues por el polo norte pasan las líneas de fuerza blancas hacia "arriba" (del dibujo) y por el polo sur hacia abajo; pero como es polo sur, tiende a moverse en sentido opuesto al sentido de las líneas de fuerza. F_1 y F_2 tienen una resultante *F*. Si el conductor estuviera fijo sería el imán en forma de herradura el que se desplazaría en el sentido de *F*.

Si la corriente ejerce sobre el imán la fuerza F el imán ejercerá sobre el conductor una fuerza igual y opuesta F'. Se ve que el sentido de esta fuerza F' está dado por la regla ya mencionada.

Intensidad de la fuerza. — Si una porción de longitud l de un conductor rectilíneo (fig. 732) se halla en un campo de intensidad H cuyas líneas de fuerza (los pequeños círculos blancos) sean normales al conductor, la fuerza F que se ejerce sobre el conductor es igual, como se puede demostrar, a:

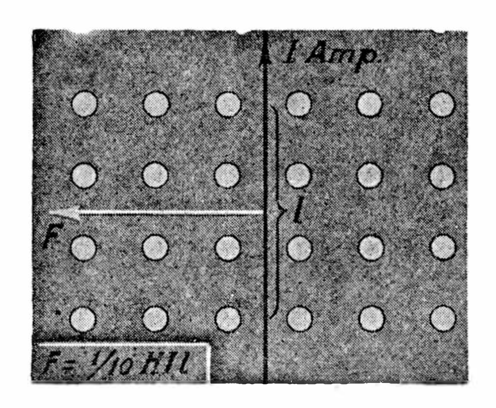
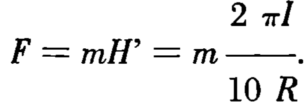


Fig. 732. — Valor de la fuerza.

$$F = \frac{1}{10} HIl.$$

Si en esta fórmula se supone H medido en gauss; I en amperios; l en centímetros, resulta F expresada en dinas.

* **Demostración.** — Sea un conductor circular de radio R en cuyo centro supondremos colocada una masa magnética norte igual a m (fig. 733). Esta masa m estará solicitada por una fuerza F dirigida, en el caso de la figura, hacia atrás del plano del dibujo, y cuyo valor será igual al producto de la masa m por la intensidad H' del campo originado en el centro por el conductor circular:



$$F = mH' = m \frac{2 \pi I}{10 R}.$$

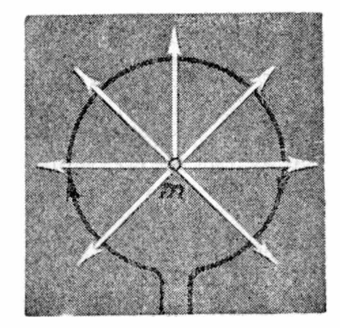


Fig. 733.

En virtud del principio de la igualdad de la acción y la reacción la masa magnética m ejercerá sobre el conductor una fuerza F igual y opuesta, o sea dirigida hacia delante del plano del dibujo. Si multiplicamos y dividimos la expresión de la fuerza F por R tenemos:

$$F = \frac{1}{10} \frac{m}{R^2} I (2 \pi R).$$

En esta expresión m/R^2 es el campo H originado por la masa m en el lugar donde está el conductor y $2\ \pi R$ es la longitud l del mismo. Se tiene así:

$$F = \frac{1}{10} H I l.$$

384. **Rueda de Barlow.** — Aprovechando el efecto de un campo magnético sobre una corriente se puede construir un aparato en el cual se produce una rotación. Esto constituye un motor eléctrico. El principio de esta clase de motores se comprende observando la figura 734 que representa una rueda dentada colocada en un campo magnético originado por un imán no representado en la figura. Los dientes de esta rueda tocan al pasar por la parte inferior la superficie del mercurio colocado en una canaleta. Si la corriente entra por el mercurio de la canaleta y sale por el eje de la rueda, dicha corriente recorrerá un radio de la rueda dirigiéndose hacia arriba. Si el polo norte del imán está delante y el sur detrás, las líneas de fuerza del campo magnético (puntos blancos) irán de delante hacia atrás. Aplicando la regla de la mano derecha, ya mencionada, se ve que esa corriente estará solicitada por la fuerza F con lo cual la rueda girará en el sentido indicado en el dibujo.

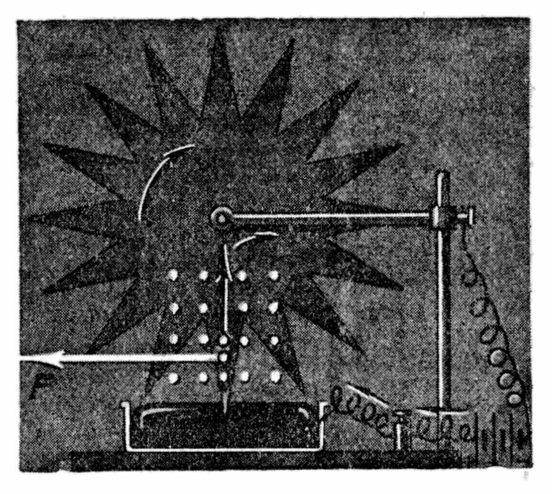


Fig. 734. — Rueda de Barlow.

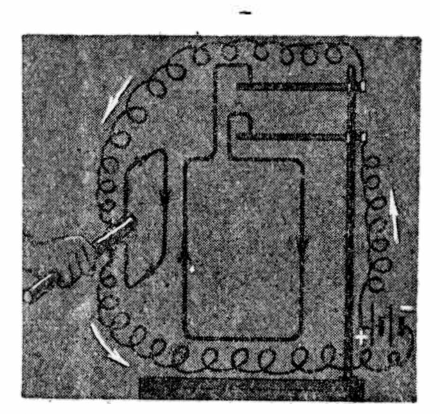


Fig. 735. — Acción entre las corrientes.

385. **Acciones entre corrientes.** — Suspendiendo un cuadro de alambre en el aparato de la figura 713 y disponiendo de otro cuadro provisto de un mango (fig. 735) es fácil observar que:

Corrientes paralelas de igual sentido se atraen;
Corrientes paralelas de sentido opuesto se repelen.

EXPLICACIÓN. — Sean *A* y *B* las secciones de dos conductores que atraviesan normalmente el plano del dibujo (fig. 736). Supongamos que en ambos la corriente se dirija de delante hacia atrás. Se han representado en negro las líneas del campo de la corriente *A* y en blanco las líneas de la corriente *B* (regla del tirabuzón). El conductor *B* se encuentra en el campo magnético originado por *A*. Las líneas de fuerza de ese campo en la región donde está *B* van hacia la parte inferior del dibujo.

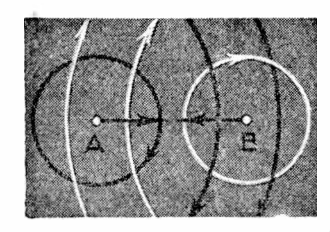


Fig. 736. — Corrientes paralelas de igual sentido.

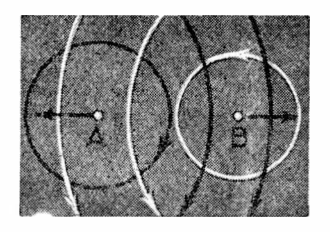
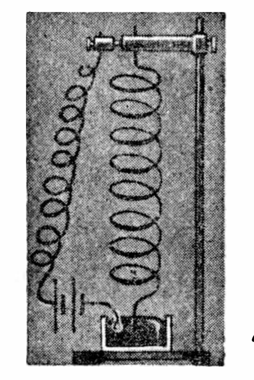


Fig. 737. — Corrientes paralelas de sentido opuesto.


Fig. 738. — La hélice se contrae periódicamente.

Colocando la mano derecha sobre el conductor *B* con la palma hacia la parte inferior del dibujo y las puntas de los dedos hacia atrás se ve que la fuerza que actúa sobre *B* está dirigida hacia A. Análogamente se vería que la fuerza que actúa sobre *A* está dirigida hacia *B*. Las corrientes se atraen.

En la figura 737 se ha supuesto que la corriente que circula en *A* va hacia atrás y en *B* hacia adelante. Las fuerzas son ahora de repulsión.

A consecuencia de la atracción entre corrientes paralelas de igual sentido, una hélice (fig. 738) recorrida por una corriente se encoge. Cuando esto sucede, la punta de la hélice sale de la pequeña cubeta de mercurio con lo cual se interrumpe el circuito. Vuelve entonces la hélice a su posición anterior, se cierra el circuito, y se repite el fenómeno periódicamente.

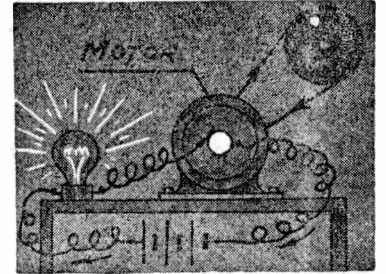


Fig. 739. — Al frenar el motor la lámpara brilla más.

386. **Motor eléctrico.**—Hemos visto ya el principio de dos motores eléctricos en los párrafos 379 y 384. Los motores que se aplican en la práctica aprovechan esos mismos principios aunque son algo más complicados. Más adelante nos ocuparemos de ellos. Sepamos por el momento que en los motores eléctricos se transforma parte de la energía eléctrica en trabajo mecánico.

Si se tiene un circuito como el que indica la figura 739, con una lámpara instalada en serie con un motor eléctrico, se observa que

si el motor está frenado y no efectúa trabajo, la intensidad de la corriente que circula es grande y la lámpara brilla intensamente. *En este caso toda la energía de la corriente se transforma en calor.* Si el motor funciona, realizando un trabajo, la intensidad de la corriente disminuye, lo que se revela por el menor brillo de la lámpara. En el circuito se produce ahora menos calor que antes, pues parte de la energía eléctrica se transforma en trabajo. Pero, ¿cómo es posible que se produzca ahora menos calor que antes? ¿No es acaso igual la resistencia del circuito? Se produce menos calor porque la intensidad de la corriente es menor cuando el motor funciona. Pero, ¿cómo puede ser la intensidad menor? ¿No vale acaso ya, la ley de Ohm? Sí, la ley de Ohm sigue valiendo, y si la intensidad de la corriente es menor *debe admitirse que al funcionar el motor se origina una corriente eléctrica de sentido contrario a la corriente principal,* siendo la intensidad resultante igual a la diferencia de ambas intensidades.

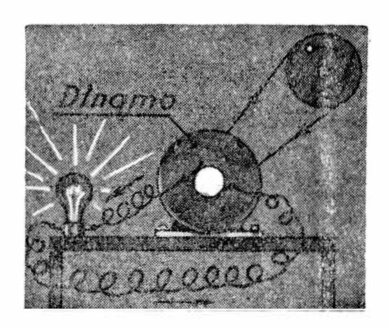


Fig. 740. — El motor es ahora dínamo.

Si es cierto esto, suprimiendo la batería (fig. 740) y haciendo girar el motor (con la mano por ejemplo) deberá observarse que éste genera *una corriente eléctrica.* Eso es efectivamente lo que se observa: los motores eléctricos pueden funcionar como dínamos generadores de corriente eléctrica. Se vislumbra ya un nuevo fenómeno: la producción de corrientes eléctricas en conductores que se mueven en un campo magnético. Son las corrientes inducidas de las cuales nos ocuparemos en el próximo capítulo.

Obsérvese que la existencia de esas corrientes resulta como consecuencia del principio de conservación de la energía.

INSTRUMENTOS DE MEDIDA

387. **Galvanómetros.** — En los galvanómetros de *cuadro móvil* (fig. 741) la corriente a medirse se hace circular alrededor de un cuadro liviano suspendido por un hilo muy delgado y conductor del tornillo *T*. Este cuadro se halla entre los polos de un imán. Al circular la corriente el cuadro se comporta como un pequeño imán en forma de barra dispuesto perpendicularmente al plano del cuadro. Por lo tanto el cuadro tiende a girar, al pasar la corriente, hasta colocarse normalmente a las líneas de fuerza del imán.

El ángulo que gira el cuadro permite medir la intensidad de la corriente. Para apreciar el ángulo de giro, el hilo de suspensión lleva un pequeño espejo E que refleja un haz de luz sobre una escala. Se consigue de este modo medir corrientes sumamente débiles, del orden de 1 cienmillonésimo de amperio.

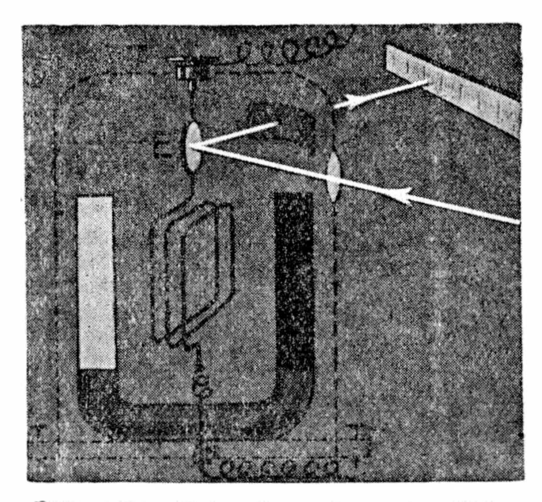


Fig. 741. — Galvanómetro de cuadro móvil.

*** Brújula de tangentes.** — En el centro de un conductor circular de radio R (fig. 742) se coloca una brújula que se mueve en un plano horizontal. El plano del conductor, que es vertical, se hace coincidir con la dirección de la aguja por lo cual dicho plano coincide con el meridiano magnético. Al pasar la corriente la aguja se desvía en cierto ángulo α. En la parte inferior de la figura se supone el aparato visto desde arriba. Se ha exagerado el tamaño de la aguja, que es muy pequeño. Sobre la aguja actúa la componente horizontal H del magnetismo terrestre y el campo magnético H' originado por la corriente circular de radio R.

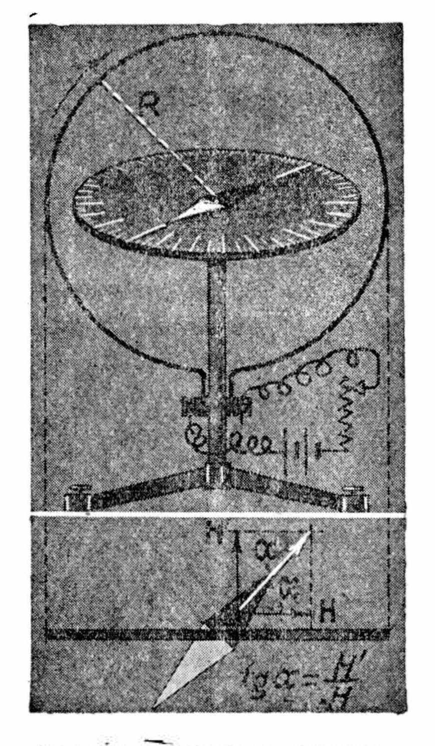


Fig. 742. — Brújula de tangentes.

El valor de H' es, según vimos (381) cuando la corriente se mide en *amperios*:

$$H' = \frac{2\,\pi}{10}\,\frac{I}{R} \text{ gauss.}$$

Si el conductor da n vueltas alrededor del aro el valor de H' será:

$$H' = \frac{2\,\pi n}{10}\,\frac{I}{R} \text{ gauss.}$$

La resultante entre los campos H y H' debe tener la dirección de la aguja.

Por lo que:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H'}{H}; \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \pi n I}{10 R H},$$

de donde:

$$I = \frac{10 R H}{2 \pi n} \operatorname{tg} \alpha \text{ amperios.}$$

Éste es un *galvanómetro absoluto.* Un galvanómetro cualquiera puede graduarse conectándolo en serie con un galvanómetro de esta clase. Debe conocerse, como es natural, el valor exacto de la componente horizontal del magnetismo terrestre.

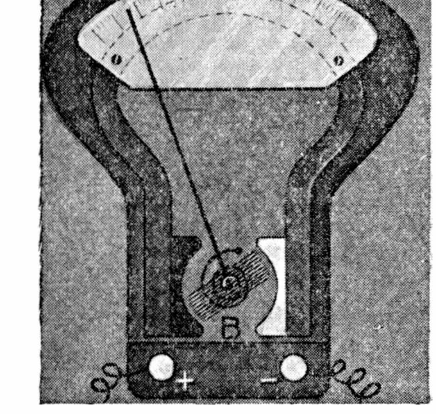


Fig. 743. — Amperímetro o voltímetro.

Amperímetros y voltímetros. — Existen muchos tipos de estos instrumentos. Esencialmente un amperímetro es igual a un voltímetro; la diferencia consiste en que *el amperímetro tiene una resistencia interior muy pequeña y el voltímetro una resistencia interior muy grande.*

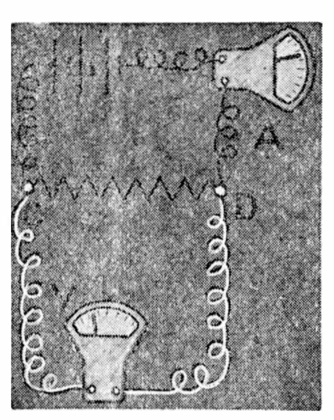


Fig. 744. — Conexión de un amperímetro y de un voltímetro.

La corriente recorre una pequeña bobina *B* (fig. 743) colocada entre los polos de un imán poderoso. El bastidor de esta bobina tiene fija una aguja que recorre un cuadrante graduado. En el eje de giro de la bobina se fija un resorte en forma de espiral. La corriente entra a la bobina móvil por uno de los extremos del eje de giro y sale por el otro extremo. Para esto una parte de dicho eje no debe ser metálica.

Los amperímetros deben conectarse en serie y los voltímetros en derivación. En la figura 744 se ha conectado el amperímetro *A* en serie con la resistencia *CD* y el voltímetro *V* en derivación entre *C* y *D*. De este modo se conocerá la intensidad que pasa por *CD* y la diferencia de potencial entre esos puntos.

Advertencia. — Si la resistencia CD es muy grande las indicaciones del voltímetro pueden resultar completamente falseadas. Esto proviene de la circunstancia de que al intercalar el voltímetro varía la resistencia entre los puntos C y D. Se comprende ahora porqué la resistencia interior de un voltímetro debe ser muy grande.

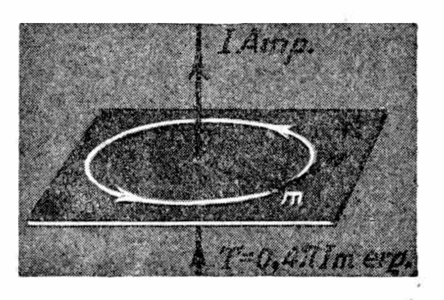


Fig. 745. — Trabajo electromagnético.

* 388. **Trabajo electromagnético.** — Consideremos un polo magnético norte *aislado* situado en el campo magnético originado por una corriente eléctrica rectilínea (fig. 745). Sabemos que polos magnéticos aislados no existen, a pesar de lo cual es útil su consideración desde el punto de vista teórico. Si la masa magnética de ese polo es igual a m estará solicitado por una fuerza igual a mH, llamando H al campo magnético que origina la corriente en el lugar donde se encuentra el polo considerado. Siguiendo las líneas de fuerza de la corriente este polo daría vueltas alrededor del conductor. El trabajo en cada vuelta será:

$$T = mH \times 2\,\pi R \quad \text{y como} \quad H = \frac{2\,I}{10\,R},$$

resulta:

$$T = \frac{4\,\pi I}{10}\,m = 0{,}4\,\pi I m.$$

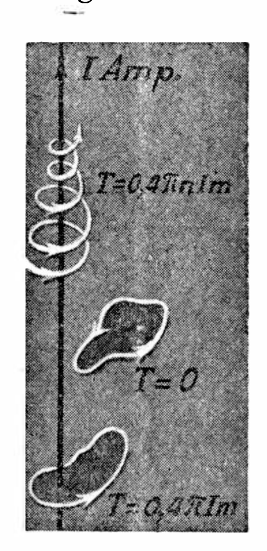


Fig. 746. — Trabajo electromagnético.

Este trabajo resulta expresado en ergios si se mide I en amperios. Como se ve, el trabajo por vuelta es el mismo, tanto que el polo considerado se mueva cerca o lejos del conductor, pues en la fórmula final no interviene R. Si el camino consta de n vueltas el trabajo será:

$$T = n\,\frac{4\,\pi I}{10}\,m.$$

cualquiera sea la forma del conductor (fig. 746).

En cambio *si el camino es cerrado y no rodea al conductor el trabajo es nulo.* De lo que precede se desprende que el campo magnético originado por las corrientes es un campo de fuerzas no conservativo o lo que es lo mismo, es un campo que no admite un potencial (pár. 244).

PROBLEMAS

1. *Una brújula está colocada sobre el cable* AB *orientado en la dirección del meridiano magnético. Al cerrar el circuito la corriente pasa de* A *hacia* B (fig. 747). *Indíquese hacia dónde se desvía la aguja.*

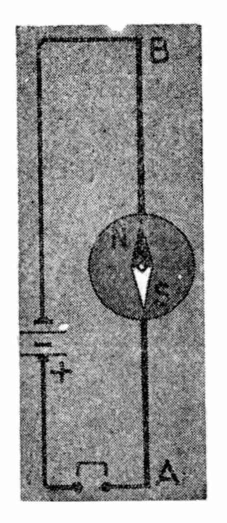


Fig. 747.

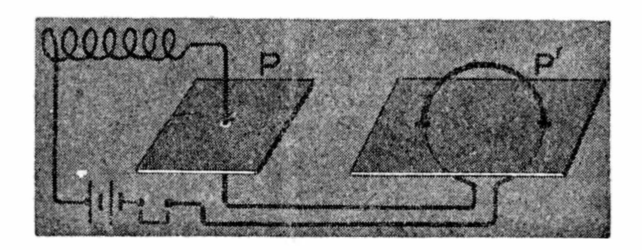
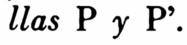


Fig. 748.

2. *Señálese en la figura 748 dónde estará el polo norte y el polo sur del solenoide al cerrar el circuito; y dibújense las líneas de fuerza con su sentido en las pantallas* P *y* P'.



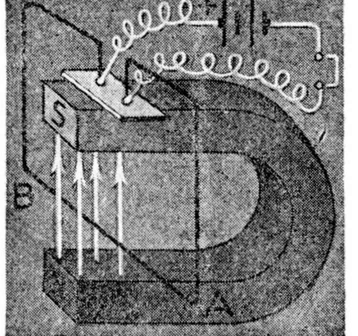


Fig. 749.

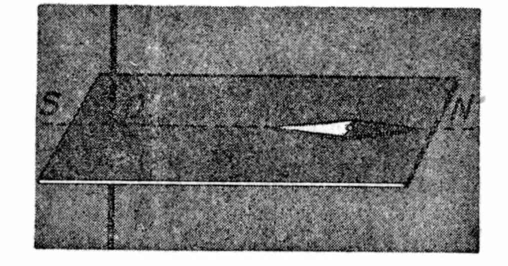


Fig. 750.

3. *Señálese hacia dónde se dirigirá el conductor* AB *de la figura 749 al cerrar el circuito.*

4. *Una aguja magnética* (fig. 750) *está orientada en la dirección* *N S del meridiano magnético. La aguja gira en un plano hori-*

zontal. Al pasar una corriente rectilínea vertical por O la aguja se inclina 45°. Siendo la distancia de O a la aguja igual a 10 cm calcular la intensidad de la corriente. Se supondrá que la componente horizontal del campo magnético terrestre es igual a 0,2 gauss.

Se tendrá:

$$H = \frac{2\,I}{10\,R}; \qquad I = \frac{10\,RH}{2} = 10 \text{ amperios.}$$

5. *Calcúlese el campo magnético en el interior de un solenoide rectilíneo de* n *espiras y longitud* l *siendo la intensidad igual a* I *amperios. El radio de las espiras se supone pequeño con respecto a* l.

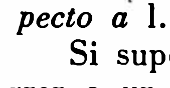


Fig. 751.

Si suponemos que hacemos recorrer a un polo norte de masa magnética m un camino cerrado cualquiera como el indicado en blanco en la figura 751, el trabajo será igual a:

$$T = \frac{4\,\pi n I}{10}\,m,$$

pues por tener el solenoide n espiras se rodea n veces al conductor. Este trabajo es la suma del trabajo T_i que se realiza en el trayecto interior más el trabajo T_e al retornar al punto de partida por el exterior. Suponiendo que en el interior el campo sea constante e igual a H_i el trabajo T_i será igual a la fuerza, mH_i, por el camino l:

$$T_i = mH_i l.$$

Si el solenoide es largo, el campo exterior es pequeño con respecto al campo magnético en el interior. Suponiendo entonces despreciable al trabajo exterior T_e, podrá considerarse al trabajo total T, igual a T_i. Resulta así:

$$mH_i l = \frac{4\,\pi n I}{10}\,m; \qquad H_i = \frac{4\,\pi n I}{10\,l}.$$

Si $n = 1\,000$, $l = 100$ cm e $I = 1$ amperio el campo en el interior es igual a $4\,\pi = 12{,}56$ gauss.

CAPÍTULO XXVIII

CORRIENTES INDUCIDAS

389. Inducción electromagnética. — Sea un carrete (fig. 752), conectado a un galvanómetro *G*. En el circuito no hay ninguna pila, por lo cual el galvanómetro no acusará el paso de corriente alguna. Si acercamos ahora al carrete un imán, notamos que el galvanómetro se desvía. Si el imán está en reposo ya no pasa corriente por *G*. Alejándolo, observaremos el paso de otra corriente. Cuando se acerca un polo norte la corriente tiene cierto sentido; cuando se aleja dicho polo norte, el sentido es opuesto. Al acercar un polo norte se produce una corriente de igual sentido que al alejar un polo sur.

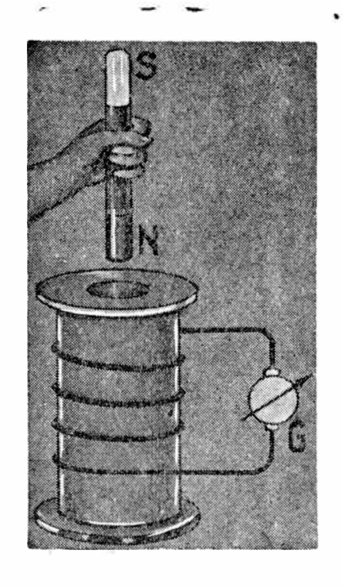


Fig. 752. — Corriente inducida.

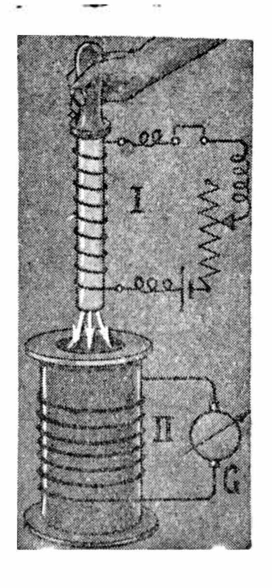


Fig. 753. — Corriente inducida en II.

En lugar del imán puede utilizarse un segundo carrete, recorrido por una corriente. Este segundo carrete, que es un solenoide, se comporta también en este caso como un imán. Las corrientes que acusa el galvanómetro se llaman *corrientes inducidas.*

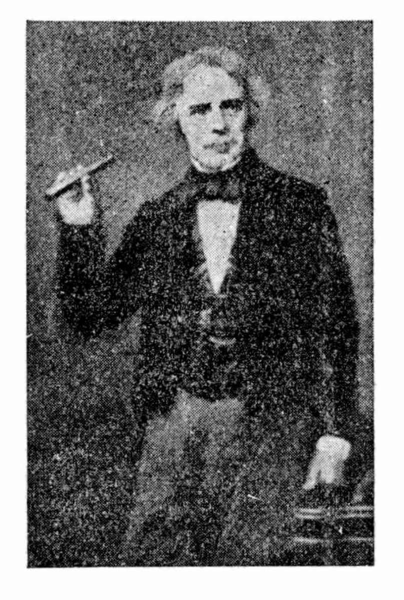
Para que se produzcan corrientes inducidas es necesario que varíe el campo magnético que atraviesa el circuito inducido.

Estas corrientes inducidas duran todo el tiempo que dure la variación del campo.

Si éste es producido por otro carrete por el cual circula una corriente (fig. 753), pueden obtenerse corrientes inducidas en el circuito II de estos modos:

Cerrando o abriendo el circuito I.
Variando la intensidad de la corriente en el circuito I.
Introduciendo o alejando I *de* II.
Al circuito *I* se le llama *inductor* y al *II inducido.*
Las corrientes inducidas fueron descubiertas por FARADAY.

390. Ley de Faraday. — Consideremos una espira de conductor de S centímetros cuadrados colocada normalmente a las líneas de fuerza de un campo magnético de H gauss (fig. 755). Se denomina *flujo* y se le designa con la letra Φ al producto de S por



Miguel Faraday (1791 - 1867).

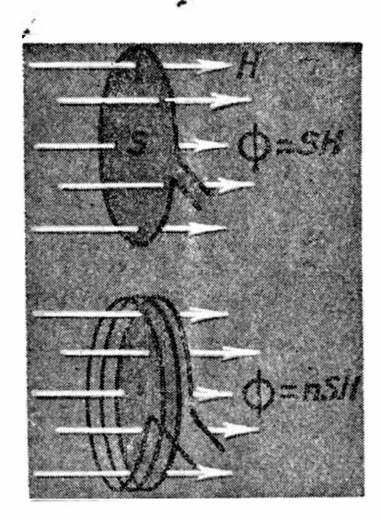


Fig 755. — Flujo.

H. Si en lugar de una vuelta se tienen n vueltas el flujo será:

$$\Phi = nSH.$$

Este flujo se mide en una unidad llamada *maxwell. Cuando un campo de un gauss atraviesa normalmente un circuito de un centímetro cuadrado, se dice que el flujo es de un maxwell.* Si la sección de las espiras no es normal a las líneas de fuerza del campo magnético, la sección S que debe considerarse (fig. 756) es la *proyección de la sección real* S_r *sobre un plano perpendicular a las líneas del campo.*

La ley de inducción de Faraday puede enunciarse así: *La fuerza electromotriz inducida en un circuito, en un instante dado, es proporcional a la velocidad con que varía el flujo que atraviesa el circuito en ese momento.*

Si en un intervalo de tiempo Δt, el flujo que atraviesa el circuito varía en $\Delta\Phi$, *la velocidad media* con que varía el flujo será:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Considerando un intervalo de tiempo muy pequeño, esta velocidad media se convertirá en la velocidad instantánea de variación del flujo en un momento dado. Llamemos Φ' a la velocidad con que varía el flujo en un momento dado. La fuerza electromotriz inducida E_i es proporcional a Φ'. Si el tiempo se mide en segundos y el flujo en maxwells, para que E_i quede expresado en voltios debe multiplicarse Φ' por un cien millonésimo o sea por 10^{-8}. La ley de Faraday se escribe entonces:

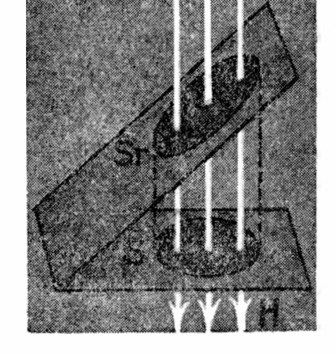
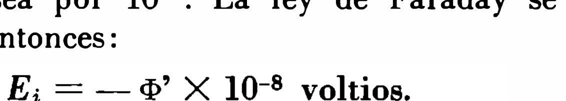


Fig. 756. — Flujo.



$$E_i = -\Phi' \times 10^{-8} \text{ voltios.}$$

Φ' = *velocidad de variación del flujo.*

El signo menos proviene del sentido de la fuerza electromotriz, sentido del cual nos ocuparemos al tratar de la regla de LENZ.

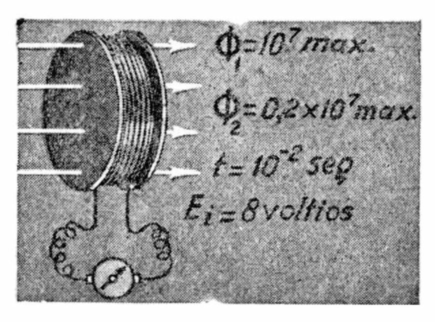


Fig. 757.

EJEMPLO: Una bobina (fig. 757) tiene un arrollamiento de 1 000 vueltas. La sección de la misma es de 100 cm^2. Esa bobina se encuentra en un campo magnético de 100 gauss. El flujo será:

$$\Phi_1 = nSH = 10^7 \text{ maxwell.}$$

Consideremos que en un centésimo de segundo el campo se reduce a sólo 20 gauss. El flujo ahora será:

$$\Phi_2 = nsH = 0{,}2 \times 10^7 \text{ maxwell.}$$

La variación del flujo ha sido:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = 8 \times 10^6 \text{ maxwell.}$$

Esta variación tuvo lugar en un tiempo de 0,01 seg.

La velocidad Φ' con que varía el flujo en ese intervalo será:

$$\Phi' = \frac{8 \times 10^6}{0{,}01} = 8 \times 10^8 \frac{\text{maxwell}}{\text{segundo}}.$$

Supondremos que el flujo decreció en forma uniforme.

La fuerza electromotriz E_i es:

$$E_i = \Phi' \ 10^{-8} = 8 \text{ voltios.}$$

391. Sentido de las corrientes inducidas. Regla de Lenz. — Esta regla dice lo siguiente: *El sentido de una corriente inducida es tal, que sus efectos se oponen a las acciones que la generan.* Esto quiere decir lo siguiente: si se *acerca* el polo norte de un imán a la bobina de la figura 758 I, se origina una corriente inducida; la acción que origina a ésta es entonces:

Acercamiento a la parte A *de un polo norte.*

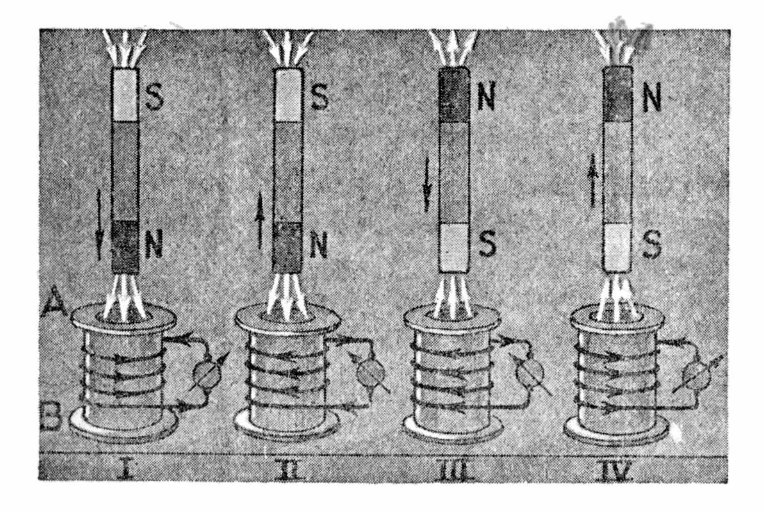


Fig. 758. — Regla de Lenz.

La corriente tendrá un sentido tal que sus efectos se opondrán a ese acercamiento. ¿De qué modo pueden oponerse? Pues, produciéndose en *A* un polo norte que repela al imán inductor. Para que en *A* se forme un polo norte la corriente debe circular de tal modo que mirando a *A* de frente (desde arriba) se vea la corriente circular en sentido inverso al de las agujas de un reloj (374).

En la figura se han representado otros casos que conviene que el alumno discuta por su cuenta.

La regla de Lenz es consecuencia directa del principio de conservación de la energía.

La corriente que se produce en el circuito inducido cuando acercamos un imán puede efectuar cierto trabajo; representa cierta

energía. ¿De dónde sale ésta? ***Sale sencillamente del trabajo mecánico** que debemos efectuar para acercar el imán.*

La regla de Lenz es equivalente entonces a lo siguiente: El sentido de la corriente inducida es tal, que obliga al gasto de una energía.

392. Inducción mutua. — Si se tienen dos circuitos próximos (I y II fig. 759), parte de las líneas de fuerza del campo magnético de uno de ellos atraviesan el otro. Si en uno de ellos se produce una variación de intensidad de corriente, se originará en el otro una fuerza electromotriz inducida proporcional a la velocidad con que varía la intensidad de la corriente. La figura 760 muestra dos circuitos acoplados de tal modo que todas las líneas del campo del I atraviesan el II. El grado de acoplamiento de dos circuitos se mide por una magnitud especial que depende de la forma y posición de los mismos. A esa magnitud se la llama coeficiente de inducción mutua. La inducción mutua se mide en una unidad llamada henry. *Se dice que la inducción mutua es de un henry cuando, al variar la intensidad de la corriente en uno de los circuitos en un amperio por segundo, se produce en el otro la fuerza electromotriz inducida de un voltio.*

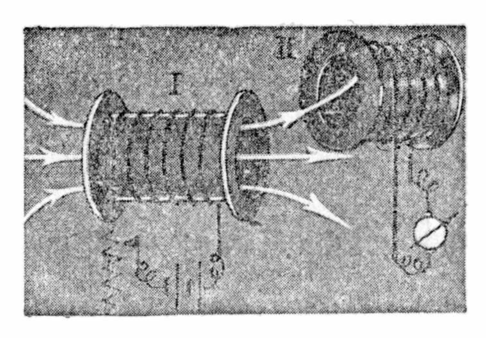


Fig. 759. — Inducción mutua.

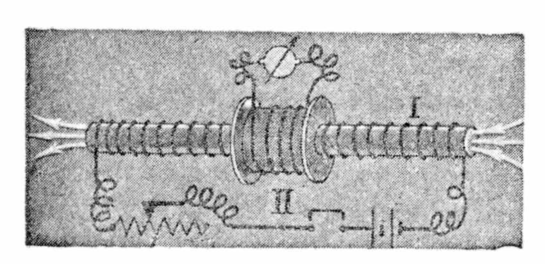
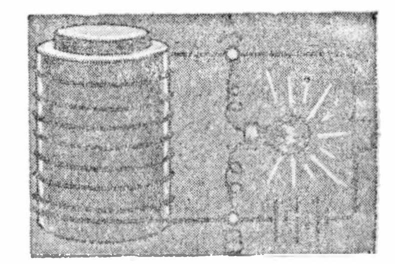


Fig. 760. — Inducción mutua.

393. Autoinducción — Intercalemos una lámpara eléctrica entre los puntos *A* y *B* de un circuito donde tengamos un electroimán (fig. 761). La resistencia de la lámpara es mucho mayor que la del devanado del electroimán por lo cual la lámpara no se enciende o se enciende apenas. Con el interruptor cortamos la corriente: observamos de inmediato que la lámpara se enciende durante un tiempo muy breve. ¿Qué ha pasado? Al cortar la corriente su intensidad tiende a disminuir, con ello varía el flujo que atraviesa las espiras del


Fig. 761. — Autoinducción.

electroimán y se producirá en las mismas espiras una corriente inducida que tiende a oponerse (por la regla de Lenz) a que el flujo disminuya. Al cortar el circuito la corriente inducida debe tener el mismo sentido que tenía antes. Un circuito está atravesado por el campo que él mismo genera. De aquí, si varía la intensidad de la corriente aparecerá una corriente inducida. Si la intensidad aumenta la fuerza electromotriz inducida tiene sentido opuesto al de la corriente principal; si la intensidad disminuye ambos sentidos coinciden.

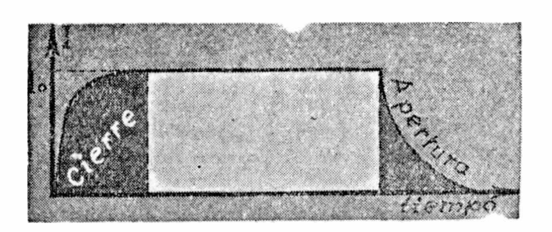


Fig. 762. — Cierre y apertura de un circuito.

La autoinducción de un circuito se mide también en *henrys*. Se dice que un circuito tiene una autoinducción de un henry cuando se produce en el mismo una fuerza electromotriz inducida de un voltio si varía la intensidad en un amperio por segundo.

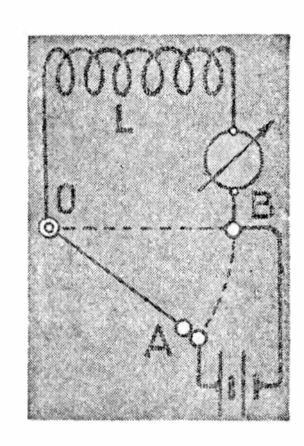
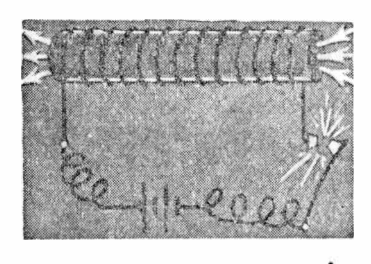
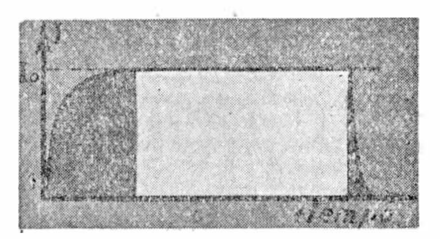


Fig. 763.

De lo expuesto se desprende que la autoinducción de un circuito hace que la corriente eléctrica se comporte como si tuviera inercia. Al cerrar un circuito, debido a la autoinducción, se genera una corriente contraria a la principal. Por eso transcurre cierto tiempo entre el instante del cierre y el momento en que la intensidad de la corriente adquiere su valor máximo. En la figura 762 se ha representado la intensidad I de una corriente en función del tiempo, durante el cierre y durante la apertura de un circuito. Al pasar la llave OA a la posición OB se elimina la batería del circuito (fig. 763). Ese movimiento corresponde a la apertura. En cambio si pasa la llave de OB a OA el circuito se cierra. En el esquema, L es un conductor arrollado, que posee cierta autoinducción. Cuando un circuito como el de la figura 764 se abre, la corriente inducida de ruptura puede hacer saltar una


Fig. 764. — Chispa de ruptura.


Fig. 765. — Cierre y apertura en circuito abierto.

chispa en la parte interrumpida: esto es lo que se observa en las campanillas eléctricas. En este caso la resistencia del circuito al quedar abierto se hace muy grande y el tiempo que tarda la corriente en tomar el valor cero es muy pequeño como se ve en la representación gráfica de la figura 765.

*** 394. "Velocidad" de la corriente eléctrica.** — Imaginemos una instalación como la de la figura 766. Dos electroimanes *A* y *B* están separados por un largo alambre, que puede ser una línea telegráfica. Esté primero el interruptor 2 cerrado y el 1 abierto. Estando así, cerramos el interruptor 1. Debido a la autoinducción, una especie de inercia, la corriente tarda cierto tiempo en alcanzar el valor necesario para actuar sobre los electroimanes. Pero el electroimán *A* funcionará antes que el *B*. Si inversamente, el interruptor 1 hubiera estado cerrado, al cerrar el contacto en 2, habría sido el electroimán *B* el que hubiera accionado primero. Luego, la transmisión de una *señal* eléctrica por un cable no tiene nada que ver con el sentido en que se propague la electricidad en el interior del mismo.

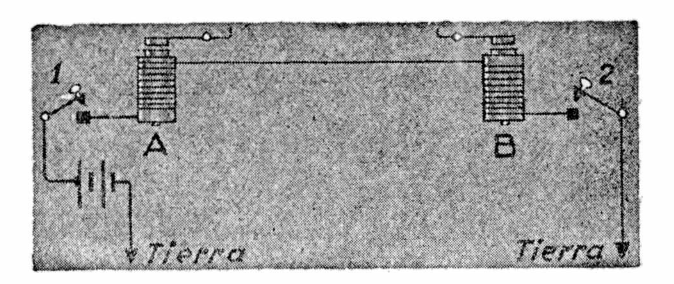


Fig. 766. — Velocidad de propagación de una señal.

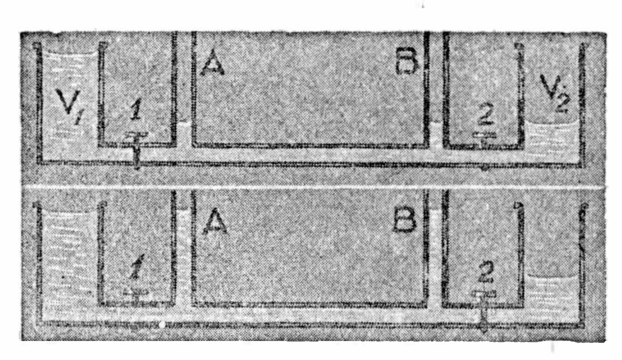


Fig. 767. — Velocidad del líquido y velocidad de propagación de una onda.

Sean dos vasos V_1 y V_2 (fig. 767) en comunicación con un largo caño provisto de dos tubos *A* y *B* y de dos llaves 1 y 2. Inicialmente la llave 2 está abierta y la 1 cerrada. Si abrimos la llave 1 se notará un movimiento del líquido primero en *A* que en *B*. En este caso la señal se propaga en el mismo sentido que la corriente de agua, porque el nivel en V_1 es superior al nivel en V_2. Si en cambio (parte inferior de la figura) se encuentra inicialmente la llave 1 abierta y la 2 cerrada, al abrir ésta, la 2, se notará un movimiento en *B* antes que en *A*. En este caso la *señal* se propaga en sentido inverso al del movimiento del líquido.

Al abrir cualquiera de las llaves, en el caso del líquido, se produce en el lugar de la llave una *variación de presión.* Esto da origen a la producción de una onda longitudinal, que se propagará con la velocidad con que se propagan en ese líquido las ondas longitudinales, o sea las *ondas sonoras.* Esta velocidad no depende de la forma del tubo.

En un cable eléctrico, la propagación de la onda, que tanto puede marchar en el sentido de la corriente como en sentido opuesto, se efectúa con la velocidad de la luz y en parte *por el exterior del cable.*

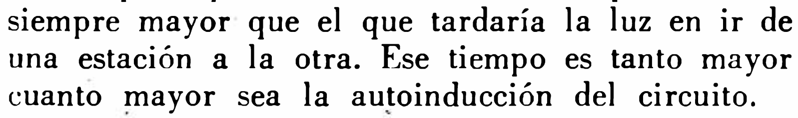
El tiempo que tarda la corriente en adquirir su valor máximo o el valor necesario para accionar un electroimán, depende de la autoinducción del circuito. Decir esto equivale a decir que depende de la forma del conductor. En cuanto a la velocidad de la electricidad en el interior del conductor o sea a la velocidad de los electrones, ella es comparable con la velocidad de las partículas de agua en el interior del tubo de nuestro ejemplo. Esa velocidad es sumamente pequeña, del orden de los milímetros por segundo, y su sentido es opuesto al que se le atribuye a la corriente. En resumen, en el caso de una corriente eléctrica debe distinguirse entre:

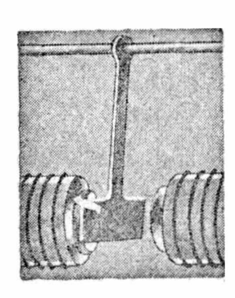
Velocidad de los electrones en el cable: muy pequeña.

Velocidad de propagación de una onda = Velocidad de la luz.

Tiempo que tarda en alcanzar la corriente su valor estacionario: depende de la forma del circuito.

Luego, entre el momento en que se aprieta en Buenos Aires un manipulador Morse y el momento en que en Montevideo funciona el electroimán del receptor, puede transcurrir un tiempo variable,


siempre mayor que el que tardaría la luz en ir de una estación a la otra. Ese tiempo es tanto mayor cuanto mayor sea la autoinducción del circuito.


Fig. 768.

395. **Corrientes de Foucault.** — Si se hace oscilar una masa de cobre (fig. 768) entre los polos de un electroimán, se observa que apenas se excita éste, el péndulo se frena en forma brusca. Al cortar la masa de cobre las líneas de fuerza del campo magnético originado por el electroimán, se producen en aquella masa corrientes inducidas cuyo sentido, por la regla de Lenz, es tal que se opone al movimiento.

Si se hace mover el péndulo entre los polos del electroimán, para lo cual es necesario gastar un trabajo, se observa que se calienta, pues la energía de las corrientes inducidas se transforma en calor.

Estas corrientes llamadas de Foucault circulan en la masa metálica como remolinos. De aquí que si esa masa metálica tiene cortes (fig. 769), las corrientes se hacen mucho más débiles. Un péndulo de esta forma oscila entre los polos del electroimán experimentando un frenamiento muy débil. En las máquinas generadoras de electricidad y en los motores eléctricos se mueven siempre masas metálicas en campos magnéticos intensos. Se producen corrientes de Foucault que calientan esas masas. Esto implica en la práctica una pérdida de energía. Se procura por esta razón que las piezas metálicas en movimiento tengan cortes para que las corrientes de Foucault sean débiles.

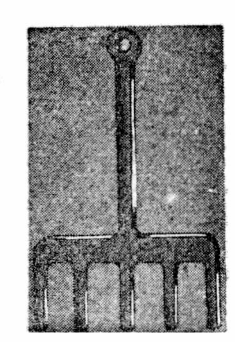


Fig. 769.

396. Corrientes inducidas en un conductor móvil. Regla de los tres dedos de la mano derecha. — Sean dos rieles metálicos *AB* y *CD* (fig. 770) conectados con un galvanómetro *G*. Estos rieles están colocados en el campo magnético originado por los polos de un imán. Una varilla metálica *V* puede desplazarse sobre los rieles. Se observa que al mover la varilla rápidamente, *cortando las líneas de fuerza del campo*, se produce una corriente inducida que es revelada por el galvanómetro. El sentido de la corriente inducida cuando se mueve la varilla hacia la derecha, es opuesto al sentido de

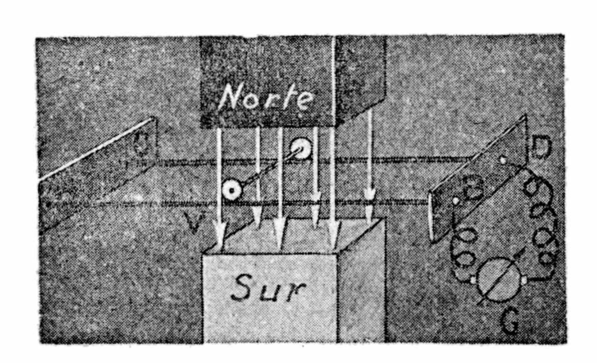


Fig. 770. — Corriente inducida al desplazar la varilla *V*.

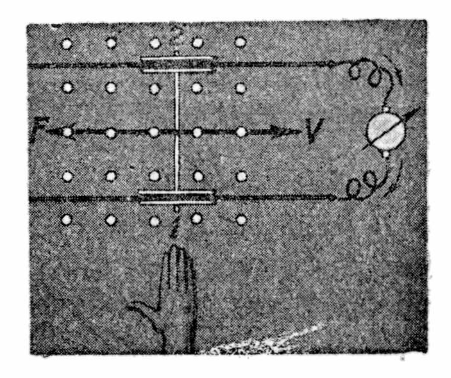


Fig. 771. — Sentido de la corriente inducida.

la corriente cuando el movimiento se efectúa hacia la izquierda.

En la figura 771 se ha representado el mismo dispositivo visto desde arriba. Los puntos blancos representan la intersección de las líneas de fuerza con el plano del dibujo, que coincide con el plano determinado por los rieles. Las líneas de fuerza van de delante hacia atrás.

Supongamos que la varilla se mueve en el sentido que indica el vector V (velocidad). De acuerdo a la regla de Lenz, la corriente inducida tendrá un sentido tal, que haga aparecer una fuerza F que se oponga al movimiento. Para que esto suceda, la corriente inducida deberá ir en la varilla del extremo 1 al 2 de acuerdo a la regla de la mano derecha (383). En efecto, colocando la mano derecha sobre la varilla, con la palma hacia abajo (hacia donde van las líneas de fuerza) si el dedo pulgar se coloca según F, la muñeca de la mano está en 1 y el extremo de los dedos en 2. Por lo tanto de acuerdo a la regla de Lenz la corriente inducida tiene en este caso el sentido indicado en la figura: en la varilla móvil de 1 a 2.

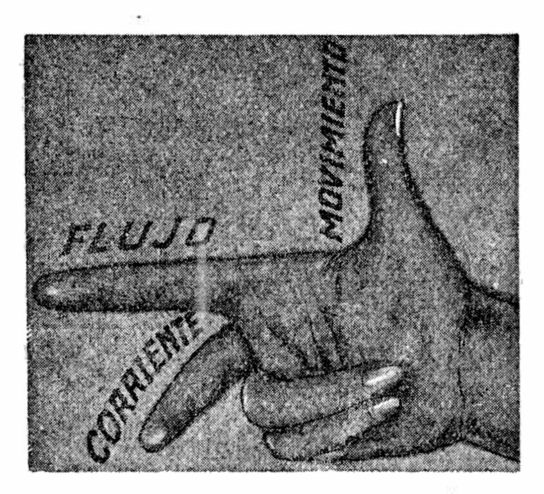


Fig. 772. — Regla de los tres dedos.

En las máquinas generadoras de corriente eléctrica, se aprovechan las corrientes inducidas que se producen en cables que cortan líneas de fuerza. Por eso es útil una regla que permita hallar de inmediato el sentido de la corriente inducida conociendo el sentido de las líneas de fuerza y el sentido del movimiento. Ya sabemos que si las líneas de fuerza van hacia atrás (fig. 771) y el movimiento está dado por V la corriente inducida irá de 1 hacia 2. Coloquemos el dedo pulgar, el índice y el mayor de la mano derecha (fig. 772) formando un triedro trirrectángulo. Si ahora colocamos *el índice en el sentido de las líneas de fuerza y el pulgar en el sentido del movimiento el dedo mayor indicará el sentido de la corriente inducida.*

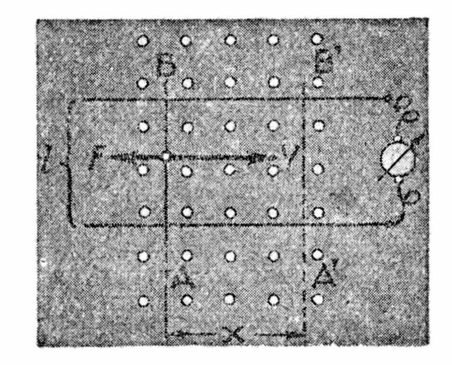


Fig. 773.

En el caso de la figura 771 debe colocarse el índice perpendicularmente al plano del dibujo y el pulgar en el sentido del vector V: el dedo mayor estará dirigido de 1 hacia 2.

*** 397. Deducción de la ley de Faraday.** — Si el conductor AB (fig. 773) que desplazamos en el sentido del vector V tiene una

longitud l y el campo supuesto uniforme es H, siendo I la intensidad de la corriente inducida, la fuerza F que se opone al movimiento valdrá (383):

$$F = \frac{1}{10} HIl \text{ (dinas).}$$

Esta fuerza resulta expresada en dinas midiendo H en gauss, I en amperios y l en centímetros.

Si el conductor se desplaza con movimiento uniforme hasta ocupar la posición $A'B'$, y este desplazamiento vale x centímetros el trabajo realizado será:

$$Fx = \frac{1}{10} HIlx \text{ (ergios).}$$

Para expresar este trabajo T en julios dividimos por diez millones, pues un julio es igual a diez millones de ergios:

$$T = HIlx\ 10^{-8} \text{ (julios).}$$

Si la fuerza electromotriz inducida es E_i voltios y el tiempo transcurrido en recorrer el trayecto x es Δt segundos, dicho trabajo será igual también a:

$$T = E_i I \Delta t \text{ (julios).}$$

Al igualar estos dos trabajos estamos aplicando el principio de conservación de la energía. Luego:

$$E_i I \Delta t = HIlx\ 10^{-8}.$$

En esta fórmula Hlx no es más que la disminución $\Delta\Phi$ del flujo a través del circuito, pues lx es la disminución de la superficie. Podemos poner:

$$Hlx = -\Delta\Phi.$$

Resulta entonces:

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} 10^{-8} \text{ voltios} = -\Phi' \times 10^{-8} \text{ voltios.}$$

398. Cantidad de electricidad inducida. — Si en una bobina el flujo varía (fig. 757) acercando o alejando un imán, etc., y

dicho flujo pasa de un valor Φ_1 a otro valor Φ_2 la cantidad de electricidad inducida Q es igual a:

$$Q = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2)\ 10^{-8} \text{ culombios,}$$

estando R, la resistencia del circuito inducido, medida en ohmios, y el flujo en maxwells.

* **Demostración.** — La intensidad I de la corriente inducida la obtenemos dividiendo la fuerza electromotriz inducida por la resistencia R:

$$I = \frac{E_i}{R} = \frac{1}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} 10^{-8} \text{ amperios.}$$

Prescindimos aquí del signo que interesa sólo para conocer el sentido de la corriente inducida. De la relación anterior tenemos, multiplicando por el tiempo Δt:

$$I\Delta t = \frac{1}{R} \Delta\Phi\ 10^{-8} \text{ culombios.}$$

El primer miembro es la cantidad de electricidad ΔQ producida en el intervalo de tiempo Δt. La cantidad total Q será la suma de esos ΔQ:

$$Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \ldots;$$

así como la suma de los $\Delta\Phi$ dará la variación total del flujo:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2 + \ldots$$

Por lo tanto:

$$Q = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2)\ 10^{-8} \text{ culombios.}$$

FLUJO DE INDUCCIÓN. PERMEABILIDAD MAGNÉTICA

399. Flujo de inducción. — Sea una bobina en forma de anillo (fig. 774) por la que circula una corriente eléctrica proveniente de una batería. Una parte de esta bobina *primaria* está envuelta por otra bobina secundaria que comunica con un galvanómetro. Si en

el circuito primario varía la intensidad de la corriente se produce una corriente inducida en el secundario que hace desviar la aguja del galvanómetro. Lo mismo ocurre si se cierra o se abre el circuito primario con un interruptor. En este último caso la corriente inducida circula durante un tiempo muy breve.

Si el galvanómetro tiene una *inercia grande* se demuestra que su desviación es proporcional a la *cantidad de electricidad* que ha pasado por él. Un galvanómetro que mide la cantidad de electricidad que pasa por su devanado en un tiempo muy breve, se llama *galvanómetro balístico.*

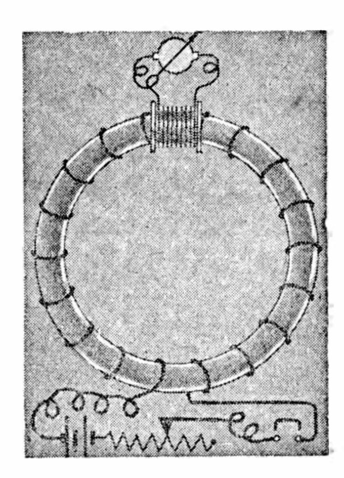


Fig. 774.

Midiendo la cantidad de electricidad inducida durante el cierre o la apertura del circuito primario se podrá conocer el *flujo* que atraviesa el circuito secundario.

Supongamos que el flujo pasa del valor cero al valor Φ al cerrar el circuito, cuando en el interior de la bobina anular exista el vacío (prácticamente aire). Si repetimos la operación llenando el anillo con alguna substancia observaremos que, siendo las demás condiciones las mismas, el flujo es ahora otro. Supongamos para fijar ideas, que se trata de un anillo de hierro de sección circular. Las medidas podrían hacerse con dos bobinas idénticas: una con aire y otra con hierro. Se observará que para un mismo valor de la intensidad de la corriente en el primario de ambas bobinas *el flujo es mucho mayor en la que tiene hierro.*

Permeabilidad magnética. — Si el flujo en la bobina con la substancia es Φ_F y el flujo en la misma bobina en el vacío es Φ (para el mismo valor de la intensidad de la corriente) al cociente de ambos flujos se le denomina *permeabilidad magnética de la substancia,* que se designa con la letra μ:

$$\mu = \frac{\Phi_F}{\Phi}.$$

Si llamamos H al campo magnético generado en el interior de la bobina por la corriente primaria el flujo Φ a través de una sección S de la misma es, existiendo el vacío

$$\Phi = HS.$$

El flujo Φ_F será:

$$\Phi_F = \mu\Phi; \qquad \Phi_F = \mu HS.$$

Al producto de la permeabilidad magnética μ por el campo magnético H se le llama *inducción magnética* y se le representa con la letra B:

$$B = \mu H.$$

El *flujo de inducción* se halla multiplicando la inducción B por la sección S.

Conociendo la sección S del primario y el número de espiras n del carrete secundario cuando en el interior de la bobina existe el vacío, la medida del flujo nos dará el valor del campo H en el interior de la bobina, pues debe ser:

$$\Phi = nSH; \qquad H = \frac{\Phi}{nS}.$$

Análogamente cuando existe en el interior una substancia, la inducción magnética B estará dada por:

$$B = \frac{\Phi_F}{nS}.$$

Se observa en el caso del hierro que el valor de la permeabilidad magnética depende de la intensidad del campo magnético. Realizando experiencias sucesivas con las dos bobinas idénticas, una con hierro y otra con aire y variando la intensidad de la corriente del primario se puede hallar la dependencia entre la inducción B y el campo H.

En la figura 775 se ha representado B en función de H para el hierro dulce. He aquí algunos valores numéricos:

$H =$	0,25	1,00	5,00	100	1 000
$B =$	2 200	10 240	14 470	18 050	22 570
$\mu = \frac{B}{H} =$	8 800	10 240	2 894	180,5	22,57

En realidad las medidas se efectúan como se verá en el párrafo 401.

Entre la permeabilidad magnética μ y la susceptibilidad magnética k (pág. 386) se demuestra que existe la relación:

$$\mu = 1 + 4\pi k.$$

En cuanto a la denominación de *permeabilidad magnética* la razón es la siguiente. Si se coloca entre los polos de un imán un trozo de hierro (fig. 776) se observa que las líneas de fuerza del campo magnético se desvían como si el hierro les ofreciera menos resistencia.

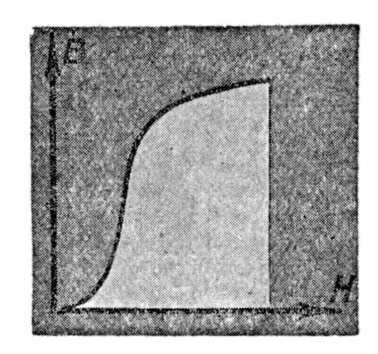


Fig. 775.

En el interior de un imán permanente existe también un flujo de inducción fácil de medir. Si el imán es muy largo y se le hace atravesar una pequeña bobina unida a un galvanómetro balístico (fig. 777) retirando rápidamente al imán, la cantidad de electricidad inducida nos servirá para medir el flujo de inducción en el interior del mismo.

El flujo de inducción se representa por las llamadas "*líneas de inducción*".

Si el flujo que atraviesa determinada superficie es igual a *4 maxwell* se dirá que la superficie está atravesada por *4 líneas de inducción.*

Las líneas de inducción son siempre cerradas. En un imán permanente colocado en el aire las líneas de inducción de la parte exterior son simplemente las lí-

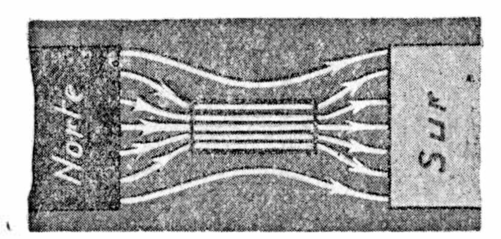


Fig. 776. — Líneas de inducción.

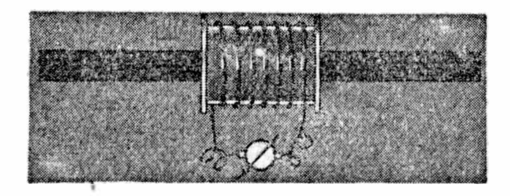


Fig. 777. — Medida del flujo de un imán.

neas de fuerza del campo magnético originado por el imán. En la figura 712 de la página 456 las líneas blancas representan en realidad líneas de inducción.

Intensidad del campo magnético en el interior del hierro. — Consideremos que las líneas de inducción pasen del hierro al aire atravesando normalmente cierta superficie S. Designando por

H_i a la intensidad del campo magnético en el interior del hierro cuya permeabilidad es μ, el flujo en el interior será:

$$\Phi = \mu H_i S.$$

Siendo la permeabilidad magnética del aire igual a 1, llamando H_e a la intensidad del campo magnético en el aire y en las proximidades de la superficie de separación de ambos medios, el flujo, que debe ser igual al anterior, será:

$$\Phi = H_e S.$$

De ambas igualdades deducimos:

$$\mu H_i = H_e; \qquad H_i = \frac{H_e}{\mu}.$$

Luego, en el interior del hierro, la intensidad del campo magnético es en general mucho menor que en el exterior. Las líneas de inducción están más juntas en el hierro, pero las líneas de fuerza, que representan al campo magnético, están más separadas.

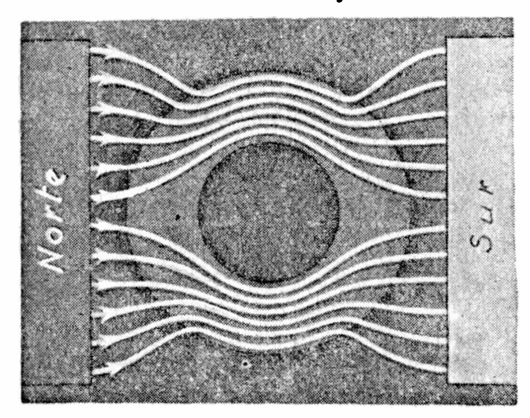


Fig. 778. — Líneas de inducción en un anillo de hierro.

400. Anillo de hierro en un campo magnético. — Debido a la permeabilidad magnética del hierro las líneas de inducción en el interior de un anillo de ese metal colocado en un campo magnético se disponen como muestra la figura 778. En el interior hueco del anillo el campo es muy débil, prácticamente nulo.

401. La "memoria" del hierro. — Supongamos que tenemos un trozo de hierro dulce que no ha sido imantado nunca. Es lo que se llama un hierro "virgen". Si este hierro se encuentra en un campo magnético nulo ($H = 0$) su inducción magnética será también nula ($B = 0$).

Consideremos una instalación como la de la figura 779. La corriente de una batería B pasa por un carrete C_1 y por otro carrete largo C_2. Una resistencia variable R y un amperímetro A permiten variar y medir la intensidad de la corriente eléctrica. Los

carretes C_1 y C_2 están dispuestos de tal modo que, cualquiera sea la intensidad de la corriente, la aguja magnética M no se desvía por el campo magnético producido por los mismos. En otras palabras el campo magnético de C_1 se compensa con el de C_2 justamente en M.

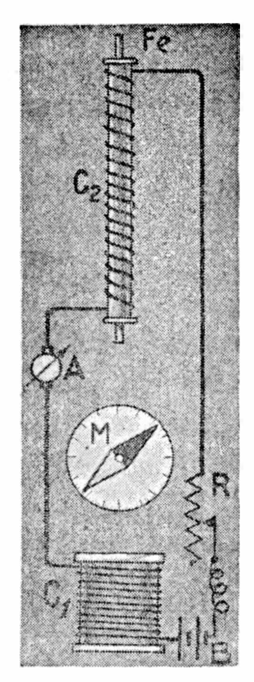


Fig. 779.

Introduzcamos ahora dentro del carrete C_2 un alambre de ese hierro virgen. Vayamos aumentando poco a poco la intensidad de la corriente eléctrica. Para cada valor de esta intensidad corresponderá una posición diferente de la aguja M sometida además al campo magnético terrestre. Esto nos permitirá conocer la imantación del alambre de hierro para diferentes valores del campo inductor H.

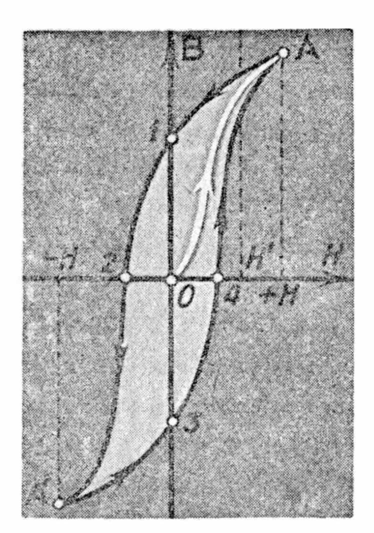


Fig. 780. — Histéresis.

Conociendo la imantación se puede calcular la inducción B y se representa así en una gráfica B en función de H (fig. 780). Se obtiene de este modo una curva tal como la OA. Si al llegar al punto A comenzamos a disminuir la intensidad de la corriente obtenemos valores de B dados por la curva A 1.

Cuando el campo H se hace cero el alambre de hierro continúa imantado. Esta *imantación remanente* está medida por la ordenada O 1. Invertimos ahora la corriente y llegamos, para un valor del campo igual a —H, a un punto A', habiendo pasado por el punto 2. Si ahora disminuimos la intensidad de la corriente llegamos al punto 3 y finalmente cambiando el sentido de la corriente de nuevo, alcanzamos el punto A habiendo pasado por 4. A este ciclo se le llama ciclo de *histéresis*. Vemos en la figura que para un mismo valor de H (el H' por ejemplo) tenemos tres valores diferentes de B: uno que corresponde a la curva virgen OA, otro a la curva A 1 y otro a la 4 A. Pero no se crea que éstos

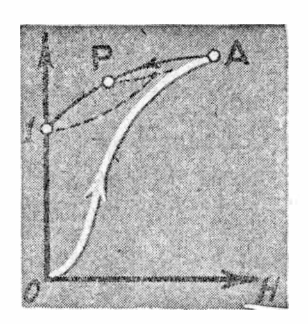


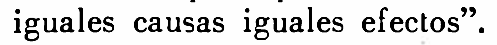
Fig. 781.

son los únicos valores que puede tomar B para un mismo valor de H. Si al llegar al punto 1 en que $H = 0$ (fig. 781) comenzamos a aumentar H de nuevo, los valores de B estarían dados por la línea de puntos que parte de 1. Si en cambio hubiéramos comenzado a aumentar el campo al alcanzar el punto P, la inducción B estaría dada por la línea de puntos que parte de P.

En resumen, si se tiene un trozo de hierro no se puede decir que en un campo H adquirirá tal imantación: la imantación que adquiere depende de *la historia del material*. Si el comportamiento de un trozo de hierro depende de su historia, dicho trozo se comporta *como si tuviera memoria*. Cuando un trozo de hierro se imanta en un sentido y luego en sentido contrario, es decir, cuando describe un ciclo de histéresis, se requiere para este proceso gastar cierto trabajo. En las máquinas eléctricas, a causa del fenómeno de histéresis, parte del trabajo mecánico se transforma en calor.

Lo que precede servirá al alumno para darse cuenta de lo complicados que son los fenómenos magnéticos. El valor de la permeabilidad magnética del hierro depende, no sólo del campo que actúa sobre él en ese momento, sino también de los campos que han actuado con anterioridad.

En la elasticidad, cuando se sobrepasan los límites de la *elasticidad perfecta*, ocurre un fenómeno análogo: es la histéresis elástica. Estos fenómenos de histéresis hacen difícil la formulación exacta del *principio de causalidad*: "a iguales causas iguales efectos".



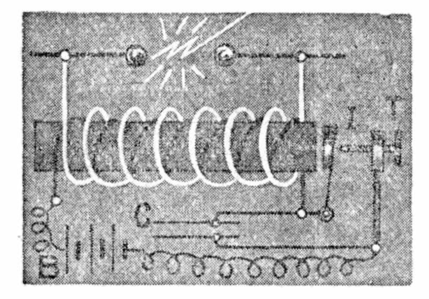


Fig. 782. — Carrete de Ruhmkorff.

APLICACIONES

402. Carrete de Ruhmkorff. Interruptores. — Un núcleo de hierro dulce de forma cilíndrica (fig. 782) se halla envuelto por un alambre (negro) que da pocas vueltas y que constituye el circuito primario. En este circuito se encuentra la batería B y un interruptor I. Este interruptor a martillo funciona exactamente igual que una campanilla eléctrica. Al pasar la corriente el hierro se imanta y atrae al martillo de hierro dulce, con lo cual se interrumpe la corriente. Luego la varilla elástica que sostiene el martillo hace que éste vuelva a estar en contacto con el tornillo T restableciendo el paso de la corriente.

Se logra de este modo, en forma automática, que el circuito primario se abra y se cierre un gran número de veces por segundo. Si envolviendo al circuito primario se halla un hilo que dé un gran número de vueltas, el flujo a través del mismo variará con rapidez, ya sea aumentando o disminuyendo. En este circuito secundario (blanco) se producen entonces fuerzas electromotrices que pueden ser muy grandes, de muchos miles de voltios. Por eso entre los terminales del secundario salta una chispa muy intensa.

Debido a la autoinducción, en el interruptor salta una chispa cada vez que se abre el circuito. Esto hace que el intervalo de tiempo que tarda la corriente del primario en tomar el valor cero sea relativamente grande, Conviene que en la ruptura ese tiempo sea lo menor posible para que el flujo varíe rápidamente. Esto se logra intercalando un condensador eléctrico *C* entre el tornillo *T* y el martillo. Este condensador se coloca en la base de la caja del aparato.

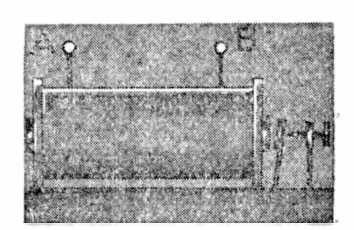


Fig. 783. — Carrete de Ruhmkorff.

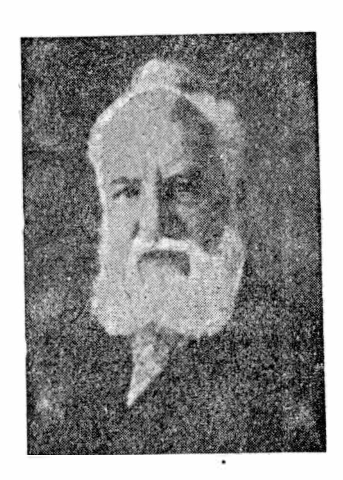
Debido a que en la ruptura del circuito el flujo varía con mayor rapidez que en el cierre, la fuerza electromotriz inducida durante la ruptura es mucho mayor que la inducida durante el cierre. Por eso los dos terminales del carrete secundario se comportan de modo diferente: el terminal positivo es el que adquiere un potencial positivo durante la ruptura del circuito. Ese mismo terminal será negativo durante el cierre pero esto no cuenta para nada. Pongamos un ejemplo numérico. Durante la apertura sea el potencial de *A* igual a + 10 000 voltios y el de *B* cero (fig. 783). Puede suponerse a *B* conectado con tierra. Durante el cierre seguirá siendo el potencial de *B* cero y *A* alcanzará un potencial, digamos de menos 100 voltios (— 100 voltios).

De modo que *A* es alternativamente positivo y negativo, pero cuando es negativo su potencial es pequeño en tanto que cuando es positivo su potencial es grande. El terminal *A* del secundario será entonces el polo positivo del carrete. En el ejemplo precedente el intervalo de tiempo de la ruptura sería 100 veces menor que el intervalo de tiempo en el cierre. (Véase párrafo 393).

Existen otros tipos de interruptores además del de martillo. Una rueda dentada accionada por un motor puede servir de interruptor al rozar los dientes sucesivamente con una lámina de metal o con un baño de mercurio. Se construyen también interruptores electrolíticos basados en que la capa gaseosa que se desprende en

uno de los electrodos interrumpe momentáneamente la corriente primaria.

El carrete de Ruhmkorff es lo que se llama un *transformador*. La energía de la corriente del carrete primario, de poca fuerza electromotriz (seis, ocho o diez voltios) y de intensidad relativamente grande (uno o dos amperios) se *transforma* en energía de la corriente del secundario de fuerza electromotriz grande (decenas y hasta centenas de miles de voltios) e intensidad pequeña (del orden de las decenas de *microamperio*) *.


Graham Bell (1847 - 1922).

TELÉFONO Y MICRÓFONO

403. **Teléfono de Bell.** — El primero que pretendió utilizar la corriente eléctrica para transmitir los sonidos y en particular la palabra hablada fué PHILIPP REIS, profesor de física en un colegio de enseñanza secundaria de Alemania. La idea de Reis no encontró el apoyo que merecía entre sus contemporáneos y el profesor POGGENDORFF "*demostró*" que la transmisión eléctrica de la palabra era imposible! En el año en que murió Reis (1874) el profesor de Filadelfia GRAHAM BELL inventó el teléfono que lleva su nombre y que se difundió de inmediato en todo el mundo.

El teléfono de Bell consiste simplemente en un imán colocado en el interior de un tubo (fig. 785). En un extremo de este imán se encuentra una bobina con un alambre conductor muy delgado que da muchas vueltas. Frente al imán y a la bobina se encuentra una placa *P* de hierro dulce.

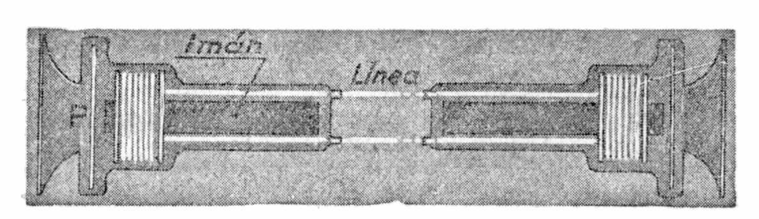


Fig. 785. — Teléfono de Bell.

El transmisor y el receptor son exactamente iguales. Al hablar frente a la placa *P*, ésta se acerca y se aleja del imán debido a las vibraciones que le comunica el aire puesto en vibración por la voz. Al vibrar la placa de hierro varía el flujo que atraviesa la bobina por lo cual se producen en ésta corrientes inducidas muy débiles. Estas corrientes inducidas

* El prefijo *micro* significa *1 millonésimo*.

recorren el circuito de la bobina del receptor aumentando o debilitando la acción del imán. La placa de hierro del receptor vibrará entonces de la misma manera que la placa del transmisor. Las vibraciones de la placa del receptor producen la vibración del aire, que transmite el sonido al oído.

Piénsese en la complejidad de las vibraciones que se producen al pronunciar cualquier palabra, en la forma complicada que debe vibrar la placa y en fin, que esas vibraciones se traducen en corrientes eléctricas debilísimas cuyas variaciones de intensidad hacen posible la reproducción de la voz a cientos de kilómetros de distancia y se comprenderá que Poggendorff creyera que era imposible tal maravilla.

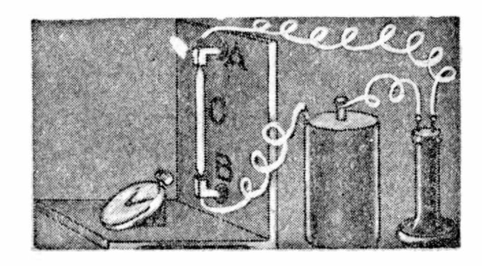


Fig. 786. — Micrófono.

404. **Micrófono.** — En la actualidad el transmisor telefónico es diferente del receptor. Se utiliza como transmisor un micrófono. El micrófono de HUGHES consiste en una barra de carbón *C* (fig. 786) colocada entre dos soportes *A* y *B*, también de carbón. Esta barra de carbón se encuentra en el circuito de una batería y un teléfono. Al hablar frente a la barra o produciendo un débil sonido cerca del soporte del micrófono las vibraciones de la varilla de carbón producen en los contactos variaciones de la resistencia que se traducen en variaciones de intensidad de la corriente. De aquí que el teléfono reproduzca el sonido. Que esto es así, lo creemos... ¡porque lo oímos!

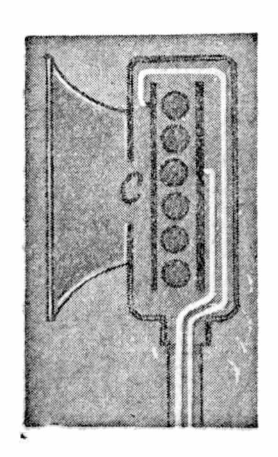


Fig. 787.—Micrófono.

En los transmisores telefónicos se utiliza una membrana de carbón *C* apoyada en esferitas también de carbón, que realizan de ese modo muchos contactos microfónicos (fig. 787). Existen muchos otros tipos de micrófonos y en cuanto a los teléfonos no es necesario decir que se han perfeccionado muchísimo desde la época de Bell hasta nuestros días.

GENERADORES DE CORRIENTE ELÉCTRICA

405. **Máquina de Gramme.** — Cualquiera de los motores eléctricos que ya conocemos puede servir de generador de corriente eléctrica. (Véase párrafos 379, 384 y 386). Las máquinas eléctricas son, pues, *reversibles*.

Si la máquina produce trabajo mecánico a expensas de la energía eléctrica que recibe, es un motor eléctrico. Esta misma máquina puede servir para transformar trabajo mecánico en energía eléctrica. Apenas FARADAY descubrió la inducción electromagnética, se construyeron diversos modelos de generadores en los que se transformaba trabajo mecánico en energía eléctrica. Pero una solución técnica del problema se logró recién en 1869 con la máquina construída por GRAMME en la que utilizaba el anillo inductor inventado años antes por PACINOTTI.

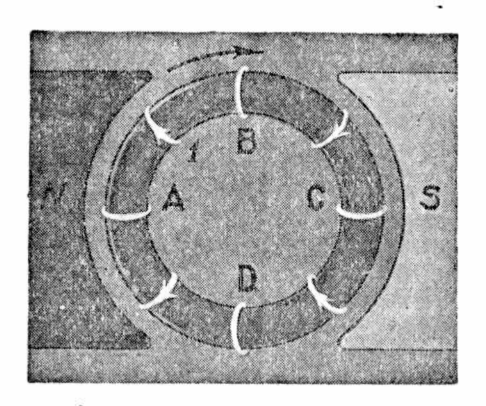


Fig. 788. — Anillo inductor.

Ya sabemos cómo se disponen las líneas de inducción en el interior de un anillo de hierro colocado en un campo magnético (fig. 778 de pág. 492). Consideremos ahora un anillo o espira de cobre (fig. 788), que rodea al anillo de hierro y que movemos en el sentido de la flecha. En *A* el flujo a través de la misma es cero, en *B* es máximo. Al pasar de *A* a *B* se originará en la espira de cobre una corriente eléctrica en el sentido indicado en 1. Es fácil hallar el sentido de la corriente inducida aplicando la regla de Lenz o la regla de los tres dedos de la mano derecha (396). Al aplicar esta regla debe tenerse en cuenta que *la parte exterior de la espira es la única que corta líneas de inducción.* Para conocer el sentido de la corriente inducida cuando la espira se mueve de *A* hacia *B*, colocaremos el dedo índice en el sentido del flujo, es decir, del polo norte al polo sur; el dedo pulgar en el sentido del movimiento que de *A* hacia *B* es hacia arriba; el dedo mayor se dirige entonces hacia atrás del plano del dibujo. De *B* hacia *C* y de *C* hacia *D* el movimiento es hacia abajo: las corrientes inducidas en ese recorrido vendrán hacia delante del plano del dibujo en la parte exterior de las espiras. Se ve así que la corriente cambia de sentido en *B* y *D.*

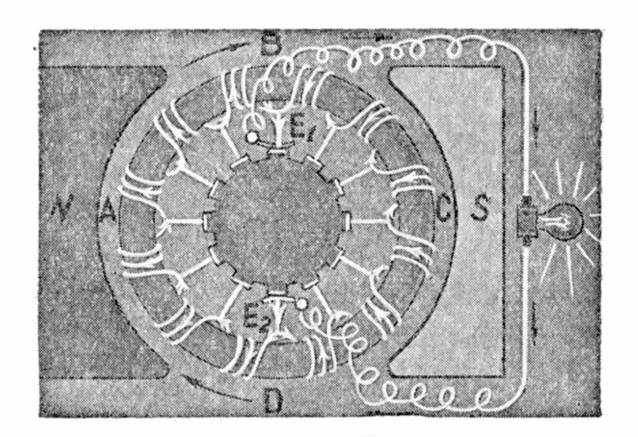


Fig. 789. — Máquina de Gramme.

Consideremos ahora el anillo de hierro dulce envuelto totalmente por un conductor en forma de hélice. Imprimamos al anillo (figura 789), un movimiento de rotación.

Las corrientes inducidas en la parte *BCD*, son opuestas y se anularían con las inducidas en la parte *DAB*. Pero si conectamos *B* y *D* con dos láminas metálicas E_1 y E_2, a la escobilla E_1 llega corriente de la derecha y de la izquierda del anillo, en tanto que la corriente *sale* por E_2. E_1 será el polo positivo de la máquina y E_2 el negativo. Las espiras comunican de tanto en tanto con varillas metálicas aisladas dispuestas paralelamente a las generatrices de un cilindro montado en el eje de la máquina (fig. 790). Esta pieza es el *colector*.

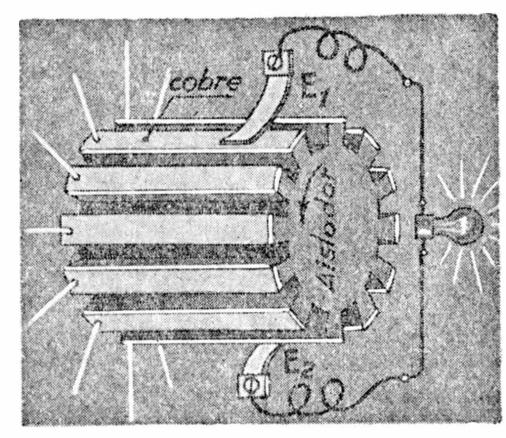


Fig. 790. — Colector.

En realidad, al girar el anillo, debido a la histéresis, las secciones donde el flujo es máximo no se encuentran sobre *BD* (fig. 791), sino sobre el plano *B'D'* donde deben colocarse las escobillas. El ángulo entre *BD* y *B'D'* depende de la velocidad de rotación.

El imán que produce el campo inductor puede ser un imán permanente (la máquina se llama entonces magneto), o un electroimán excitado con la misma corriente de la máquina (figuras 792 y 793). Al comienzo la máquina funciona merced al magnetismo remanente del hierro dulce.

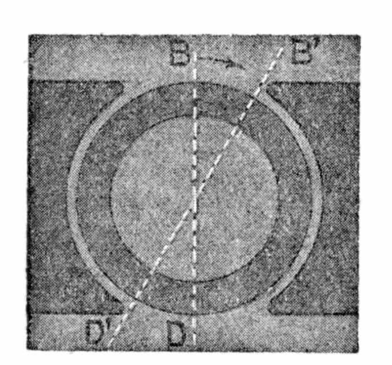


Fig. 791.

406. La máquina de Gramme como motor. — Las corrientes inducidas en el devanado del anillo de Gramme tienen un sentido tal que, de acuerdo a la regla de LENZ, se oponen al movimiento que las produce. Esto quiere decir que están sometidas a fuerzas (fig. 794) (dibujadas en blanco) que tienden a producir una rotación en sentido inverso. De aquí que si hacemos circular por el devanado corrientes que tengan el mismo sentido que antes (fig. 795), la máquina rotará en el sentido indicado en la figura.

Claro está que esta corriente puede provenir de una batería o de otro generador (fig. 796) de corriente continua.

407. Transporte de la energía eléctrica. — En una usina eléctrica los dínamos o generadores de corriente se mueven por la

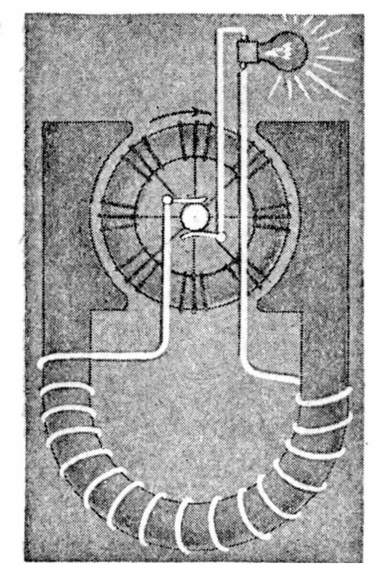


Fig. 792. — Excitación en serie.

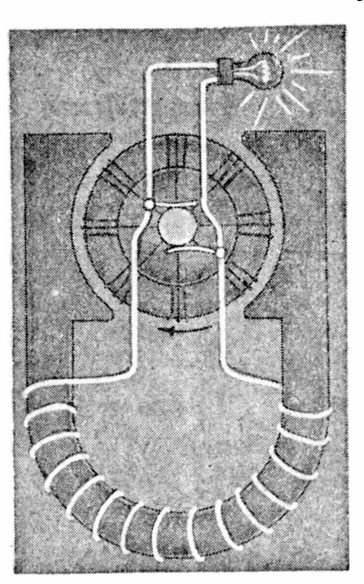


Fig. 793. — Excitación en derivación.

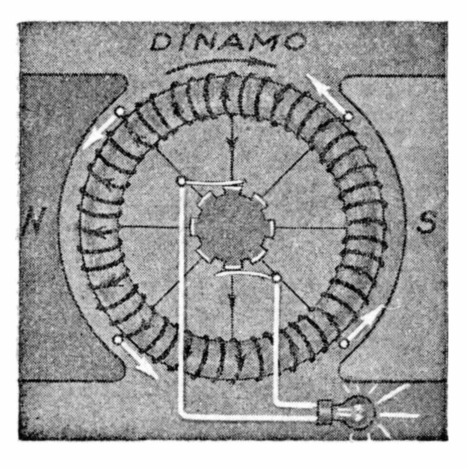


Fig. 794.

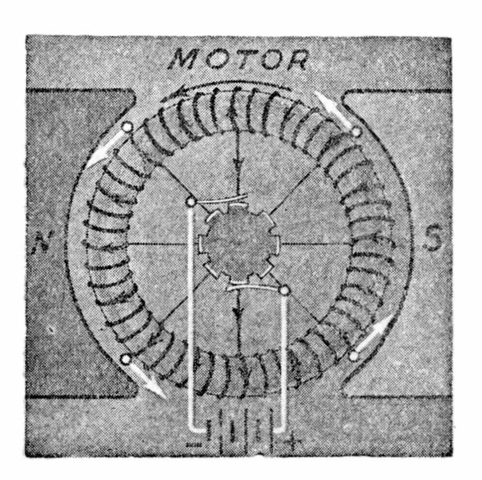


Fig. 795.

acción de potentes máquinas a vapor o por otra clase de motores. Esta energía se distribuye luego por cables.

Si la distancia entre el lugar de producción y el lugar de consumo es grande, los cables deben ser largos y oponen una resistencia eléctrica considerable. Se desarrolla en ellos cierta cantidad

de calor (*ley de* JOULE), que representa energía perdida. Para evitar esto conviene que los cables ofrezcan poca resistencia, para lo cual deben ser gruesos. ¡Pero el cobre es muy caro! Como la

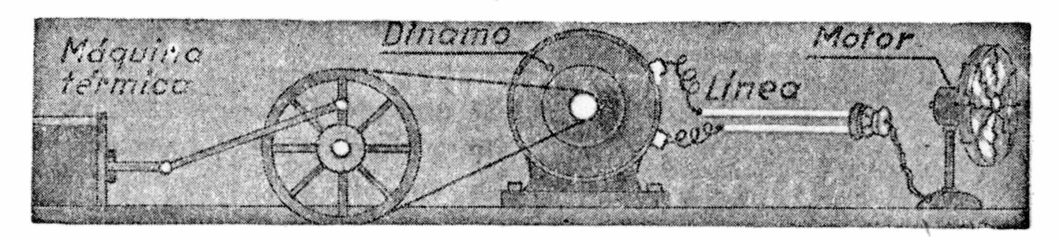


Fig. 796. — Transformación y conducción de la energía: desde la mina de carbón a nuestra casa.

energía de la corriente en un tiempo t está dada por EIt (siendo E la fuerza electromotriz, e I la intensidad), para que en los cables se desprenda menos calor, podría hacerse que la fuerza electromotriz fuera, en lugar de 220 voltios, igual a 2 200 voltios. Con esto la misma energía podría transportarse con una intensidad diez veces menor. Pero el llevar a las casas corrientes de 2 200 voltios implicaría un peligro muy grande y las *aislaciones*, para una diferencia de potencial tan considerable, serían muy costosas.

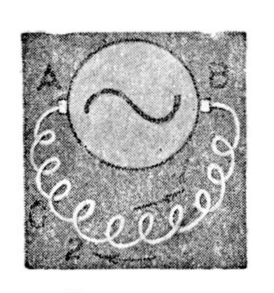


Fig. 797. — Esquema de alternador.

Estos motivos hacen preferible el empleo de la *corriente alternada.*

408. Alternadores. Corriente alternada. — Existen máquinas generadoras de corriente eléctrica alternada, llamadas alternadores. Se representan en esquema como indica la figura 797. A y B son los dos polos del alternador. Uniendo A y B con un conductor C la corriente circula por el alambre en ciertos momentos en el sentido de la flecha 1 y en otros momentos en el sentido de la flecha 2.

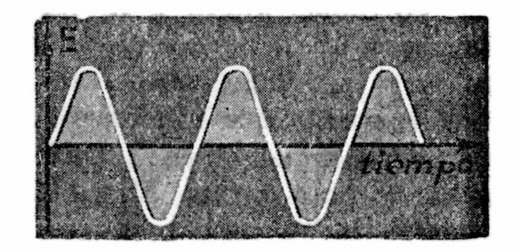


Fig. 798. — Corriente alternada.

Si se considera como positiva la fuerza electromotriz que hace circular la corriente en el sentido ACB, la fuerza electromotriz que la hace circular en sentido contrario será negativa. En la fig. 798 se ha representado esta fuerza electromotriz variable en función del tiempo.

Si en un segundo la corriente circula treinta veces en el sentido ACB y otras treinta en el sentido BCA, diremos que la *frecuencia*

es igual a treinta. El *período* sería igual a 1/30 de segundo. En las aplicaciones se utilizan corrientes alternadas de frecuencia comprendida entre 20 y 50. Al cabo de un período la fuerza electromotriz vuelve a adquirir el mismo valor en magnitud y signo.

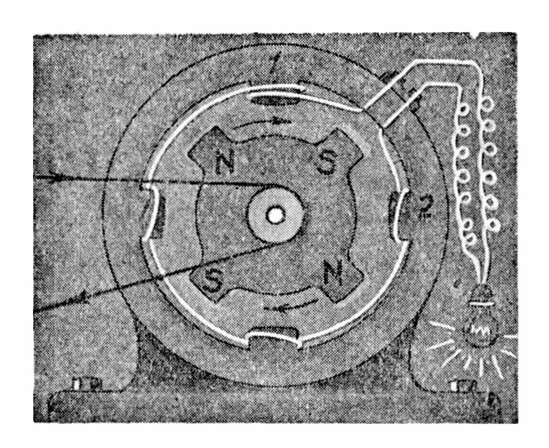


Fig. 799. — Alternador.

La figura 799 representa esquemáticamente un alternador. El circuito inducido es fijo, se llama *estator* y está formado por los carretes 1; 2; 3 y 4: Estos carretes de hierro están envueltos por un alambre conductor *arrollado en sentido inverso en cada par de carretes consecutivos.* En el interior gira el inductor llamado *rotor.* Está formado por un número de carretes exactamente igual al de los carretes del inducido. Por los carretes del inductor circula una corriente continua que proviene de un generador de corriente continua, que suele estar montado en el mismo eje del rotor.

En la figura 800 se ve cómo la corriente de un dínamo *D* se hace circular por los carretes del rotor, de modo que ellos constituyan polos norte y polos sur dispuestos en forma alternada. Para esto se unen los polos + y — del dínamo excitador con dos escobillas metálicas apoyadas en dos anillos que comunican con el devanado de los carretes.

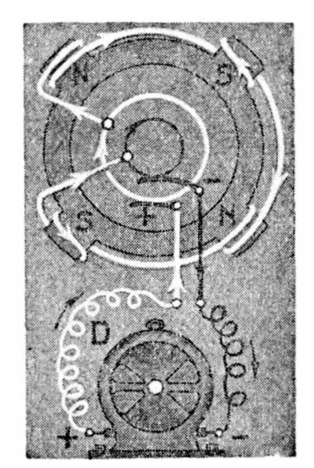


Fig. 800. — Dínamo y rotor.

Volvamos ahora a la figura 799. Cuando un polo norte del inductor se acerca al carrete 1, se producirá en el arrollamiento de éste, una corriente que impida ese acercamiento. La corriente inducida en 1 hará que se forme en él otro polo norte. Mirando desde el eje al carrete 1, se verá a la corriente circular en sentido inverso al de las agujas del reloj. Cuando un polo norte se acerca a 1, un polo sur se aleja de él. Estos dos efectos se suman. Cuando al carrete 1 se acerca un polo norte, al carrete 2 se acerca un polo sur.

En el carrete 2 se verá entonces desde el eje, que la corriente gira en el mismo sentido que el de las agujas de un reloj. Como los

arrollamientos de los carretes están dispuestos en sentido inverso, todas las corrientes inducidas producidas en un momento dado se suman. Cuando un polo norte del rotor enfrenta al carrete 1, a partir de ese momento se producirán en el inducido corrientes de sentido contrario. Si el estator tiene cuatro carretes, como se ha supuesto en la figura, el rotor tendrá *dos* polos norte y *dos* sur. De aquí que si el rotor da 20 vueltas por segundo, la frecuencia de la corriente alternada sería igual a 40, y el período igual a 1/40 seg.

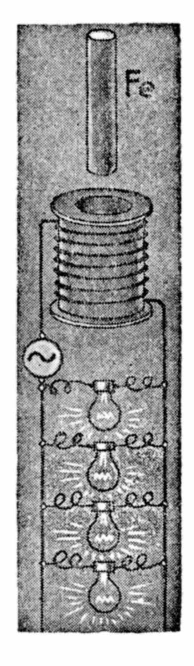
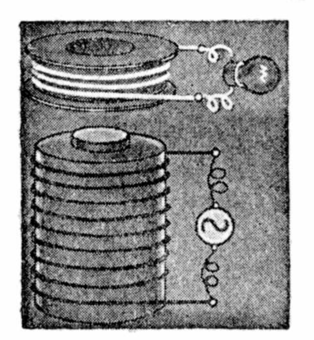
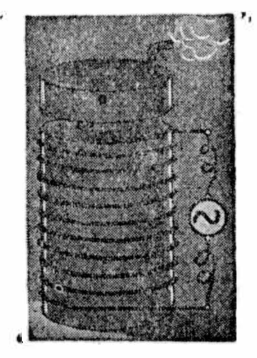


Fig. 801.

Propiedades de la corriente alternada. — Sea una instalación como la de la figura 801. La corriente de un alternador alimenta varias lámparas incandescentes montadas en paralelo. En el circuito se ha intercalado un carrete. Si se introduce dentro de este carrete una barra de hierro dulce se observa de inmediato que el brillo de las lámparas disminuye. Al introducir el hierro en el carrete aumenta la autoinducción del circuito y las corrientes inducidas en el mismo circuito, opuestas a la corriente principal, producen el efecto de un aumento de resistencia. Esto prueba que en las corrientes alternadas la autoinducción del circuito hace las veces de una resistencia.


Fig. 802.

Si se coloca sobre un carrete con núcleo de hierro (fig. 802), recorrido por una corriente alternada, una bobina en comunicación con una pequeña lámpara eléctrica, se observa que ésta se enciende por las corrientes inducidas en el circuito de la misma. Colocando (fig. 803) una pequeña caldera de bronce con agua sobre el carrete recorrido por una corriente alternada, se producen en las paredes metálicas de la caldera corrientes de Foucault que provocan por calentamiento la ebullición del agua.


Fig. 803.

Se llama *intensidad eficaz* de una corriente alternada a la intensidad que debería tener una corriente continua para producir en igual tiempo el mismo calor que aquélla, recorriendo un circuito que ofrezca a la corriente continua la misma

resistencia que el circuito dado ofrece a la corriente alternada. La intensidad eficaz es, naturalmente, menor que la intensidad máxima. En forma análoga se define la fuerza electromotriz eficaz. La intensidad eficaz se mide por medio de amperímetros térmicos.

Si se intercala un condensador C (fig. 804), en el circuito de una corriente alternada, se observa que la corriente pasa por el condensador a pesar de la aislación. La autoinducción L del circuito produce un aumento de la resistencia en tanto que una capacidad produce una disminución. Se explica el pasaje de la corriente por el condensador por el hecho de que alternativamente las armaduras del mismo se cargan con electricidades de signo contrario.

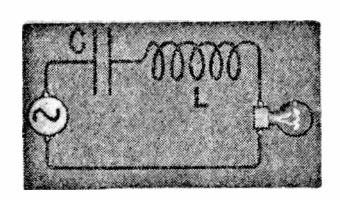


Fig. 804.

409. Transformadores. — La principal ventaja de las corrientes alternadas es la facilidad con que pueden transformarse. Una corriente de fuerza electromotriz de 100 voltios puede transformarse en otra de fuerza electromotriz de 1 000 voltios e inversamente. Claro está que si aumenta la fuerza electromotriz debe disminuir la intensidad e inversamente. En cambio, la transformación de las corrientes continuas ofrece grandes dificultades.

La figura 805 representa un transformador, consistente en un marco de hierro dulce con dos devanados: el primario P, unido al alternador, y el secundario S. Al circular por P una corriente alternada varía continuamente el flujo de inducción a través del secundario. Si el número de espiras del secundario es muy grande, la fuerza electromotriz inducida en el mismo será también grande.

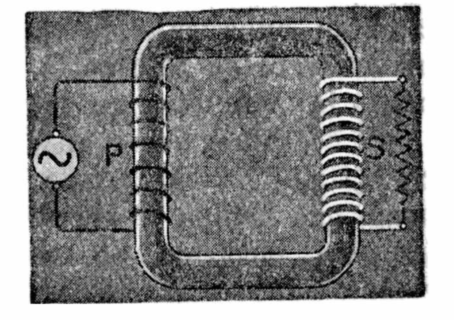


Fig. 805. — Transformador.

Llamando E a la fuerza electromotriz del circuito primario e I a la intensidad en el mismo, la potencia W de la corriente, o sea, el trabajo capaz de entregar, dividido por el tiempo, será:

$$W = EI.$$

Aquí E e I son valores medios. Si en el secundario la fuerza electromotriz es E' y la intensidad I', se tendría en el caso ideal en que toda la energía pasara de un circuito a otro:

$$EI = E'I'.$$

En la práctica $E'I'$ es siempre menor que EI, pues parte de la energía del primario se transforma en calor. Se consigue en los transformadores un rendimiento muy elevado, que llega hasta el 95 %. Esto significa que con 100 vatios de potencia en el primario se obtienen 95 vatios en el secundario.

Transporte de la energía eléctrica. — Para transportar energía eléctrica a distancias grandes se procede así: la corriente del alternador A se transforma en T_1 (fig. 806), haciendo que se convierta en corriente de alta tensión.

Esta corriente de alta tensión (digamos 20 000 voltios), se transporta por la línea hasta la región donde será utilizada. Allí, otro transformador T_2 hace que disminuya la tensión a sólo 200 voltios. De este modo los cables de la línea de alta tensión pueden ser bastante delgados ya que la intensidad de la corriente es 100 veces más pequeña de lo que habría sido si se le hubiese transportado con la tensión de 200 voltios. En la figura se ha supuesto que el alternador A está accionado por una caída de agua.

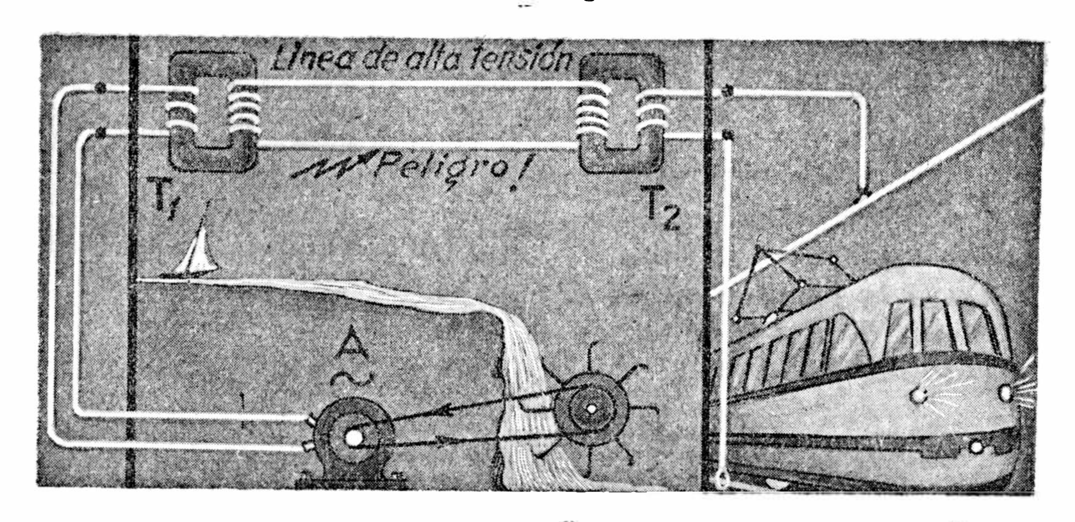


Fig. 806. — Producción, transformación y transporte de la energía eléctrica.

PROBLEMAS

1. *Indíquese cuál será el sentido de la corriente inducida en el circuito II* (fig. 807), *al cerrar el circuito en I.*
2. *Los puntos blancos de la figura 808 representan líneas de fuerza de un campo magnético que van hacia atrás. Indíquese*

el sentido de la corriente inducida cuando se aumenta la superficie del circuito.

3. *Si la fuerza electromotriz originada en el secundario de un transformador es de 20 000 voltios, ¿cuánto valdrá la intensidad de la corriente si la potencia es de 100 kilovatios?*

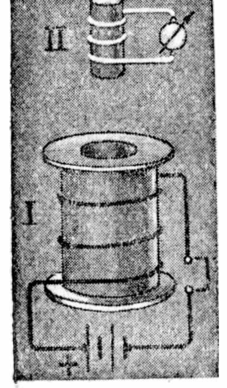


Fig. 807.

$$100\,000 = 20\,000 \times I; \qquad I = 5 \text{ amperios.}$$

4. *Esta energía se transporta a una distancia de 80 kilómetros por conductores de cobre. Se pierde en calor de Joule el 10 % de la energía. ¿Qué sección tienen los conductores?*

Será:

$$10\,000 = R\,I^2;$$
$$R = 400 \text{ ohmios.}$$

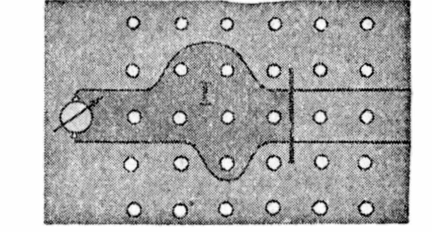


Fig. 808.

Como la longitud de los dos cables es de 160 Km y la resistencia específica del cobre 0,017 ohmio × mm² sobre metro, resulta:

$$400 = 0{,}017 \frac{160\,000}{S} \quad ; \quad S = 6{,}8 \text{ mm}^2,$$

en el supuesto de que para la corriente alternada valga la misma ley que para la corriente continua, lo que sólo es cierto si el número de alternancias por segundo es pequeño.

5. *Hallar la intensidad de la corriente en el secundario del transformador de la región donde se utilizará la energía anterior suponiendo que la fuerza electromotriz se reduzca a 200 voltios.*

Como llegan 90 000 vatios, suponiendo un *rendimiento* del 100 %, se tendrá:

$$I = \frac{90\,000}{200} = 450 \text{ amperios.}$$

CAPÍTULO XXIX

OSCILACIONES ELÉCTRICAS

410. Noticia histórica. Nociones sobre la teoría electromagnética de Maxwell. — De acuerdo a las leyes de COULOMB de la electroestática y del magnetismo, las acciones eléctricas y magnéticas se propagarían en forma instantánea. En las fórmulas de Coulomb no interviene para nada el tiempo. Supongamos que un cuerpo con cierta carga eléctrica se mueva entre A y B (fig. 809) con movimiento oscilatorio. El campo eléctrico originado en un punto P por esa carga móvil será variable. El punto P puede encontrarse muy lejos de la carga que produce el campo. Cuesta admitir que estas acciones se transmitan en forma instantánea.

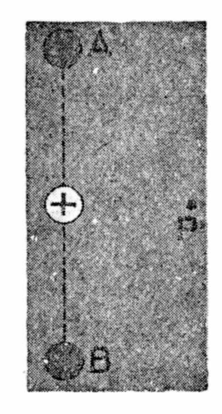
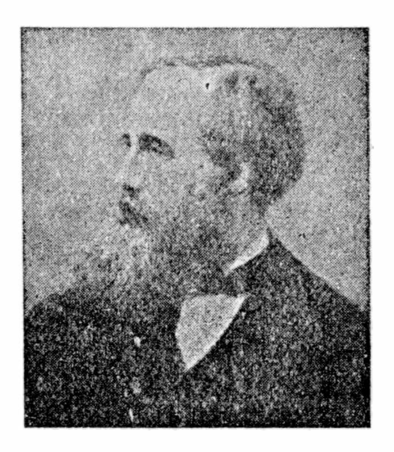


Fig. 809.

El físico inglés MAXWELL desarrolló en 1870 una teoría de los fenómenos electromagnéticos, según la cual, estas acciones se propagan en el espacio con cierta velocidad finita.

Maxwell estableció un conjunto de complicadas ecuaciones (fig. 811), mostrando que todas las leyes de los fenómenos eléctricos y magnéticos podían ser deducidas de esas ecuaciones. Según ellas, resulta que una variación del campo eléctrico o magnético producida en un punto, se propaga con una velocidad igual al cociente entre la unidad electromagnética C. G. S. de intensidad y la unidad electroestática C. G.S. Experimentalmente (382) se ha comprobado que ese cociente es igual a la velocidad de la luz.


James Maxwell (1831 - 1879).

Supongamos que por el conductor AB circule una corriente que vaya alternativamente (fig. 812), de A hacia B y de B hacia A. En un momento dado, el campo magnético en un punto

P estará representado por un vector *H*; el campo eléctrico por un vector $\mathcal{E}$ perpendicular a *H*.

Como la corriente en el conductor *AB* es oscilante, también serán oscilantes los vectores *H* y $\mathcal{E}$. Si el período de oscilación es *T*, siendo *c* la velocidad de propagación, resultará que se propaga una onda electromagnética de longitud de onda λ, tal que:

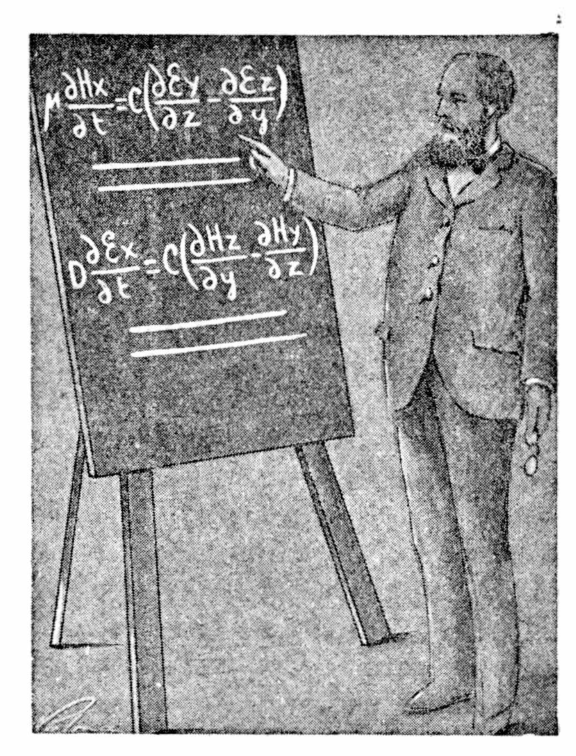


Fig. 811. — Ecuaciones de Maxwell.

$$\lambda = cT.$$

En la figura 813 se ha representado la onda electromagnética, formada por la onda que corresponde al campo eléctrico y por la que corresponde al campo magnético. Ambas ondas están situadas en planos perpendiculares entre sí y marchan *sin diferencia de fase*. Esto significa que cuando *H* es máximo también $\mathcal{E}$ es máximo. Al encontrar MAXWELL que según su teoría las ondas electromagnéticas se debían propagar en el vacío con la velocidad de la luz, supuso, para explicar esa coincidencia, que la luz consistía en *ondas electromagnéticas*. Los átomos que emiten luz, serían comparables a pequeñísimos osciladores eléctricos. Ésta es la teoría electromagnética de la luz de Maxwell que sustituyó a la teoría del *éter mecánico*. La única propiedad que debe tener el éter en la teoría de Maxwell, es servir de "*soporte*" a los campos eléctricos y magnéticos.

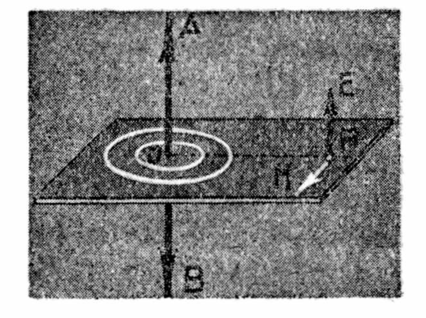


Fig. 812.

411. Oscilaciones eléctricas. — Si se fotografía en forma conveniente sobre una película móvil, la chispa que salta al descargarse un condensador (fig. 814), se observa que la descarga se efectúa en forma oscilante. Ocurre aquí

algo análogo a lo que sucede cuando se comunican entre sí dos vasos con agua a diferente nivel. El agua pasa de uno al otro, y antes de alcanzar la posición de equilibrio se efectúan una serie de oscilaciones de amplitud decreciente (fig. 815).

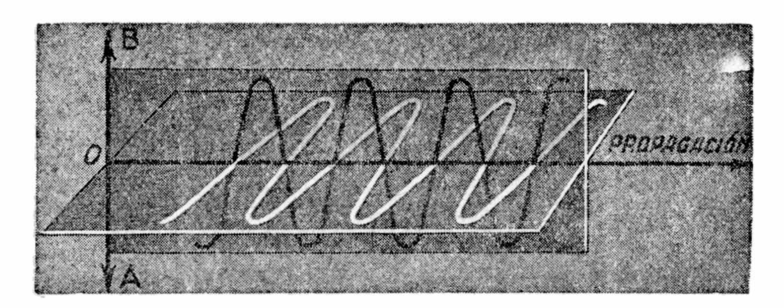


Fig. 813. — Ondas electromagnéticas.

Si se tienen dos botellas de Leyden iguales (fig. 816), se observa que al descargarse la 1, que puede estar conectada a una máquina electroestática de influencia o a un carrete de Ruhmkorff, saltan chispas en la 2. Éste es un fenómeno de *resonancia eléctrica* análogo a los fenómenos de resonancia mecánica (186).

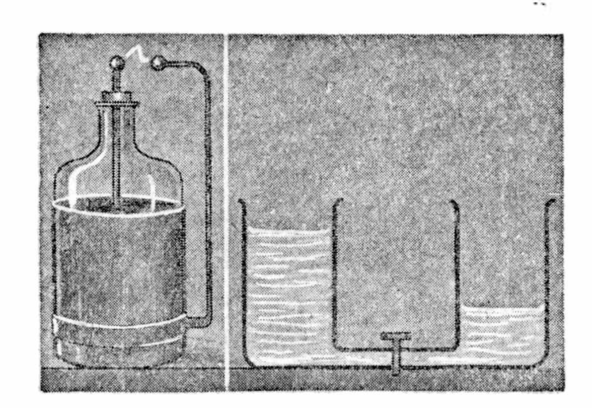


Fig. 814. — Descarga oscilante.

El período de oscilación T de un circuito oscilante depende de la capacidad C del condensador y del coeficiente L de autoinducción del mismo (figura 817). Teóricamente se demuestra, y la experiencia confirma, que el período de oscilación está dado por la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{CL}.$$

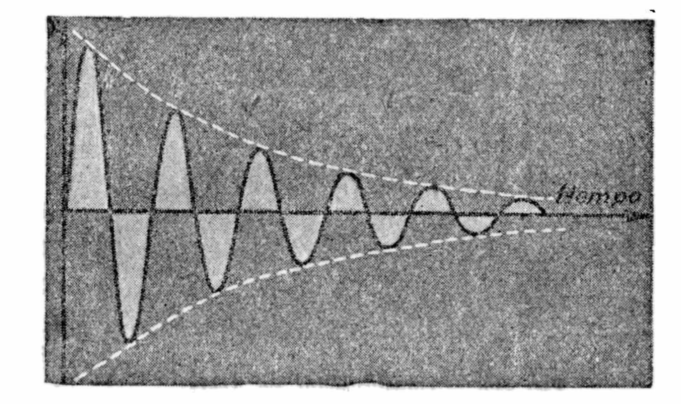


Fig. 815. — Oscilaciones amortiguadas.

EJEMPLO. — Supongamos que C valga un microfaradio (10^{-6} faradio) y L un henry; resulta:

$$T = 2\pi \times 10^{-3} = 0{,}00628 \text{ seg.}$$

Si la resistencia del circuito es grande, la descarga se hace continua en lugar de oscilante.

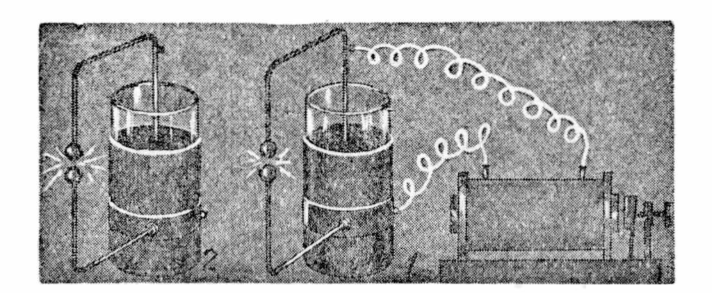


Fig. 816. — Resonancia eléctrica.

412. Corrientes de alta frecuencia. — Las corrientes alternadas de alta frecuencia y elevada tensión que se aplican en terapéutica (diatermia), se obtienen por medio del transformador de TESLA (fig. 818). Un condensador C se une al secundario de una bobina de Ruhmkorff. Este condensador (botella de Leyden), se descarga a través de un chispeador, formado por dos esferitas E, recorriendo la descarga oscilante una bobina B formada por un conductor grueso, que da unas pocas vueltas.

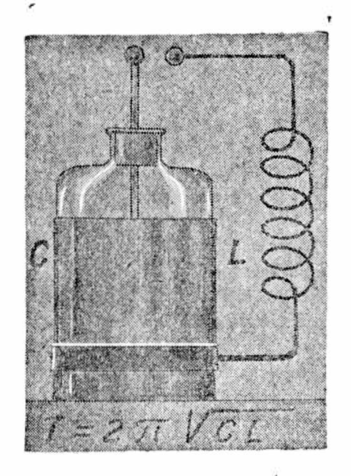


Fig. 817. — Fórmula.

En el interior de esta bobina, que constituye el circuito primario del Tesla, se coloca otra, S, formada por un alambre muy fino que da miles de vueltas. Las corrientes oscilantes que pasan por B son de una frecuencia muy grande y producen a través de la bobina secundaria un flujo de inducción variable de la misma frecuencia. En esta bobina secundaria se originan corrientes inducidas de alta tensión y de alta frecuencia.

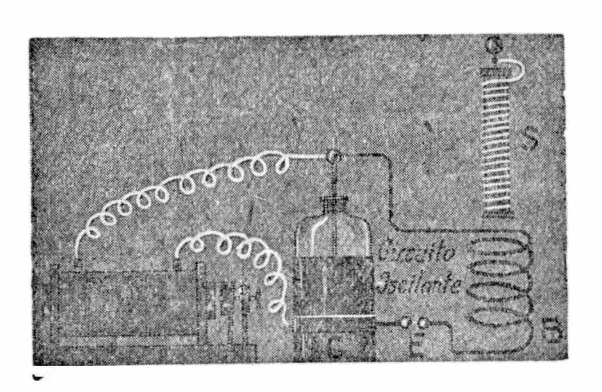


Fig. 818. — Transformador de Tesla.

A pesar de la tensión elevada, puede acercarse la mano a uno de los terminales del secundario y se experimenta en la descarga sólo un débil cosquilleo, pues debido a la rapidez con que varía el sentido de estas corrientes, cuya frecuencia es del orden de los millones por segundo, no pueden descomponer electrolíticamente a los tejidos.

Un tubo de GEISSLER que se encuentre en las proximidades del secundario se ilumina vivamente debido al campo variable que lo atraviesa. Algunos experimentos muy curiosos pueden efectuarse con estas corrientes de alta frecuencia. Si se hace circular una corriente de alta frecuencia por el marco grueso de *cobre ABCDF* (fig. 819) se observa que, colocando entre *B* y *D* una pequeña lámpara de incandescencia, ésta se enciende. Esto significa que para la corriente de alta frecuencia ofrece menos resistencia el camino *ABDF* que el *ACF* a pesar de que entre *B* y *D* se encuentra el filamento de la lámpara. Este curioso efecto se debe a que siendo mayor la *superficie* de la parte *ACF del circuito* su autoinducción es muy grande, y en las corrientes de alta frecuencia influye más la autoinducción que la resistencia óhmica.

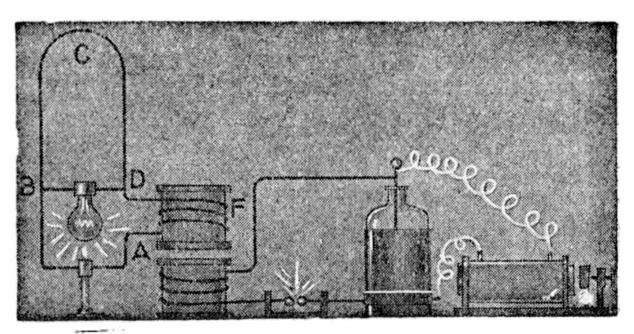
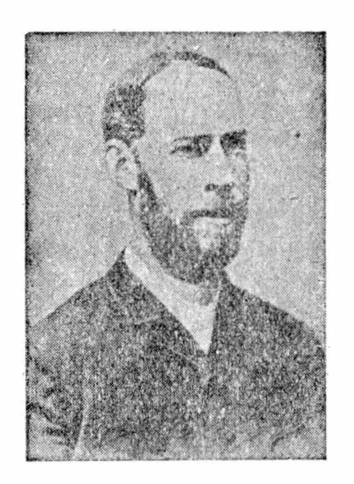


Fig. 819.



Heinrich Hertz (1857-1894).

413. **Experimentos de Hertz.** — Las ondas previstas teóricamente por MAXWELL en 1870, fueron puestas de manifiesto por HERTZ en 1888 y utilizadas por MARCONI en 1896 para transmitir mensajes inalámbricos. Esas ondas, llamadas hertzianas, son las ondas de la radiotelefonía actual. El *oscilador de Hertz* consiste en dos placas metálicas cuadradas *P* y *P'* unidas al secundario de un carrete de Ruhmkorff. Las placas se cargan con el carrete y *se descargan en forma oscilante* a través de las esferillas *E*. El período de oscilación de este circuito oscilante es del orden del cien millonésimo de segundo. Claro está que este período depende del tamaño de las placas. En un cien millonésimo

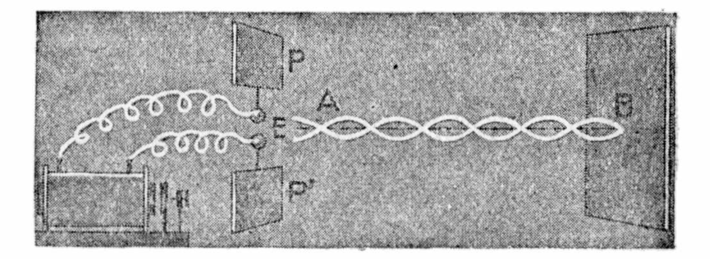


Fig. 821. — Oscilador de Hertz.

de segundo la perturbación eléctrica producida en E recorre tres metros. La longitud de las ondas electromagnéticas sería igual entonces, a tres metros. Si se coloca frente al oscilador una plancha metálica B las ondas se reflejan en ella y se producen en AB (fig. 822) *ondas estacionarias*. Para el estudio de estas ondas empleaba Hertz un *resonador* eléctrico consistente (fig. 823) en un anillo metálico interrumpido, con una esferita en un extremo y una punta en el otro. Corriendo este resonador a lo largo de AB en forma conveniente, se observa que en algunos puntos saltan pequeñas chispas. Estos puntos donde saltan chispas corresponden a los vientres de las ondas estacionarias. La distancia entre dos vientres consecutivos es igual a 1/2 longitud de onda.

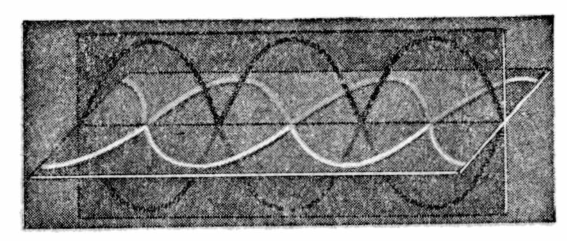


Fig. 822. — Ondas estacionarias.

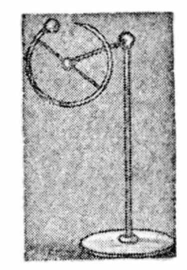


Fig. 823. — Resonador.

En las ondas estacionarias los vientres de la onda eléctrica coinciden con los nodos de la onda magnética, pero en las ondas progresivas, ambas ondas, como ya dijimos, están en concordancia de fase. Para investigar la posición de los nodos y vientres de la onda magnética se coloca el resonador H de modo que su plano coincida con el plano $ABPP'$ (fig. 824) y se le desplaza a lo largo de AB. En cambio, para investigar las ondas eléctricas se le coloca perpendicularmente a la recta AB y de tal modo que la chispa en el resonador sea paralela a la chispa del oscilador o sea en la posición E. Se ha encontrado que las ondas electromagnéticas de Hertz se reflejan y se refractan en forma análoga a como lo hace la luz. Ellas dan lugar también a fenómenos de interferencia y difracción, todo lo cual prueba la identidad entre las ondas luminosas y las ondas electromagnéticas, que difieren sólo en el valor numérico de la longitud de onda.

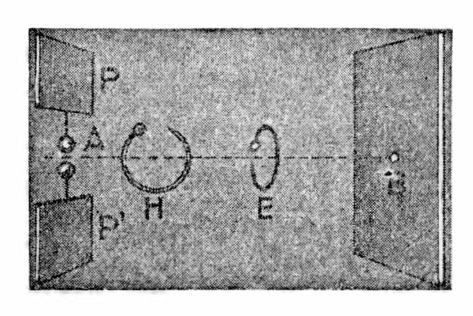


Fig. 824.

414. Telegrafía sin hilos. — El transmisor de MARCONI (fig. 826) consiste en un oscilador formado por dos esferillas E, unidas

una a tierra y la otra a la antena *A*. Ambas esferillas comunican con el secundario de un carrete de Ruhmkorff. En el primario se intercala un manipulador *M* como en el telégrafo de Morse.



Guillermo Marconi (1874 - 1937), experimentando con uno de sus primeros aparatos.

Cada vez que se aprieta *M*, se producen descargas oscilantes en *E*, con lo cual se propagan, en el espacio que rodea a la antena, ondas electromagnéticas. En la fig. 827 se ha representado un *tren de ondas*. Las porciones corresponden a descargas oscilantes sucesivas del transmisor. El receptor del primitivo sistema de Marconi está representado en la figura 828. En *C* se encuentra el *cohesor* de BRANLY consistente en un pequeño tubito de vidrio que tiene en su interior limaduras metálicas. Al llegar a la antena *A* las ondas de la estación transmisora, el cohesor *C se hace buen conductor de la electricidad*. Se explica esto suponiendo que entre las pequeñas limaduras saltan chispas imperceptibles que hacen que se suelden unas con otras. *El cohesor deja de ser conductor dándole un pequeño golpe*, que separe de nuevo las limaduras. Para lograr esto se intercala en el circuito del cohesor un timbre eléctrico *T* que al funcionar lo golpea. De este modo la corriente que pasa por el receptor de Morse *M* hace que se escriba sobre la cinta de papel una sucesión de puntos muy juntos que constituyen una raya, cuya longitud es tanto mayor cuanto mayor es el tiempo que se ha tenido apretado el manipulador del transmisor. De aquí que se

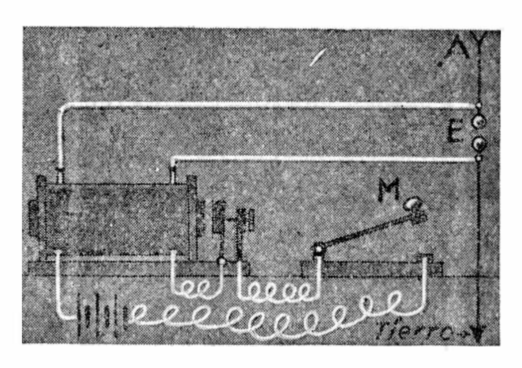


Fig. 826. — Transmisor de Marconi.

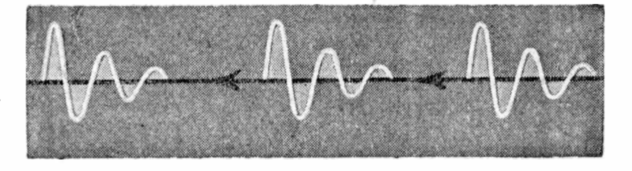


Fig. 827. — Tren de ondas.

pueda telegrafiar por el sistema de puntos y rayas del alfabeto Morse.

415. **Radiotelefonía.** — Para transmitir un sonido utilizando las ondas hertzianas debe lograrse producir éstas *en forma sostenida*, o sea sin amortiguamiento (fig. 829 *a*).

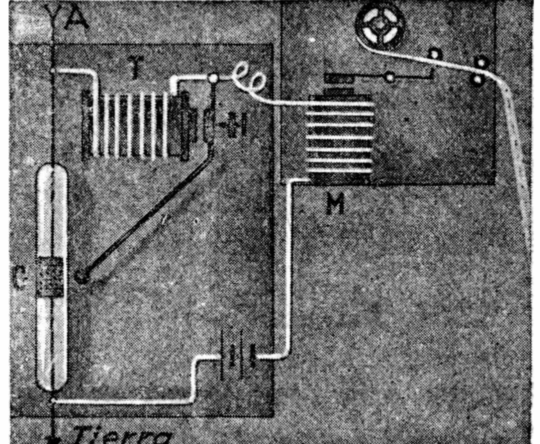


Fig. 828. — Receptor Marconi.

Veremos más adelante de qué modo se logra esto. Suponiendo que en la antena *A* (fig. 830) se produzcan ondas sostenidas, intercalando un micrófono *M* entre algunas espiras de la autoinducción de la antena, al hablar frente al micrófono varía su resistencia, con lo cual varía la intensidad de las ondas emitidas. La amplitud de las ondas varía de acuerdo al sonido que se produce frente al micrófono (fig. 829 *b*). Para convertir en el receptor estas *ondas eléctricas moduladas* en ondas sonoras, se puede conectar el teléfono *T* en el circuito de la antena *A* con un *detector D* (fig. 831). Puede emplearse un *detector de galena* que consiste en un pequeño trozo de ese mineral (sulfuro de plomo) sobre el que se apoya una punta metálica. Este contacto tiene la curiosa propiedad de dejar pasar por él corrientes débiles *sólo en un sentido*. Supongamos que el detector deje pasar las corrientes que van de la antena a la tierra, pero no en sentido inverso. En este caso como la resistencia del teléfono es grande, las corrientes de antena a tierra pasan sólo por el detector, pero las de tierra a antena pasan por el teléfono. Por éste pasan entonces las corrientes que corresponden a la mitad de la onda modulada que llega a la antena (fig. 832), es decir, corrientes de un mismo sentido (la parte en blanco de la onda). Todo pasa como si circulara por el teléfono una corriente continua como la

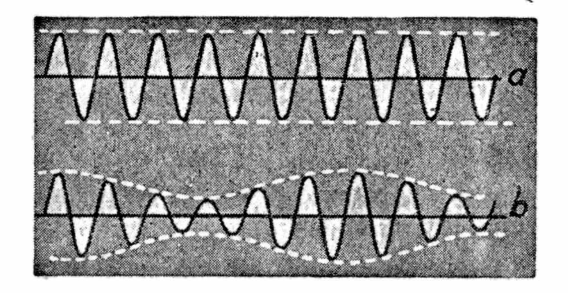


Fig. 829. — Ondas sostenidas (*a*) y moduladas (*b*).

indicada en *b*. Las vibraciones de la placa del teléfono reproducen las vibraciones del micrófono y originan en el aire un sonido igual al sonido modulador.

416. **Lámparas termoiónicas.** — En 1890 descubrió Edison que los filamentos de las lámparas de incandescencia emiten *electrones*, o sea partículas mucho más pequeñas que los átomos, cargadas de electricidad negativa.

Fig. 830. — Transmisor radiotelefónico.

Una pila (fig. 833) se conecta al filamento *F* colocado en el interior de un tubo donde se ha efectuado un alto vacío. Conectemos ahora el polo positivo de una batería con la placa *P*, metálica, colocada frente al filamento. El polo negativo de la batería lo unimos al circuito del filamento *F*. Se observa que pasa una corriente eléctrica por el instrumento *I*. Dentro del tubo esta corriente va de *P* a *F* lo que significa que los electrones (negativos) se mueven de *F* a *P*. La placa positiva atrae a los electrones que emite el filamento. Luego *el tubo* FP *se comporta como un conductor que permite el paso de la corriente eléctrica en un solo sentido: de la placa al filamento*. De aquí el nombre de *válvulas* que reciben estos tubos. En 1906 Fleming y de Forest aplicaron estos tubos a la recepción radiotelefónica, utilizándolos como detectores. En 1910 Lieben agregó, entre la placa y el filamento, una *rejilla* obteniéndose así la llamada lámpara de tres electrodos que se aplica en radiotelefonía como *emisora de ondas sostenidas, como amplificadora y como detectora.*

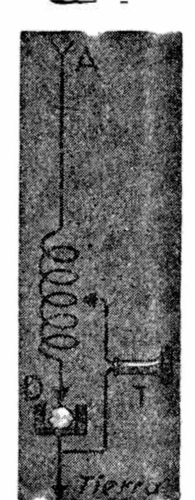


Fig. 831. — Receptor de galena.

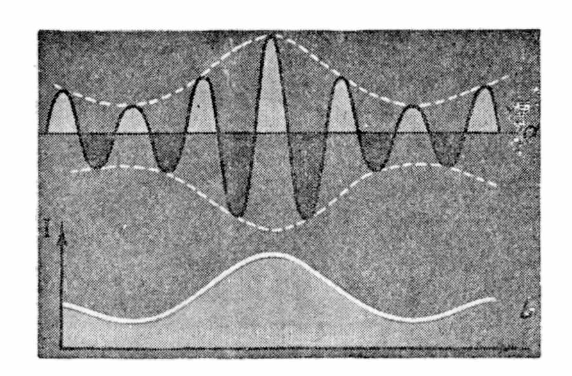


Fig. 832. — Recepción de una onda modulada.

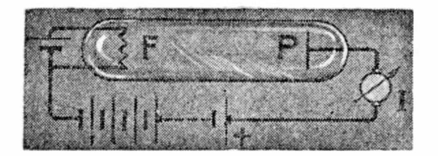


Fig. 833. — Efecto Edison.

417. Producción de ondas sostenidas. — En la figura 834, I es el circuito de placa alimentado por una batería B. Una pila pone incandescente el filamento F. Al cerrar el circuito I comienza a oscilar el circuito II debido a la inducción mutua M_1, que vincula electromagnéticamente los circuitos I y II. Este circuito II está vinculado por M_2 al circuito III de la rejilla R. El potencial de la rejilla varía entonces periódicamente. Si este potencial de R es positivo, la corriente de electrones que va del filamento F a la placa P, pasando por la rejilla, aumentará, en tanto que si el potencial de R es negativo muchos electrones son repelidos por la rejilla y no llegan a la placa. De este modo, como el circuito III está vinculado al II, el potencial de la rejilla varía, y su período de variación es igual al período de oscilación del circuito II. Al variar el potencial de la rejilla, varía con su mismo período la corriente del circuito I que excita justamente al circuito II. El circuito II oscila como un péndulo en forma continua y con amplitud constante. La energía que irradia la toma de la batería B. Para irradiar esta energía el circuito II se vincula a la antena A por intermedio de M_3. El período de oscilación de II depende de la capacidad del circuito, donde se intercala el condensador C, y de la autoinducción del mismo (411).

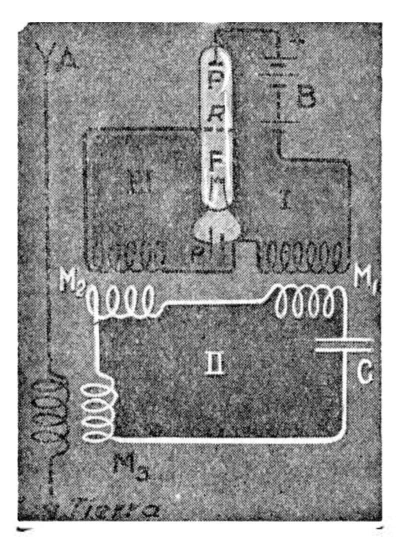


Fig. 834. — Emisión de ondas sostenidas.

La longitud de la onda electromagnética irradiada por la antena será igual a la velocidad de la luz por el período de oscilación:

$$\lambda = cT.$$

Para modular estas ondas sostenidas se intercala el micrófono en el circuito III, de la rejilla. El micrófono puede estar en otro circuito (no representado en la figura) vinculado al III electromagnéticamente.

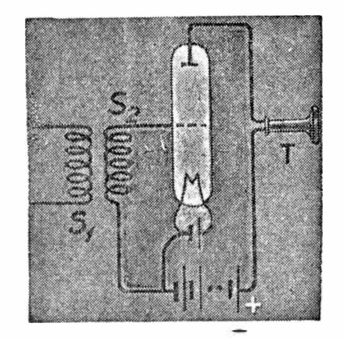


Fig. 835. — Amplificación.

418. Amplificación. — Supongamos que una corriente variable muy débil circule por S_1 (fig. 835). Esta corriente podría provenir

de un micrófono muy lejano y ser tan débil que, si se la conectara directamente a un teléfono, no alcanzara a accionar sobre la membrana del mismo. La bobina S_1 se coloca en el interior de otra S_2 conectada al circuito de rejilla. Las variaciones de la corriente en S_1 producen variaciones del potencial de la rejilla que hacen variar la corriente del circuito de placa donde se intercala el teléfono *T*. Claro está que en lugar de *T* puede colocarse allí una segunda inducción mutua, en conexión con el circuito de rejilla de otra lámpara. Se obtiene así una amplificación mayor, pudiéndose reemplazar el teléfono por un altoparlante.

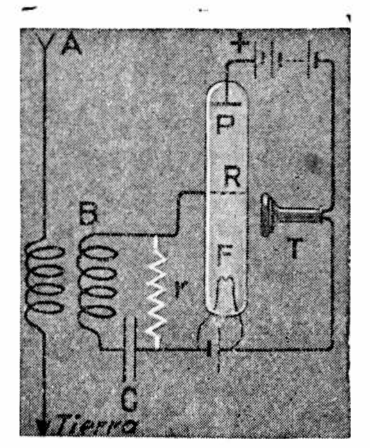
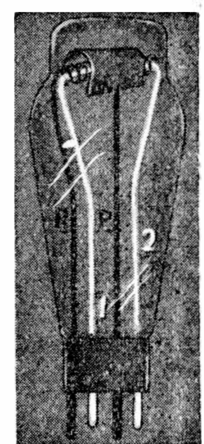
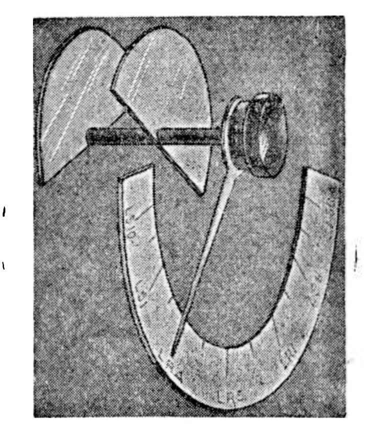


Fig. 836. — Lámpara detectora.


Fig. 837. — Lámpara de tres electrodos.

419. Lámpara detectora. — Al llegar las ondas del transmisor a la antena *A* (fig. 836) el circuito *CBRF* se pondrá a oscilar *si su período propio de oscilación coincide con el período de la onda que llega a* A. Pero la corriente en este circuito puede circular sólo de la rejilla *R* al filamento *F* y no en sentido inverso pues los electrones van de *F* a *R*. Se intercala por eso una resistencia *r* muy grande, del orden de un millón de ohmios. Con esto, la semioscilación que hace circular la corriente en el sentido *CBRF* se efectúa realmente en ese circuito, pero la semioscilación que tiende a hacer circular la corriente en sentido inverso se efectúa a través de *r*. Podemos decir entonces que la resistencia de la porción de tubo comprendida entre la rejilla y el filamento es mucho menor que *r* para corrientes que vayan de *R* a *F*, pero dicha resistencia es infinita, para corrientes que vayan de *F* a *R*. De este modo la lámpara funciona como un detector de galena y el teléfono *T* intercalado en el circuito de placa reproduce los sonidos que habían modulado la onda emitida por el transmisor.


Fig. 838. — Condensador variable.

En la figura 837 se ve un esquema de una lámpara de tres electrodos. 1 y 2 comunican con los extremos del filamento. Éste está rodeado por un alambre en espiral que es la rejilla y que comunica con *R*. La placa es un cilindro incompleto que rodea al filamento y a la rejilla y se conecta con el electrodo *P*.

En la actualidad se intercalan entre el filamento y la placa varias rejillas y se tienen así lámparas de cuatro, cinco o más electrodos. Para lograr la sintonización del receptor con una estación determinada se varía la capacidad o la autoinducción del circuito oscilante del receptor hasta que su período propio coincida con el período de oscilación de la estación que se busca *para que entre en resonancia con ella.* La variación de la capacidad se logra con condensadores variables consistentes en placas metálicas giratorias entre otras fijas (fig. 838).

PROBLEMAS

1. *La estación L R 11 de la Universidad de La Plata transmite con una onda de longitud λ igual a 215 m. Hallar la frecuencia.*

Llamando n a la frecuencia y siendo c la velocidad de la luz se tendrá:

$$n = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/seg}}{215 \text{ m}} = 1\,395\,000 \frac{1}{\text{seg}}.$$

Como 1 000 oscilaciones constituyen un kilo-ciclo (Kc) y un millón un mega-ciclo (Mc) se tendrá:

$$n = 1\,395 \text{ Kc/seg} = 1{,}395 \text{ Mc/seg}.$$

2. *Hallar la longitud de onda que corresponde a una frecuencia de 10 megaciclos por segundo.*

R.: $\lambda = 30$ m.

3. *Hallar el período.*

R.: $T = 10^{-7}$ seg.

CAPÍTULO XXX

DESCARGA ELÉCTRICA EN GASES. ISOTOPÍA. EFECTO FOTOELÉCTRICO

420. **Tubos de Plücker.** — Si se introducen dos alambres de platino *E* y *E'* (fig. 839) en un tubo de vidrio y se conectan estos electrodos con una máquina eléctrica de influencia, o, lo que es más cómodo, con los terminales del secundario de un carrete de Ruhmkorff, se observa que el aspecto que toma el tubo con la descarga eléctrica, depende de la naturaleza y de la presión del gas que contiene. La dependencia con la presión puede estudiarse conectando el tubo con la máquina neumática por medio de otro tubo pequeño soldado al primero.

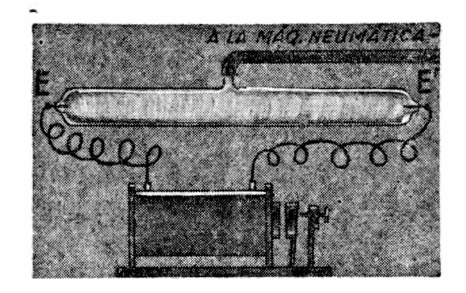


Fig. 839. — Descarga eléctrica en gases a baja presión.

PLÜCKER en 1858 efectuó estudios de esta clase, utilizando al efecto tubos construídos por su ayudante H. GEISSLER. Por eso se les llama también tubos de Geissler a estos tubos de forma muy variada y que son los que se utilizan en la actualidad en letreros luminosos de propaganda. Para que estos tubos se iluminen, es necesario que la diferencia de potencial entre los electrodos sea de algunos kilovoltios.

Se observa que, para un mismo tubo, *no se mantiene constante el cociente entre la diferencia de potencial entre los electrodos y la intensidad de la corriente.* La resistencia eléctrica de los tubos varía al variar la diferencia de potencial en forma complicada, lo que significa que, en este caso, no es aplicable la ley de Ohm.

El color de la luz emitida depende de la naturaleza del gas encerrado en el tubo. El espectro de emisión de un gas se estudia, precisamente, analizando con el espectroscopio la luz emitida por tubos de Geissler que se han llenado con el gas, disminuyendo luego la presión del mismo.

Cuando el tubo tiene aire y la presión es de sólo un centímetro de mercurio, sale del *electrodo positivo o ánodo* un resplandor de color rosaviolaceo que se desvanece en las proximidades del cátodo, que aparece rosado. Al espacio obscuro que queda en el tubo se le llama espacio obscuro de Faraday.

A la presión de un milímetro de mercurio la luz anódica aparece estratificada, aumentando en intensidad el resplandor del cátodo. (Véase lámina II).

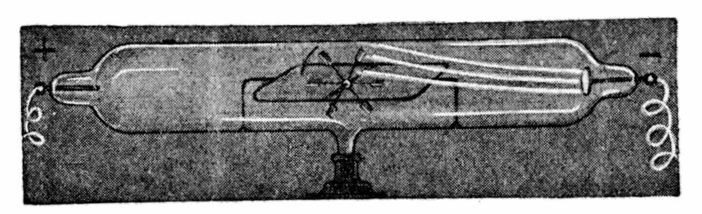


Fig. 840. — Molinete a rayos catódicos.

Para presiones muy bajas, del orden del centésimo de milímetro de mercurio, desaparece la iluminación del gas que llena el tubo y aparecen los rayos catódicos que estudiaremos en el párrafo siguiente. A presiones más pequeñas aún, la descarga se hace imposible: el vacío absoluto sería infranqueable a la descarga.

421. **Rayos catódicos.** — Cuando la presión en un tubo de Plücker es de un centésimo de milímetro de mercurio, o menor aún, se desprenden del cátodo rayos que al chocar contra la pared anticatódica del tubo provocan la *fluorescencia* del vidrio, que toma por esto una coloración verde.

Intercalando en el trayecto de estos rayos un cuerpo metálico (lámina II, 6), se ve su "sombra" proyectada sobre la pared anticatódica, lo que prueba que esos rayos, llamados *catódicos* por salir del cátodo, se propagan en línea recta.

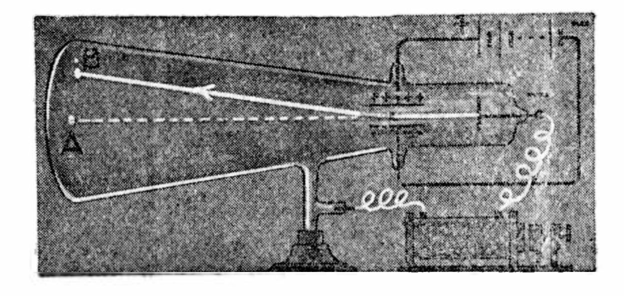


Fig. 841. — La placa positiva atrae a los rayos catódicos.

Estos rayos son capaces de poner en movimiento un pequeño molinete (fig. 840), lo que prueba que son portadores de energía mecánica.

Además de excitar la fluorescencia, los rayos catódicos impresionan las placas fotográficas.

Se comprueba que los corpúsculos que constituyen estos rayos están cargados con electricidad negativa, pues son atraídos por la placa positiva de un condensador (fig. 841). No estando cargado el condensador, los rayos llegan a un punto *A* de la pantalla fluo-

rescente. Cargándolo se desvían incidiendo sobre otro punto *B*. Como cargas negativas que se mueven en cierto sentido equivalen a una corriente eléctrica de sentido opuesto, estos rayos se desvían también en un campo magnético, como muestra la figura 842. Por eso al acercar un imán a un tubo de rayos catódicos como el representado en la lámina II, se observa que la sombra se mueve, pues los rayos son *desviados lateralmente* por el imán.

Colocando en el trayecto de estos rayos substancias fluorescentes, adquieren coloraciones muy vistosas.

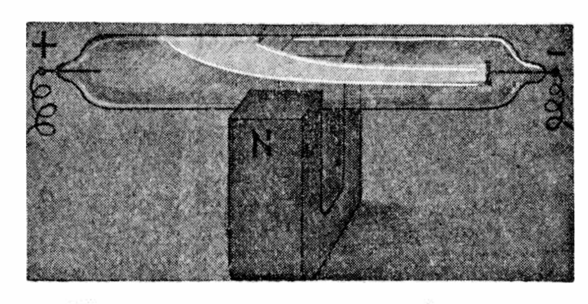


Fig. 842. — Se desvían en un campo magnético.

La desviación que experimentan los rayos catódicos en un campo eléctrico y en un campo magnético, permite calcular el cociente entre la carga eléctrica *e* y la masa *m* de los corpúsculos, así como también la velocidad *v* de los mismos. Al cociente *e/m* se le llama carga específica del corpúsculo.

Se determina entonces directamente:

$$\frac{\text{carga eléctrica}}{\text{masa}} = \frac{e}{m}; \qquad \text{velocidad} = v.$$

La velocidad de los rayos catódicos depende de la diferencia de potencial entre los electrodos del tubo y puede llegar a ser hasta de unos cien mil kilómetros por segundo (1/3 de la velocidad de la luz).

En cuanto a la carga eléctrica de cada corpúsculo se admite que es igual a la carga transportada en la electrólisis por un ion monovalente (367). Resulta así que la masa de estos corpúsculos es 1 850 veces menor que la masa de un átomo de hidrógeno. Estos corpúsculos reciben el nombre de *electrones*. En resumen: *Los rayos catódicos son rayos de electrones. La masa del electrón es* $\frac{1}{1\,850}$ *de la masa de un átomo de hidrógeno.*

La carga eléctrica de un electrón es negativa e igual a:

$$4{,}77 \times 10^{-10} \text{ u. c. e. e. — carga.}$$

Si la diferencia de potencial entre los electrodos del tubo es V el trabajo del transporte de un electrón, de un electrodo a otro es eV, siendo e la carga eléctrica del electrón. Este trabajo se emplea en aumentar la energía cinética del electrón, por lo cual será:

$$^1/_2\ mv^2 = eV. \qquad [1]$$

Esta fórmula permite calcular la velocidad de un electrón si se conoce la diferencia de potencial. Por eso se habla en la práctica de velocidades *"medidas en voltios"*. A 100 voltios corresponde una velocidad del electrón de 6 000 kilómetros por segundo.

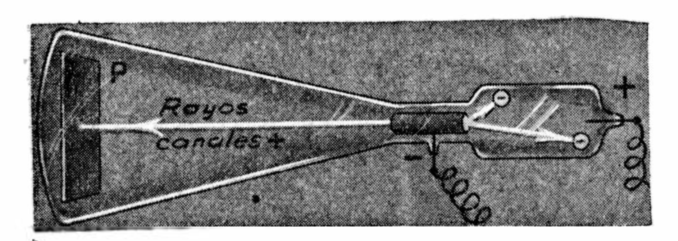


Fig. 843. — Rayos canales.

La energía se expresa también en *"electrónvoltios"*.

422. Rayos canales o positivos. — Si se practica un canal en el cátodo de un tubo de rayos catódicos (fig. 843), como lo hizo por primera vez GOLDSTEIN en 1886, se observa que pasan a través del mismo rayos que excitan la fluorescencia de una pantalla P. Estos rayos impresionan también las placas fotográficas. Por el sentido en que se desvían en un campo eléctrico o magnético, se comprueba que se trata de corpúsculos cargados positivamente, cuya masa es mucho mayor que la de los electrones.



F. W. Aston (nacido en 1877).

Estos corpúsculos no son otra cosa que átomos del gas que llena el tubo de rayos catódicos. Aparecen cargados positivamente porque están ionizados, *o sea, porque han perdido uno o más electrones de su capa externa.* La ionización de estos átomos se debe al choque de los electrones que constituyen los rayos catódicos.

Los rayos canales, que no son más que haces de átomos ionizados en movimiento, emiten luz de por sí. El espectro de esta luz corresponde a la naturaleza de los átomos o moléculas que forman los rayos. Si en el tubo existía oxígeno se obtiene para la masa de las partículas de los rayos canales correspondientes, un valor que es aproximadamente igual a 16 veces la masa de un átomo de hidrógeno.

423. Balanza de átomos. Isotopía. — En 1919 logró F. W. ASTON construir algo así como una *balanza* ultrasensible *para pesar átomos*. Un haz de rayos canales pasa a través de una ranura *R* (fig. 845). Colocando un condensador eléctrico en el trayecto de los mismos, éstos se desvían y producen sobre una película fotográfica *P* una mancha de cierta extensión.

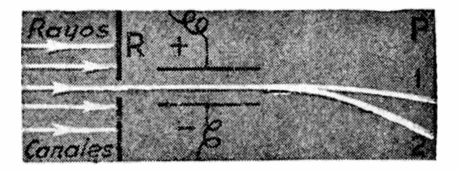
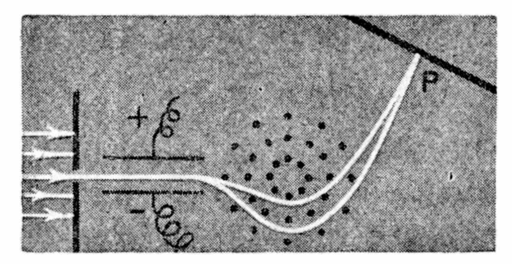
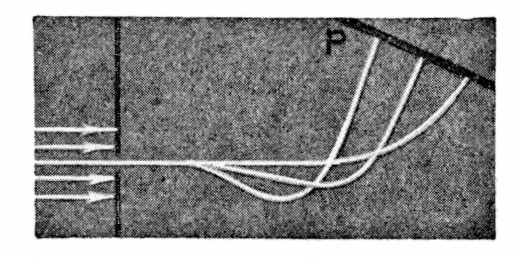


Fig. 845.

Los átomos más veloces se desvían menos, de modo que suponiendo que se trata de un haz de átomos de igual masa, el trayecto 1 corresponde a los átomos dotados de mayor velocidad. El ideal sería que el haz de átomos incidiera sobre una línea bien definida de *P* cualquiera fuese la velocidad de los mismos. A distintas líneas corresponderían entonces masas diferentes. Para lograr esto Aston hace que el haz de átomos atraviese, después de haber pasado por el condensador, un campo magnético (fig. 846).





Figs. 846 y 847. — Balanza de átomos o espectrógrafo de masas.

En esta figura los puntos negros representan la intersección de las líneas de fuerza del campo magnético con el plano del dibujo, habiendo supuesto que van de delante hacia atrás. Regulando la intensidad de los campos se consigue que átomos de igual masa e igual carga eléctrica, *cualquiera sea la velocidad de los mismos*, incidan sobre un punto, o una línea de la placa *P*.

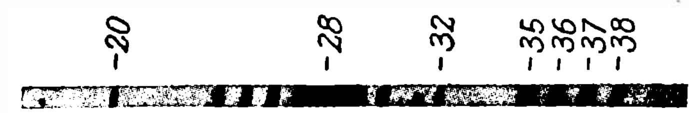


Fig. 848. — Espectrograma de masas. 20: neón; 28 y 32: moléculas de nitrógeno y oxígeno; 35 y 37: átomos de cloro, etc.

En la figura 847 se han representado tres trayectorias correspondientes a átomos de diferente masa y la figura 848 es una reproducción de una fotografía obtenida por ASTON con este procedimiento. A este aparato lo llamó Aston *espectrógrafo de masas*, pues del lugar de la mancha se deduce la masa de los átomos (o mejor iones) que la produjeron.

Si el tubo donde se originan los rayos canales se llena de gas cloro cuyo peso atómico es 35,5, se observa que se obtienen dos manchas, una correspondiente a la masa atómica *35* y la otra a la masa *37*. Existen, pues, dos clases de átomos de *cloro* de pesos atómicos diferentes y de propiedades químicas y físicas iguales o casi iguales. Esto hace muy difícil su separación química. El peso atómico de un elemento que se determina por los procedimientos comunes de la química, es un término medio, cuyo valor depende de la relación en que se encuentran mezclados los átomos de propiedades iguales y pesos atómicos distintos.

A los átomos de un mismo elemento que tienen pesos atómicos diferentes, se les llama *isótopos.* Se ha encontrado que la mayoría de los elementos químicos están formados por isótopos. Así, por ejemplo:

Existen tres clases de hidrógeno de pesos atómicos: 1; 2; 3.
„ dos „ „ carbono „ „ „ 12; 13.
„ tres „ „ oxígeno „ „ „ 16; 17; 18.

De acuerdo a esto existirían varias clases de moléculas de agua:

$$H^1{}_2O^{16};\quad H^2{}_2O^{16};\quad H^1{}_2O^{17};\quad H^1O^{16}H^2 \text{ etc.};$$

la primera formada por dos átomos de hidrógeno de peso atómico 1 y un átomo de oxígeno de peso atómico 16; la segunda formada por dos átomos de hidrógeno de peso atómico 2 y un átomo de oxígeno de peso atómico 16 etc. Se ha logrado efectivamente producir "*agua pesada*" cuya densidad es mayor que 1, por intervenir en ella, en mayor proporción, moléculas de peso molecular superior a 18.

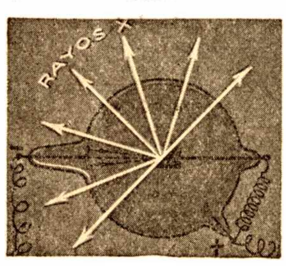
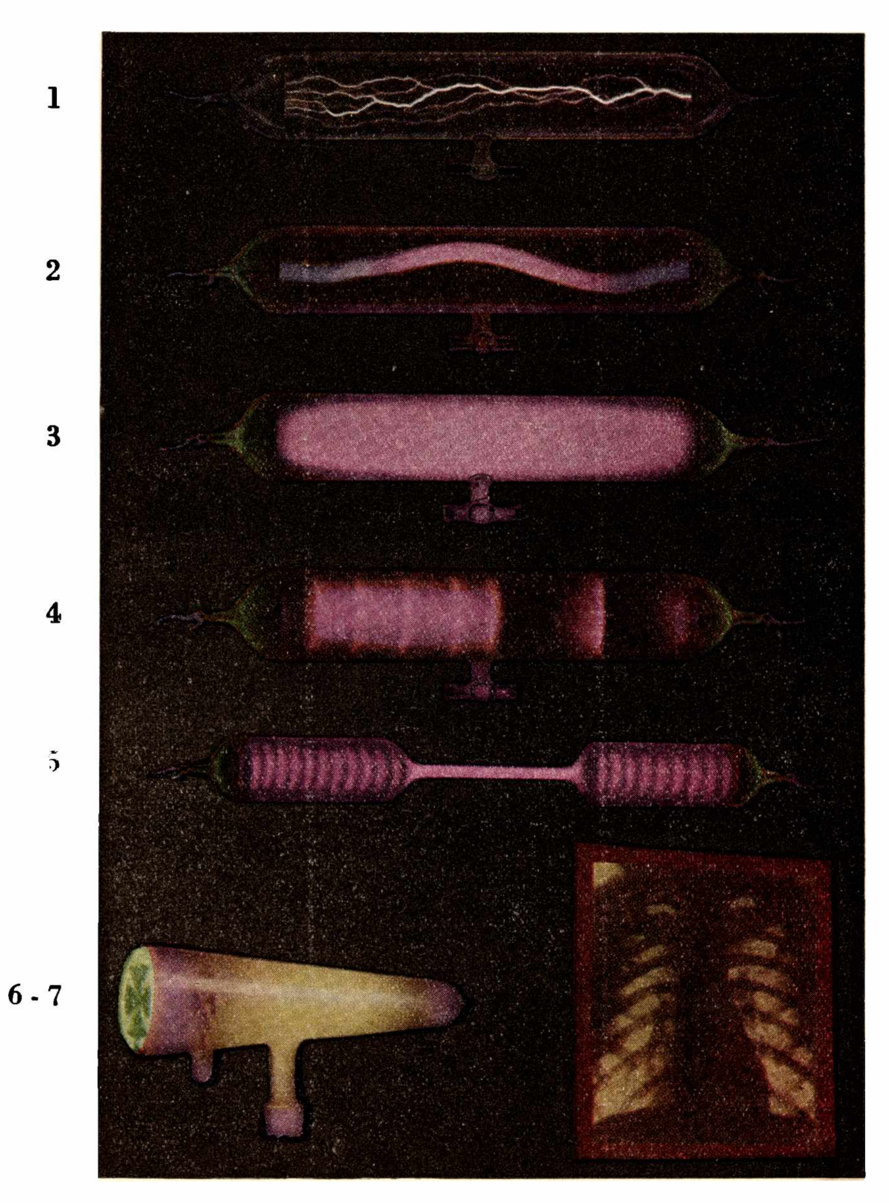


Fig. 850. — Ampolla de rayos X.

424. Rayos X. — En 1895 observó ROENTGEN que de una ampolla de rayos catódicos salían radiaciones que atravesaban los cuerpos opacos para la luz común e impresionaban las placas fotográficas. Les llamó rayos X por no conocer en un principio su naturaleza.


Conrado Roentgen (1845 - 1923).

LÁMINA II



1 a 5. Descarga eléctrica en un tubo con aire. En 1 la presión es de 10 cm de Hg, en 2 de unos milímetros y en 4 y 5 de unos 0,05 mm. — 6. Ampolla de rayos catódicos. — 7. Radioscopía de tórax.

En la figura 850 se ve una ampolla de rayos X. Los rayos catódicos que salen del cátodo (—) chocan contra el anticátodo colocado en el centro de la ampolla, de donde salen los rayos X en todas direcciones. Estos rayos excitan la fluorescencia por lo cual una pantalla fluorescente se ilumina al ser alcanzada por los mismos. Si se interpone entre la ampolla y la pantalla, que puede ser de platinocianuro de bario, una mano, por ejemplo, aparece sobre la pantalla la silueta sombreada de los huesos. En esto se basa la *radioscopía.* (Véase lámina II). Colocando una placa fotográfica en lugar de la pantalla fluorescente, se obtienen las llamadas *radiografías.*

En 1913 LAUE logró producir fenómenos de *difracción* con rayos X, pudiendo medir la longitud de onda de estas radiaciones.

Se encontró así que los rayos X no son otra cosa que "*luz*", pero de longitud de onda mucho menor que la de la luz visible. Es tan pequeña la longitud de onda de los rayos X que se la expresa, por comodidad, en una unidad llamada X que es un milésimo de angstrom. Recuérdese que el angstrom es igual a un cienmillonésimo de centímetro.

Existen rayos Roentgen de longitud de onda igual a sólo algunas decenas de X y rayos Roentgen de longitud de onda de miles de X.

En las radiaciones emitidas por un tubo de rayos X se encuentran rayos Roentgen que dan lugar a un espectro continuo y cuya longitud de onda depende sólo de la velocidad con que chocan en el anticátodo los rayos catódicos. Además parten del anticátodo *rayos X* característicos de la substancia de que está hecho dicho anticátodo. Estos rayos X característicos dan origen a espectros de líneas. Cuanto menor es la longitud de onda, mayor es el poder de penetración de los rayos X.

Además de excitar la fluorescencia e impresionar las placas fotográficas, los rayos X tienen *un gran poder de ionización.* Esto significa que el aire atravesado por estos rayos se vuelve buen conductor de la electricidad, por lo cual, bajo la influencia de los mismos, un electroscopio cargado se descarga rápidamente.

EFECTO FOTOELÉCTRICO

425. Fotoelectrones. Fotones. Teoría de los cuantos. — En el año 1887 descubrió HALLWACHS que un cuerpo cargado *con electricidad negativa* se descarga rápidamente si se le ilumina. Se verificó posteriormente que de los cuerpos iluminados se desprenden electrones. La velocidad con que los electrones son arrancados

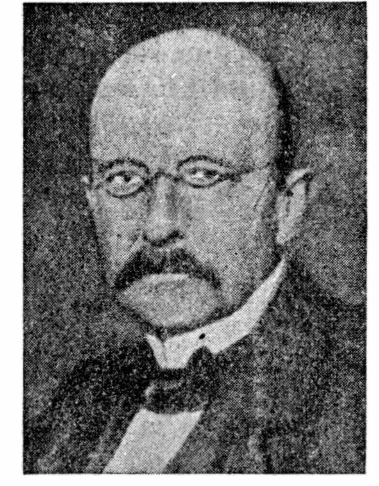
del cuerpo por la luz *no depende de la intensidad de ésta; depende sólo de su color.* Más precisamente: se constata que al aumentar la frecuencia de la luz incidente aumenta la velocidad de los *fotoelectrones.* Se llaman así a los electrones desprendidos de un cuerpo por la acción de la luz. A luz de gran frecuencia corresponde pequeña longitud de onda. De aquí que cuanto menor es la longitud de onda, tanto mayor es la energía con que sale el fotoelectrón. La luz roja apenas si tiene energía suficiente, *por intensa que sea,* para arrancar un electrón. De algunos cuerpos consigue arrancar electrones, de otros no. La luz azul arranca a los electrones con mayor violencia; la luz violeta más todavía, saliendo los electrones con mayor velocidad aún, si se trata de luz ultravioleta o de rayos X.

Para explicar el efecto fotoeléctrico debe admitirse que *la luz está formada por gránulos o corpúsculos de energía.* La energía de estos gránulos que constituirían la luz y que se llaman *fotones,* es proporcional a la frecuencia de la onda luminosa:

$$\varepsilon = h\nu. \qquad [1]$$

En esta fórmula ε es la energía de un fotón; ν la frecuencia de la onda y h una constante introducida en la física por PLANCK en el año 1900 y que se llama por eso constante de Planck. Su valor es:

$$h = 6{,}55 \times 10^{-27} \text{ ergios} \times \text{seg.}$$


Max Planck (nacido en 1858).

PLANCK introdujo esta constante al formular su hipótesis de los *cuantos.* Según esta hipótesis, verificada ya en forma concluyente, los cuerpos, al absorber o emitir energía, lo hacen en forma discontinua, por *sorbos, gránulos o átomos de energía.*

No sólo la materia estaría formada por corpúsculos. *También la energía tiene una estructura corpuscular.* Un cuerpo emite o absorbe siempre *un número entero* de fotones. El fotón se comporta como indivisible. Existen fotones portadores de pequeña energía (luz roja o infrarroja) y fotones portadores de gran energía (luz violeta o ultravioleta).

FÓRMULA: Para separar un electrón de la superficie de un cuerpo, se requiere gastar un trabajo A que depende de la naturaleza

del cuerpo. Si además el electrón sale proyectado con la velocidad v su energía cinética será:

$$\frac{1}{2} mv^2,$$

siendo m la masa del electrón. El trabajo A más esta energía cinética debe ser igual a la energía del fotón incidente. Por lo tanto:

$$h\nu = \frac{1}{2} mv^2 + A.$$

Esta fórmula establecida por EINSTEIN en 1905 ha sido verificada por medidas directas.

El número de electrones desprendidos por la acción de la luz aumenta al aumentar la intensidad de la radiación luminosa, o sea, al aumentar el número de fotones incidentes.

APLICACIONES

Célula fotoeléctrica.—En el interior de una ampolla de vidrio en la que se efectúa un alto vacío (fig. 852), se encuentra una capa de sodio metálico unida al polo negativo de una batería de acumuladores. El polo positivo de ésta se une a un anillo metálico de níquel. La luz que incide sobre la placa de sodio arranca de ella electrones (negativos), que son atraídos por el anillo de níquel. Se establece así una corriente de electrones que van de la placa al anillo, que equivale a una corriente eléctrica en sentido opuesto, cuyo paso se revela por el galvanómetro G. Cada vez que la célula se ilumina pasa por G una corriente eléctrica cuya intensidad aumenta con la intensidad de la luz incidente, supuesta de un mismo color.

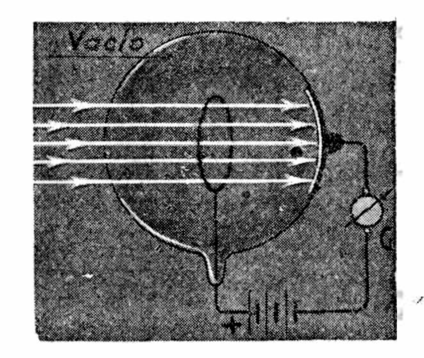


Fig. 852. — Célula fotoeléctrica.

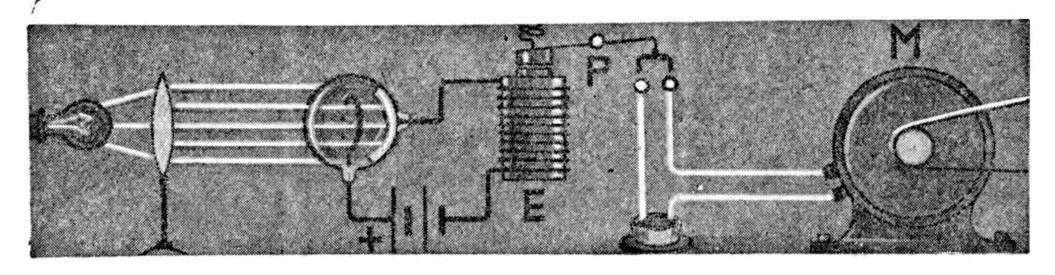


Fig. 853. — Puesta en marcha de un motor al interceptar un haz de luz.

Entre las aplicaciones ya corrientes de la célula, citaremos la puesta en marcha de un motor M (fig. 853), al interceptarse el

haz de luz que incide sobre una célula fotoeléctrica. La palanca *P*, al no pasar corriente por el electroimán *E*, cierra el circuito del

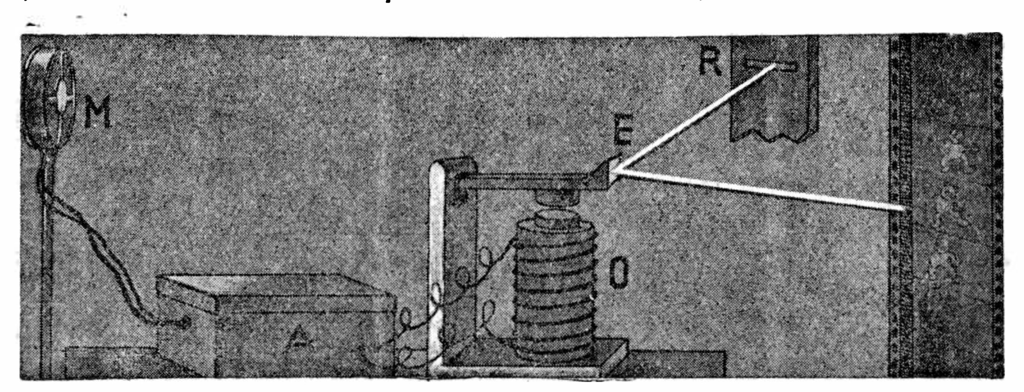


Fig. 854. — Manera de registrar el sonido en un film.

motor. Un aparato de relojería adecuado puede hacer que el motor funcione durante cierto tiempo como sucede en las escaleras rodantes del subterráneo. De modo análogo se puede hacer sonar un timbre de alarma, abrir una puerta, etc.

Como la corriente que pasa por la célula es muy débil, se la amplifica con una o varias lámparas termoiónicas (418).

I II

Fig. 855. — Dos modos de registrar los sonidos en un film.

Cine sonoro. — La figura 854 muestra un esquema de cómo puede registrarse un sonido sobre un film. Digamos desde ya que los dispositivos empleados son muy variados. Las ondas sonoras se traducen, en el micrófono *M*, en variaciones de intensidad de corriente que se amplifican en *A*. Estas corrientes actúan sobre un *oscilógrafo* *O* que hace vibrar un pequeño espejo *E* que refleja la luz proveniente de una ranura *R* sobre un borde del film. Se puede registrar el sonido de dos maneras (fig. 855).

En una de ellas la opacidad se mantiene constante, variando la longitud de los trazos luminosos (I). En II la longitud de los trazos es constante y varía la opacidad.

En la figura 856 se muestra cómo se reproduce el sonido impreso en el film.

La lente L concentra sobre la abertura R la luz de una lámpara de intensidad luminosa constante. La luz que parte de R se con-

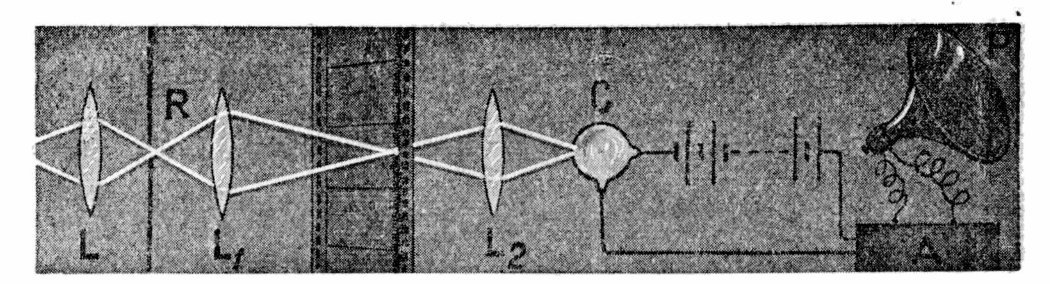


Fig. 856. — Reproducción del sonido impreso.

centra con la lente L_1 sobre el borde del film que lleva impreso el sonido. La lente L_2 concentra esa luz sobre la célula fotoeléctrica C. Las variaciones de intensidad luminosa se traducen en variaciones de intensidad de corriente que se amplifican en A actuando luego sobre el altoparlante P.

Telefotografía y televisión. — Para transmitir una fotografía telegráficamente es necesario ir "explorando" punto por punto la imagen a transmitir, convirtiendo las variaciones de brillo luminoso de la imagen en variaciones de una corriente eléctrica.

En el receptor se efectúa la recomposición de la imagen convirtiendo nuevamente las variaciones de intensidad de la corriente en variaciones de brillo.

Entre los muchos sistemas empleados se utiliza para explorar la imagen un disco (fig. 857), con una serie de orificios 1, 2, 3..., dispuestos en espiral. Este disco gira, accionado por un motor, frente a una ventana $ABCD$, donde se coloca la película o la placa de vidrio con la imagen que se desea transmitir.

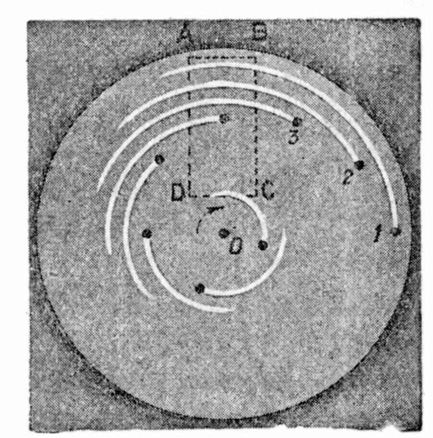


Fig. 857. — Disco de televisión.

En la figura 858 se ve la disposición esquemática del transmisor. La luz de una potente lámpara de intensidad constante incide sobre la parte del disco colocada frente a la ventana donde se coloca la imagen. Esta luz penetra por uno de los orificios del disco (uno

por vez) e incide sobre la placa *P*. Luego la lente proyecta esa luz sobre una célula fotoeléctrica cuya corriente se amplifica en *A*.

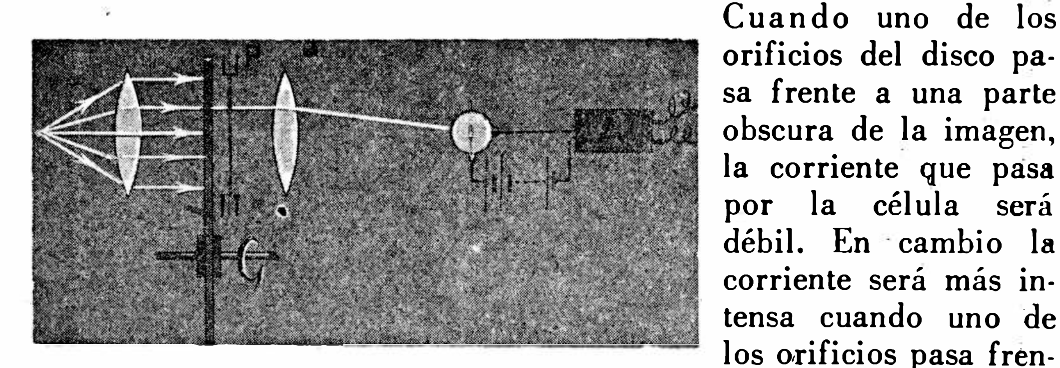


Fig. 858. — Transmisor.

Cuando uno de los orificios del disco pasa frente a una parte obscura de la imagen, la corriente que pasa por la célula será débil. En cambio la corriente será más intensa cuando uno de los orificios pasa frente a regiones claras de la imagen.

Estas corrientes pueden transmitirse por cable o bien se hace que ellas *modulen* una onda electromagnética. En la estación receptora (fig. 859) se encuentra otro disco idéntico al disco explorador, dotado de la misma velocidad y rotando en igualdad de fase con aquél. La corriente del transmisor convenientemente amplificada alimenta una lámpara de neón *L*. La luz de esta lámpara se proyecta sobre el disco, detrás del cual se encuentra una película sensible *P* donde quedará impresa la fotografía transmitida.

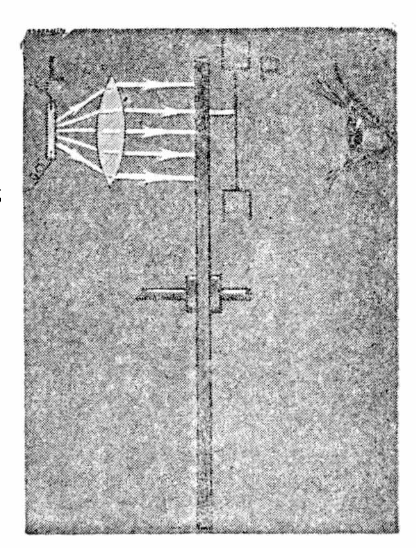


Fig. 859. — Receptor.

Si la pantalla *P* es fluorescente y los discos giran con mucha rapidez un observador podrá ver sobre la misma imágenes en movimiento, si frente al disco transmisor se hace pasar, en forma conveniente, una película de cine. En esto consiste el *telecinema*.

La *televisión* se resuelve en forma análoga. Se prefiere actualmente utilizar como receptor un tubo de rayos catódicos donde un haz de estos rayos recorre una pantalla fluorescente y "dibuja" con rapidez vertiginosa imágenes sucesivas del objeto distante.

CAPÍTULO XXXI

RADIACTIVIDAD. ESTRUCTURA DEL ÁTOMO. RAYOS CÓSMICOS

426. Cuerpos radiactivos. Rayos alfa, beta y gamma. — Habiéndose enterado BECQUEREL del descubrimiento efectuado por ROENTGEN (424) de esas radiaciones raras que parecían salir de la parte opuesta del cátodo de un tubo de rayos catódicos, pensó que quizá se debieran a que la pared de vidrio anticatódica *fluoresce* coloreándose de verde, por la acción de los rayos catódicos. Pensó entonces, que quizá las substancias fluorescentes podrían emitir radiaciones análogas.

Entre las substancias fluorescentes de que disponía para comprobar su hipótesis, quiso la casualidad que eligiera una *sal de uranio*. Comprobó entonces que de esta sal salían radiaciones que impresionaban las placas fotográficas ionizando también el aire. Pero advirtió de inmediato que el fenómeno no tenía nada que ver con la fluorescencia. Cualquier sal de uranio emite radiaciones análogas: se trataba sin duda de *una propiedad del átomo de uranio*.

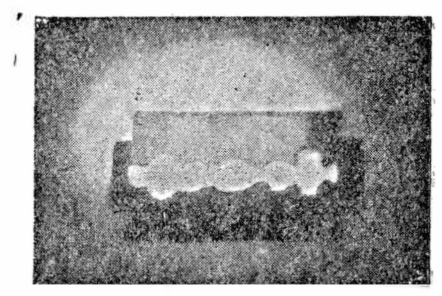


Fig. 860.

La figura 860 es una reproducción reducida de una fotografía obtenida en el Colegio N. de La Plata por la acción de las radiaciones de un mineral de uranio. Se colocó para ello sobre una placa fotográfica común, envuelta en papel negro, la hoja de acero, y a un centímetro de distancia, el mineral de uranio. La exposición duró diez días.

La *actividad* de una substancia radiactiva se mide teniendo en cuenta el tiempo que tarda en descargarse un electroscopio bajo su influencia. De este modo los esposos CURIE comprobaron en 1898 que el mineral llamado *pechblenda*, de donde se extrae el uranio, *era cuatro veces más activo que el uranio puro*. Sospecharon que ese mineral debía contener alguna substancia de una actividad mayor

que la del uranio. Lograron efectivamente aislar un nuevo elemento, *el radio*, cuya actividad es 2 000 veces mayor que la del uranio.



Los esposos Curie en su laboratorio.
P. Curie (1859 - 1906). Sra. Curie (1867 - 1934).

Los rayos que salen de un preparado radiactivo forman un complejo de radiaciones.

Si se tiene el preparado (fig. 862) en el interior de un bloque de plomo, por la acción de un campo magnético se separan esas radiaciones en tres haces: rayos α, β y γ.

En la figura se ha supuesto que las líneas de fuerza del campo magnético van de delante hacia atrás.

El sentido en que se desvían los rayos α prueba que se trata de corpúsculos cargados positivamente. Los rayos β se desvían en sentido opuesto, tienen cargas negativas y sus propiedades son análogas a las de los rayos catódicos. Finalmente los rayos gamma no se desvían, comportándose en forma parecida a los rayos X.

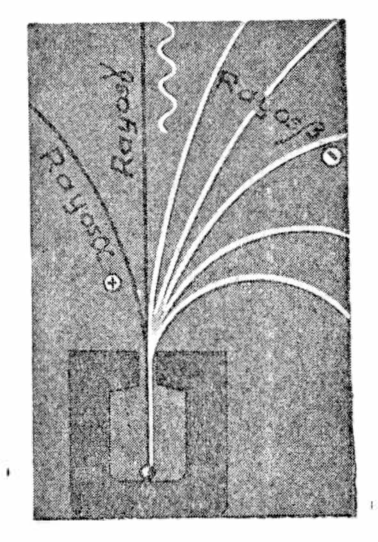


Fig. 862.

Los rayos β están formados por electrones dotados de gran velocidad que en algunos casos llega a ser igual a 0,99 de la velocidad de la luz. Los rayos β emitidos por una misma substancia están formados en general por haces dotados de diferentes velocidades. Las partículas que constituyen los rayos α tienen una carga eléctrica igual a dos cargas elementales y una masa igual a cuatro veces la masa de un átomo de hidrógeno. El helio tiene un peso atómico igual a 4 y dos electrones rodean su núcleo. Una partícula α es un átomo de helio que ha perdido sus dos electrones planetarios. Esto se ha comprobado ade-

más en forma directa pues en un tubo que contiene una substancia radiactiva aparece helio al cabo de cierto tiempo.

El cuadro siguiente resume las propiedades principales de estas radiaciones:

Rayos	Masa	Carga eléctrica	Análogos a los:
α	$4\ M_H$	$+2\,e$	Rayos canales.
β	m	$-\,e$	Rayos catódicos muy veloces.
γ	Ondas más cortas que los		Rayos X.

En este cuadro M_H es la masa del átomo de hidrógeno y m la masa del electrón, siendo e la carga eléctrica elemental.

427. Transmutaciones atómicas. — De un preparado de radio se desprende por una parte helio de masa atómica 4 y por otra una substancia gaseosa llamada *emanación* que corresponde a un elemento de peso atómico igual a 222.

Para explicar este y otros fenómenos se admite que algunos átomos de radio explotan de tanto en tanto dividiéndose en dos partes de acuerdo al esquema:

$$\text{Radio (226)} \begin{cases} \text{Emanación (222).} \\ \text{Helio (4)} = \text{partícula } \alpha. \end{cases}$$

Como la cantidad de partículas α desprendidas en cierto tiempo puede contarse (en forma indirecta) se sabe el número de átomos de radio que se han desintegrado en ese tiempo. Se ha calculado así que la mitad de los átomos de radio explotan en 1 580 años. Esto significa que si tenemos ahora un conjunto de un millón de átomos, al cabo de 1580 años tendremos sólo medio millón; el otro medio millón explotó dando origen a emanación y helio.

Pero los fenómenos son algo más complicados, pues la emanación es también una substancia radiactiva que se *desintegra por mitad* en algo menos de cuatro días, dando origen, por emisión de una partícula α, al radio A.

Los procesos de radiactividad no pueden acelerarse ni retardarse por medio alguno: aunque se caliente o se enfríe la substancia a temperaturas extremas, aunque actúen sobre la misma campos

eléctricos o magnéticos intensos, etc. Los fenómenos radiactivos se producen siempre de la misma manera.

Se conocen tres *familias radiactivas naturales*, la del *torio*, la del *uranio* y la del *protoactinio* cuyos "árboles genealógicos" pueden verse en la figura 863. Las flechas verticales negras significan que la transformación se efectúa por emisión de una partícula α y las horizontales blancas por emisión de una partícula β.

Fuera de los elementos de estas familias se ha constatado una débil actividad en el *potasio* y el *rubidio*.

Las transmutaciones atómicas están regidas por las *leyes del azar* aplicándose a las mismas el *cálculo de probabilidades*. Conociendo el tiempo de reducción a la mitad de una substancia radi-

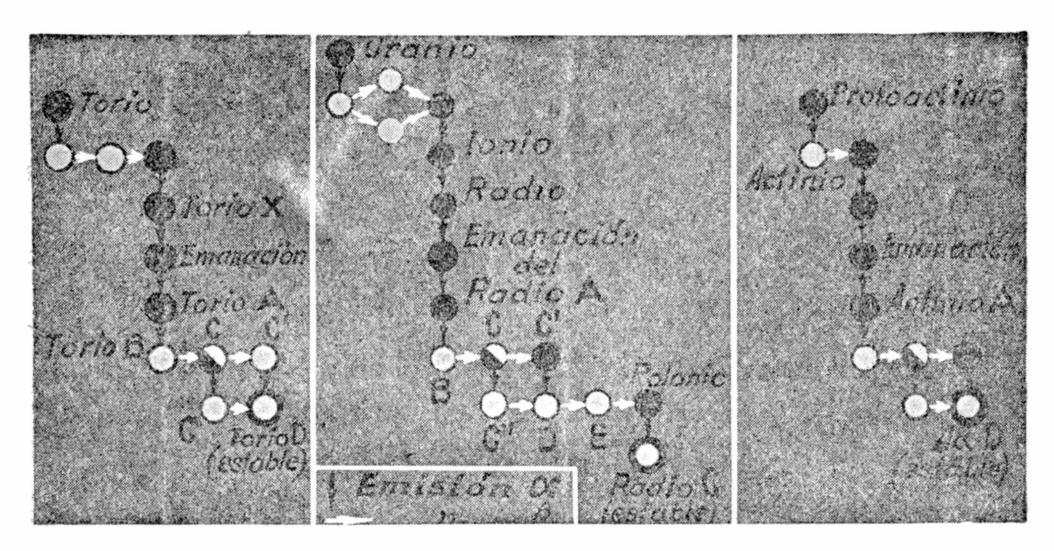


Fig. 863. — Las tres familias radiactivas.

activa cualquiera y el número de átomos existentes en un instante dado, puede calcularse fácilmente *cuántos* átomos explotarán en determinado intervalo de tiempo, pero no puede decirse *cuáles* serán los que han de estallar. Análogamente puede calcularse sobre la base de estadísticas, el número de personas que se suicidarán en Buenos Aires en el año 1945, siendo imposible, empero, determinar quiénes adoptarán una resolución tan trágica. La explicación precedente sobre las transmutaciones radiactivas se debe a RUTHERFORD y SODDY quienes establecieron la ley siguiente: *El porcentaje de átomos que estallan en un intervalo de tiempo es constante para cada especie de átomos.* El tanto por ciento de los átomos que se desintegran en un tiempo dado, dividido por cien y por dicho tiempo se llama *constante de desintegración*.

428. Cámara de Wilson. Trayectoria de las partículas α. — Se pueden fotografiar las trayectorias de las partículas α del modo siguiente. El preparado radiactivo, que puede ser una sal de radio, se coloca en el extremo *R* de un alambre, en el interior de una cámara (fig. 864) que contiene aire y vapor saturado de agua, llamada cámara de WILSON por ser este físico el que inventó en 1912 este procedimiento. Se produce en la cámara una expansión brusca por medio del émbolo *P* o simplemente con una perilla de goma. El enfriamiento producido por la expansión hace que los vapores de agua se condensen en pequeñísimas gotitas. Estas gotas se forman con más facilidad alrededor de átomos ionizados. En el trayecto recorrido por una partícula α quedan miles y miles de átomos de nitrógeno y oxígeno ionizados. En ese trayecto se forma un hilo de pequeñísimas gotitas de agua. Ese hilo de niebla es visible a simple vista y puede fotografiarse si se le ilumina en forma conveniente. En la figura 865 se ve una fotografía estereoscópica tomada por BLACKETT. Se ve en ella que las trayectorias terminan en forma brusca como *si de golpe* la partícula α perdiera su poder de ionización.

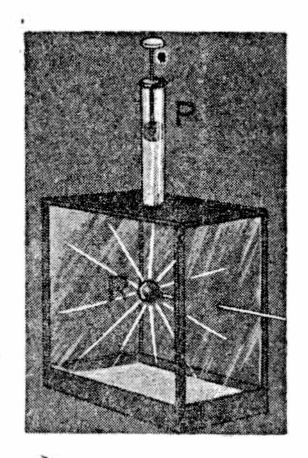
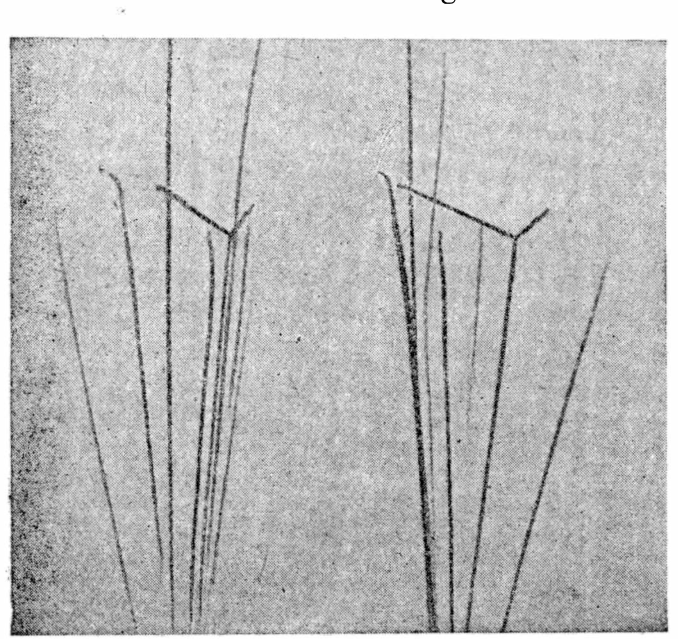


Fig. 864. — Cámara de Wilson.


Fig. 865. — Fotografía estereoscópica de los trayectos de las partículas α. El preparado radiactivo está abajo.

Algunas trayectorias muestran quebraduras muy pronunciadas en su extremo. Estos detalles que parecen no tener mayor importancia son de enorme trascendencia. La bifurcación que se observa en la figura corresponde al choque de una partícula α con un átomo de oxígeno. Las partículas α tienen un *alcance* que oscila en el aire entre los tres y los once centímetros, según sea la

velocidad de las mismas. El alcance no es otra cosa que la longitud de la trayectoria visible de las mismas en la cámara de Wilson. Algunas transmutaciones dan origen a partículas α muy veloces y por lo tanto de gran alcance.

Se puede calcular que una partícula α produce en su recorrido en el aire de cien mil a doscientos cincuenta mil pares de iones, según sea su energía inicial. Para producir estos iones debe *arrancar* de los átomos con que choca uno o más electrones. Así va perdiendo energía paulatinamente y llega un momento en que su energía cinética es tan pequeña, que no alcanza al valor necesario para ionizar más átomos. Su trayectoria se hace entonces invisible.

El cambio brusco de la dirección que se observa al finalizar el trayecto de algunas partículas α se explica admitiendo que por casualidad la partícula pasó muy cerca del núcleo de algún átomo, que al repelerla la desvió de su trayectoria primitiva.

ESTRUCTURA DEL ÁTOMO

429. Modelo atómico de Rutherford. — ¿Cómo es posible que una partícula α pueda atravesar los átomos sin desviarse en forma sensible? Si una partícula α recorre en el aire cinco o seis centímetros puede calcularse fácilmente sabiendo que cada átomo tiene un diámetro aproximado de un cien millonésimo de centímetro, *que debe atravesar* decenas de miles de átomos. Los átomos no pueden ser entonces esferas macizas, deben ser en gran parte huecos.

RUTHERFORD imagina a los átomos formados por un núcleo central muy pequeño rodeado de electrones. El diámetro de la esfera donde se encuentran los electrones externos sería diez mil veces mayor que el diámetro del núcleo. La *probabilidad* de que una partícula α choque con el mismo núcleo de un átomo es sumamente pequeña. Cuando ese choque se produce ocurren fenómenos muy interesantes.

La casi totalidad de la masa del átomo se encuentra concentrada en el núcleo. cuya carga eléctrica es positiva. En el átomo neutro girarían alrededor del núcleo, como planetas de un minúsculo sistema planetario, un número de electrones igual al número de cargas eléctricas elementales positivas del núcleo.

430. Clasificación periódica de los elementos. — El *hidrógeno* tiene peso atómico uno, es monovalente y se convierte en un ion positivo. En el orden creciente de los pesos atómicos sigue al hidrógeno el *helio*, de peso atómico 4 y *valencia nula*. El helio pertenece

a los gases "nobles", que no forman combinaciones estables con otros elementos.

Para ionizar el helio se requiere una energía muy grande.

Sigue en este orden el litio (tiene dos isótopos estables de pesos atómicos 6 y 7) que es monovalente y se convierte con facilidad en ion positivo. Cosa curiosa, *el espectro del litio es muy parecido al del hidrógeno.*

Al litio le siguen los elementos que se mencionan a continuación:

1							2
H							*He*
3	4	5	6	7	8	9	10
Li	*Be*	*B*	*C*	*N*	*O*	*F*	*Ne*

El elemento número 10, *neón*, es también un gas noble de propiedades muy parecidas al helio. Por eso hemos colocado en la misma columna los elementos de propiedades análogas. Al neón le sigue el *sodio* cuyas propiedades (monovalente, ion positivo, espectro) son muy parecidas a las del hidrógeno y el litio.

Escribimos a continuación, además de los elementos anteriores, los que siguen al sodio:

1							2
H							*He*
3	4	5	6	7	8	9	10
Li	*Be*	*B*	*C*	*N*	*O*	*F*	*Ne*
11	12	13	14	15	16	17	18
Na	*Mg*	*Al*	*Si*	*P*	*S*	*Cl*	*Ar*

El argo es un gas noble parecido al helio y al neón; el cloro cae debajo del flúor cuyas propiedades son tan similares, etc. Al argo le sigue el *potasio* * (19) un metal alcalino lo mismo que el sodio. Las propiedades químicas y físicas se repiten periódicamente. En el cuadro de la contratapa se encuentran clasificados en esta forma todos los elementos conocidos cuyos números de orden van desde el *uno que corresponde al hidrógeno* hasta el *noventa y dos correspondiente al uranio.*

* El peso atómico del argo es 39,94, el del potasio 39,10. Ordenando los elementos por el peso atómico se debería clasificar al potasio antes que al argo. En el mismo caso se encuentran el cobalto y el níquel y también el telurio y el iodo. Esto prueba que lo fundamental en la clasificación no es precisamente el peso atómico.

Para explicar este comportamiento de los elementos se admite que *el número de cargas eléctricas elementales positivas del núcleo es igual al número de orden del elemento en la clasificación anterior*, llamada clasificación de MENDELEJEFF.

Además se supone que los electrones que rodean al núcleo se agrupan en pisos sucesivos o cáscaras de *capacidad limitada*. El primer piso formado por la cáscara más cercana al núcleo se llama piso K (fig. 866) y tiene capacidad para contener sólo *dos electrones*. El piso siguiente o capa L tiene una capacidad de *ocho electrones*. El hidrógeno está formado por un núcleo positivo con carga eléctrica igual a uno llamado *protón*, y en el piso K existe un único electrón. Cuando pierde este electrón se ioniza. ¿Qué es un ion hidrógeno? Sencillamente un protón.

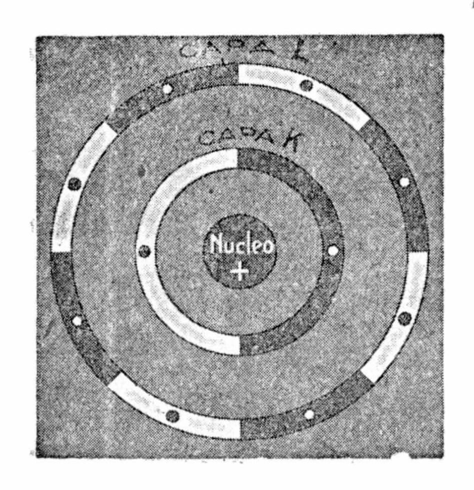


Fig. 866. — Los electrones se distribuyen en capas.

El helio tiene una carga nuclear igual a 2 y el piso K completo con dos electrones. Cuando la capa exterior queda completa la estabilidad del átomo es muy grande; éste se ioniza con suma dificultad por lo cual no es apto para reaccionar químicamente.

El litio tendría carga nuclear igual a 3 y tres electrones planetarios. De estos 3 electrones planetarios 2 ocupan la capa K y el tercero uno de los ocho compartimientos libres de la capa L. Como el núcleo del litio tiene carga $+3$ y existen en la capa K dos electrones, sobre el tercer electrón actúa una fuerza electrostática hacia el interior como si proviniera de una carga positiva igual a uno $(3 - 2 = 1)$. De aquí que el litio se parezca al hidrógeno. La capa L se completa con sus ocho electrones en el neón que tiene una estructura muy estable y se parece por eso al helio.

Al neón le sigue el sodio. En el átomo de sodio existen 11 electrones planetarios: 2 en la capa K; 8 en la capa L y un electrón que ocupa uno de los compartimientos del piso o capa siguiente que se denomina M. Esta distribución de los electrones explica el comportamiento de los átomos en cuanto a sus propiedades eléctricas, magnéticas, espectroscópicas, etc.

Para citar un solo ejemplo: Si el litio se ioniza una vez (pierde un electrón) su espectro es parecido al del helio; si se ioniza dos

veces el espectro es parecido al del hidrógeno. Para obtener el espectro de un gas ionizado se le somete a descargas eléctricas de elevada tensión.

431. **Constitución del núcleo.** — Se admite en la actualidad que los núcleos de todos los átomos están formados por *protones* y *neutrones*.

Los protones tienen una carga eléctrica elemental positiva y su masa es igual a la masa del átomo de hidrógeno menos la masa de un electrón. A la masa del protón la llamaremos 1.

Los *neutrones* tienen una masa igual a la del protón pero no tienen carga eléctrica, ni positiva ni negativa.

Si designamos al protón por P y al neutrón por N, los núcleos de los tres isótopos del hidrógeno (423) estarían formados así:

$$P \quad ; \quad PN \quad ; \quad PNN.$$

El *núcleo de helio o sea una partícula* α estaría formado por dos protones y dos neutrones:

$$He = PPNN.$$

Los dos isótopos *estables* del litio (figs. 867 y 868) de masas atómicas 6 y 7 estarían formados así:

$$Li_6 = PPPNNN \quad ; \quad Li_7 = PPPNNNN.$$

El número de protones del núcleo de un elemento es igual al número de orden del mismo en la clasificación periódica de Mendelejeff. El radio, de masa atómica igual a 226 y número de orden 88 tiene su núcleo formado por 88 protones y 138 neutrones ($138 = 226 - 88$). La desintegración espontánea de un átomo de radio con emisión de una partícula α se expresa simbólicamente así:

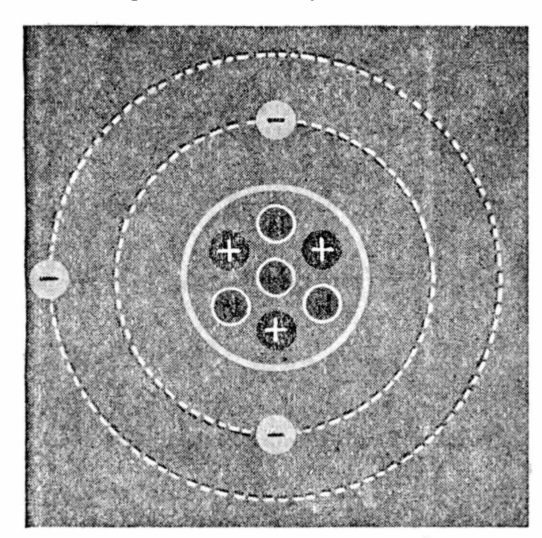
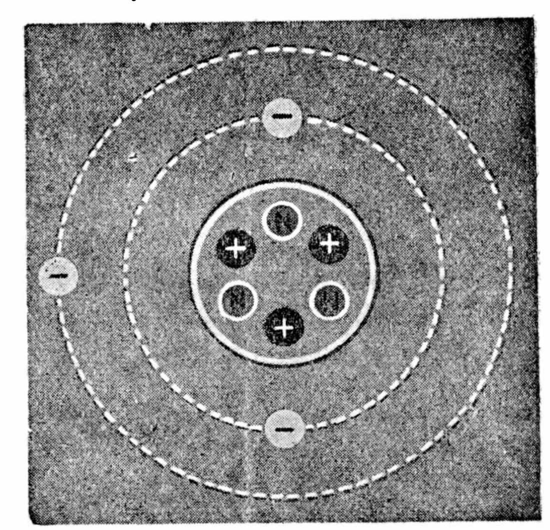
$$\overset{226}{\underset{88}{Ra}} = \overset{222}{\underset{86}{Em}} + \overset{4}{\underset{2}{He}}.$$

Los subíndices de la parte inferior izquierda representan las cargas eléctricas nucleares y los índices superiores las masas nucleares. La suma de los índices superiores debe ser igual en ambos miembros ($226 = 222 + 4$) y lo mismo debe ocurrir con los subíndices inferiores ($88 = 86 + 2$). La ecuación anterior expresa la *formación de emanación y helio a partir del radio.*

Las radiaciones β se explican admitiendo que en el seno del núcleo atómico que emite una partícula β *se convierte un neutrón*

en un protón; como si el neutrón estuviera formado por la fusión de un protón con un electrón.

432. **Los neutrones.** — Los neutrones fueron descubiertos en 1930 por BOTHE y BECKER. Se obtienen rayos de neutrones bombar-

Figs. 867 y 868. — Átomos de litio 6 y litio 7.

deando con partículas α elementos de peso atómico pequeño como el berilio. Basta colocar en un pequeño recipiente berilio con un preparado radiactivo para que salgan del recipiente en todas direcciones rayos de neutrones. Se caracterizan estos rayos por no desviarse en un campo magnético ni eléctrico y por atravesar con suma facilidad gruesas paredes de cualquier substancia. Como estas partículas no tienen carga eléctrica no producen ionización, de modo que atraviesan los átomos sin influir sobre los mismos. Se explica de este modo su enorme poder de penetración. Cuando *por casualidad un neutrón choca con el núcleo* de un átomo de la substancia que atraviesa, este átomo se divide y salen de él partículas que por estar cargadas eléctricamente producen la ionización del medio circundante. Supongamos (fig. 869), que la trayectoria punteada corresponde al camino *invisible* seguido por un neutrón que en A choca contra el núcleo de un átomo. A partir de A se observan en la cámara de Wilson dos trayectos AB y AC. Estos trayectos permiten individualizar los productos de la explosión artificial provocada en A por el

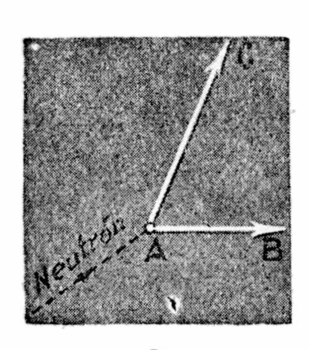


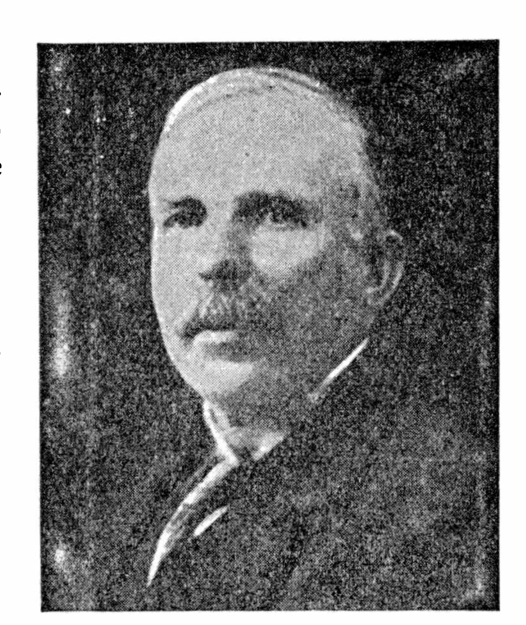
Fig. 869.

choque del neutrón. Resumiendo: las trayectorias de los neutrones son invisibles pero sus efectos al chocar con los núcleos de otros átomos permiten conocer la masa y la velocidad de los neutrones.

433. Transmutaciones artificiales. — En 1919 observó RUTHERFORD que bombardeando una atmósfera de nitrógeno con partículas α provenientes del polonio aparecían *rayos de protones* dotados de gran velocidad. La ecuación nuclear que interpreta este fenómeno es la siguiente:

$$\overset{14}{\underset{7}{N}} + \overset{4}{\underset{2}{He}} = \overset{17}{\underset{8}{O}} + \overset{1}{\underset{1}{H}}.$$

La partícula α ($\overset{4}{\underset{2}{He}}$) al chocar con el núcleo de nitrógeno ($\overset{14}{\underset{7}{N}}$), es absorbida por ese núcleo desprendiéndose protones ($\overset{1}{\underset{1}{H}}$), o sea, núcleos de hidrógeno. Como la carga del protón es igual a la unidad, el resto atómico que queda después de expulsar el protón debe tener una carga igual a 8. Este resto atómico debe ser entonces un núcleo de oxígeno de masa igual a 17. Se trata de un isótopo del oxígeno.



E. Rutherford (1871 - 1937).

Hoy día se consigue transmutar unos elementos en otros de muchos modos. Así por ejemplo, bombardeando con protones el litio se obtiene helio (partículas α):

$$\overset{7}{\underset{3}{Li}} + \overset{1}{\underset{1}{H}} = \overset{4}{\underset{2}{He}} + \overset{4}{\underset{2}{He}}.$$

En este proceso se pone en libertad una energía muy grande, pero el rendimiento es aún sumamente pequeño como para pensar en utilizar la energía intraatómica industrialmente. Es necesario utilizar millones de proyectiles para que por azar uno de esos proyectiles dé en el blanco y ponga en libertad la energía deseada.

Estos ejemplos de transmutaciones de elementos pertenecen a una rama enteramente nueva de la física, que podría llamarse química nuclear.

434. Radiactividad artificial. — El matrimonio JOLIOT-CURIE descubrió en 1934 el fenómeno de la radiactividad artificial.

Colocando un trozo de azufre en las cercanías de una fuente emisora de neutrones se observa que se convierte en radiactivo emitiendo partículas β. La actividad se reduce a la mitad en catorce días. Disolviendo ese azufre y tratándolo químicamente por los procedimientos comunes, se observa que *la actividad* puede separarse del azufre exactamente por los mismos procedimientos que se emplean para librarlo de impurezas de fósforo.

Se explica el fenómeno admitiendo que un átomo de azufre alcanzado por un neutrón se convierte en un átomo radiactivo, isótopo del fósforo, de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$\overset{32}{\underset{16}{S}} + \overset{1}{\underset{0}{n}} = \overset{32}{\underset{15}{P}} + \overset{1}{\underset{1}{H}}.$$

Luego, durante el bombardeo, se desprenderían protones. Este fósforo radiactivo, al emitir partículas β se convierte de nuevo en azufre:

$$\overset{32}{\underset{15}{P}} \rightarrow \overset{32}{\underset{16}{S}} + \overset{0}{\underset{-1}{\beta}}.$$

Se conocen actualmente muchísimas reacciones nucleares que dan origen a átomos inestables o sea radiactivos. FERMI ha conseguido de este modo, obtener átomos radiactivos inestables de número atómico superior al 92 que corresponde al uranio. Para esto se expone el uranio u otros elementos pesados a la acción de rayos de neutrones.

435. Rayos cósmicos. — La Tierra se encuentra literalmente bombardeada por rayos que llegan de todas las direcciones del espacio. Estos rayos parecen tener una naturaleza corpuscular. Los corpúsculos que los constituyen poseen carga eléctrica positiva, siendo probable que se trate de protones ultrarrápidos. Estos corpúsculos son portadores de una energía enorme que se manifiesta en su extraordinario poder de penetración, pues son capaces de atravesar una pared de plomo de unos diez metros de espesor. Por esto se les llamó también rayos *ultrapenetrantes*, ya que los rayos gamma más penetrantes atraviesan sólo unos centímetros de plomo. La energía de los corpúsculos que constituyen estos *rayos cósmicos* se avalúa en decenas de miles de millones de *electrón-voltios.*

Hasta ahora nos estamos refiriendo a los *rayos cósmicos primarios*. Cuando una de estas partículas choca, por azar, con el núcleo de

algún átomo de la atmósfera terrestre, lo hace explotar y sus fragmentos originan los *rayos cósmicos secundarios*, menos penetrantes y más complejos que los primarios.

Los rayos cósmicos fueron descubiertos al observarse que un electroscopio (o mejor electrómetro) perfectamente aislado se descargaba como si en su cercanía hubiera alguna substancia radiactiva que provocara la ionización del gas que rodeaba al aparato. Se pensó que ese efecto provendría de substancias radiactivas de la corteza terrestre, pero bien pronto se observó, experimentando con globos, que el efecto ionizante aumentaba con la altura.

En 1910 HESS exploró con un globo sonda, provisto de aparatos registradores, hasta la altura de 5 200 m; en 1914 KOLHOERSTER alcanzó los 9 000 m; en 1918 R. A. MILLIKAN hizo exploraciones hasta la altura de 15 500 m, que es más o menos la altura a que llegó PICCARD en 1932 con su globo estratosférico de cabina rígida. Más recientemente REGENER alcanzó con un globo sonda la altura de 26 Km.

En la superficie terrestre los efectos son muy complicados, pues inciden de pronto en el aparato de observación, haces complejos de partículas que son rayos secundarios. De aquí la gran importancia de las observaciones efectuadas a gran altura. El poder de penetración de los rayos se mide colocando un electrómetro registrador en el mar o en un lago a diferentes profundidades.

En las cercanías de los polos terrestres incide en término medio mayor número de corpúsculos cósmicos que en el Ecuador. La dependencia del efecto de estos rayos con la latitud prueba justamente que el campo magnético terrestre es capaz de orientar a las partículas que los contituyen, sabiéndose así que poseen cargas eléctricas positivas (LEMAÎTRE y VALLARTA).

Origen de los rayos cósmicos.—Las partículas de los rayos cósmicos inciden sobre la Tierra en igual cantidad de noche que de día, lo que induce a pensar que no provienen del Sol. Se presume que se originan en el seno de estrellas y nebulosas lejanas por explosiones de los núcleos atómicos del interior de las mismas. La enorme energía de los rayos cósmicos hace difícil encontrar una explicación acertada del mecanismo de su producción.

Se ha pensado también que estos rayos son "*rayos fósiles*", (REGENER), queriéndose significar con ello, que se han formado en épocas remotas, cuando las condiciones de temperatura y presión de las nebulosas o de las estrellas eran muy distintas a las actuales. Desde entonces estos rayos se encontrarían viajando por el espacio, constituyendo un documento errante de épocas pretéritas.

Se ha calculado que la energía que incide sobre la Tierra en forma de rayos cósmicos es casi igual a la energía que en forma de luz y calor nos envían todas las estrellas en conjunto. El cuerpo de un hombre es atravesado por unos 50 corpúsculos cósmicos en un segundo. Piénsese en la cantidad de átomos de nuestro organismo que deben estar explotando continuamente sometidos a ese continuo bombardeo. Algunos biólogos opinan (H. THOMAS), que los corpúsculos cósmicos al actuar sobre los *genes* (elementos portadores de los caracteres hereditarios), serían capaces de producir mutaciones en los seres vivos. En favor de esta hipótesis estaría el hecho de que en las alturas de algunas montañas existirían mayor número de variedades de flores de una misma especie que en la falda de las mismas.

436. **Positones.** — En el año 1932 el físico estadounidense C. D. ANDERSON estudiaba los rayos cósmicos secundarios que se producían en el interior de la cámara de ionización de WILSON (428) fotografiando los haces de partículas que se originaban de tanto en tanto al incidir un rayo cósmico sobre la materia. La cámara de Wilson se encontraba en el interior de un campo magnético intenso. Los electrones comunes negativos describían por la acción del campo arcos de circunferencia. En algunas placas se registraron trayectorias iguales a las de los electrones negativos, pero curvadas en sentido opuesto. Esto probaba que se trataba de partículas iguales, en masa, al electrón, pero con *carga eléctrica positiva.* Se encontró posteriormente que también los rayos *gamma* más penetrantes originan el desprendimiento de *electrones positivos* o *positones* al incidir sobre la materia común: una chapa de plomo, por ejemplo. En algunos procesos de radiactividad artificial se producen elementos que irradian positones.

En algunas fotografías se obtienen dos trayectorias que parten de un mismo punto: una corresponde a un electrón positivo y otra a un electrón negativo. Esto hace pensar que el fotón de rayos gamma incidente *se materializa* originando una pareja de electrones. El proceso inverso parece también posible: un positón más un electrón desaparecerían dando origen a un fotón de rayos gamma. La energía de este fotón originado por la *aniquilación* de dos electrones de signos opuestos sería aproximadamente igual a un millón de electrón - voltio.

¿Por qué será tan difícil y rara la producción de positones, contrariamente a lo que ocurre con los electrones que se hallan en todas partes? Quizá se deba esto a una afinidad especial entre

neutrones y positones que haría refundir a ambos dando origen a un *protón.* Puede pensarse también en que la breve vida de los positones en el seno de la materia obedece a que se aniquilan al encontrar un electrón.

437. Mesones. — En el año 1935 el físico japonés Yukawa formuló la hipótesis de la existencia de una partícula de masa intermedia entre la del protón y la del electrón. La supuesta partícula tendría una masa igual a unas 200 veces la masa del electrón. Esta partícula se encontraría en el interior de los núcleos atómicos sirviendo de enlace a protones y neutrones.

En 1937 Neddermeyer y Anderson encontraron efectivamente en los rayos cósmicos secundarios partículas de masa intermedia entre el protón y el electrón: los "*electrones pesados*".

El *deutón* es un isótopo del hidrógeno que estaría formado por un *protón* y un *neutrón.* Para explicar la energía de enlace de ambos, se admitiría que entre ellos se encuentra un *mesón.*

Los *electrones pesados* positivos y negativos es posible que resulten de la fusión de los mesones, que serían neutros, con positones y electrones, respectivamente.

438. Energía intraatómica. — En algunas reacciones nucleares de radiactividad artificial se pone en libertad una cantidad relativamente enorme de energía. Por analogía podríamos decir que se trata de reacciones nucleares *exotérmicas.* ¿Será posible aprovechar esa energía intraatómica en forma análoga a como aprovechamos la energía liberada en la simple combustión del carbón?

Consideremos el proceso siguiente: Colocamos una fuente de neutrones en el seno de un bloque formado por una substancia cuyos núcleos explotan poniendo en libertad determinada energía. Esta energía liberada se traducirá en una mayor energía cinética de los restos atómicos que queden después de la explosión y admitamos que otro neutrón es proyectado con igual o mayor velocidad aún que la del neutrón incidente. Este neutrón encontrará en su camino otro núcleo y así se repetirá el proceso indefinidamente... hasta que todos los átomos hayan explotado. En principio este proceso no es imposible. Pero no sólo habría que encontrar la manera de producirlo sino también el modo de sofrenarlo. De lo contrario todo nuestro planeta podría convertirse en pocos segundos quizá, en una inmensa hoguera. Se admite que en el seno del Sol y de las estrellas se producen procesos en que se libera la cuantiosa energía intraatómica.

APÉNDICE

LA FÍSICA TEÓRICA DE NUESTROS DÍAS. TEORÍA DE LA RELATIVIDAD. ONDAS Y CORPÚSCULOS

439. **Los buscadores del movimiento absoluto.**—El lector sabe ya que existen buscadores del movimiento continuo y buscadores de martingalas para ganar en los juegos de azar; sabe también que los hombres se afanan por la gloria o el oro, pero tal vez ignore la existencia de los que han buscado y buscan el "*movimiento absoluto*". Llamaremos M al físico empeñado en buscar o revelar el movimiento absoluto y R a otro físico amigo de aquél. R visita a M en su laboratorio y se entabla el siguiente diálogo:

R.—¡Qué aparatos complicados! ¿Qué nuevo experimento estás por hacer?

M.—Pienso poner de manifiesto por medios ópticos el movimiento de la Tierra *en el espacio.*

R.—(*Después de mirar hacia el techo y hacia las paredes del laboratorio buscando en vano alguna abertura desde donde pudiera observarse el Cielo*). Será, me imagino, alguna nueva prueba del movimiento de traslación de la Tierra alrededor del Sol. Tal vez quieras poner de manifiesto que la Tierra durante 6 meses se acerca a algunas estrellas y en el resto del año se aleja de las mismas. Pero, me extraña la falta de aberturas en tu laboratorio, en el cual no veo, por otra parte, ningún telescopio.

M.—No me has entendido. Si yo quisiera poner de manifiesto el movimiento de la Tierra con respecto a las estrellas, me haría falta, desde luego, observarlas. Así se revelaría únicamente el *movimiento relativo* de la Tierra con respecto a determinadas estrellas. Ese movimiento relativo es el que se revela por el movimiento paraláctico de las estrellas, la aberración de la luz, el efecto Doppler... en fin, fenómenos todos vulgares y conocidos. Yo busco otra cosa.

R.—Tú sabes que siento por ti gran respeto y admiración, pero me parece que sólo tiene sentido hablar del movimiento de un

cuerpo con respecto a otros. Hablar del movimiento de la Tierra sin referirlo a nada me parece absurdo.

M. — A nada no, al espacio.

R. — ¡Al espacio! Pero eso, únicamente tiene sentido si el espacio estuviera lleno de alguna substancia. Puedo hablar del movimiento de un tren con respecto al aire, movimiento que se revela por el viento que se produce, pero siempre se trata de un movimiento relativo.

M. — Bien, si tú prefieres puedo decirte que lo que busco es revelar el movimiento de la Tierra con respecto *al éter* que llena el espacio y atraviesa todos los cuerpos; quiero poner de manifiesto un *viento de éter*.

R. —Convengo en que si se revelara ese viento de éter podría hablarse de un movimiento absoluto. Si un observador se desplaza con respecto a otro con movimiento rectilíneo y uniforme, siendo la velocidad relativa de ambos de 100 Km/hora, si uno de ellos no observa el viento de éter y el otro sí, el primero tiene derecho a afirmar que es él, el que está en reposo, máxime si el segundo constata un viento de éter de 100 Km/hora. Comprendo que tu experimento ha de tener una trascendencia enorme cualquiera sea el resultado del mismo. No debí haber prejuzgado. Galileo nos enseñó que sólo la observación y la experimentación sistemática son fuentes de nuevos conocimientos.

M. — Como te veo bien dispuesto voy a darte una idea de los experimentos que pienso realizar.

La Tierra en su movimiento de traslación alrededor del Sol se mueve con una velocidad relativa de treinta kilómetros por segundo. Como la trayectoria es aproximadamente circular, en un intervalo de seis meses cambia el sentido de la velocidad. Del movimiento del Sol con respecto al éter nada sabemos; hasta ahora se han observado y medido sólo movimientos relativos. Pero de cualquier modo, admitiendo la existencia del éter, en un momento dado el viento de éter, dentro de mi laboratorio, tendrá por ejemplo la dirección y el sentido de las flechas (fig. 871). Si mido la velocidad de la luz en la dirección *CD*, a

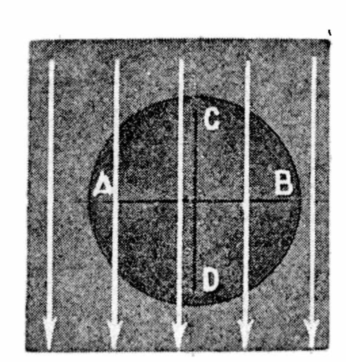


Fig. 871.

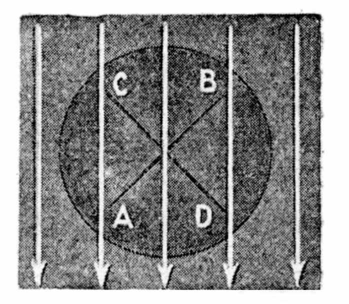


Fig. 872.

favor o en contra del viento de éter, obtendré un valor diferente que midiéndola en la dirección *AB*. Esta plataforma la puedo girar y las velocidades resultarán iguales sobre *AB* y *CD* cuando se encuentren en una posición con respecto al viento de éter como la indicada en la figura 872.

R.—No comprendo que puedas medir la velocidad de la luz con tanta precisión en trayectos tan cortos, de pocos metros.

M.—La luz sale de *L* (fig. 873); al llegar al espejo semiazogado *E* en parte se refleja y en parte pasa. En el anteojo *A* se reúnen los haces de luz que han seguido diferentes trayectos: el EE_2EA y el EE_1EA. Estos haces de luz producen franjas de interferencia. Si giro la plataforma con todo el aparato las franjas se desplazarán en uno u otro sentido.

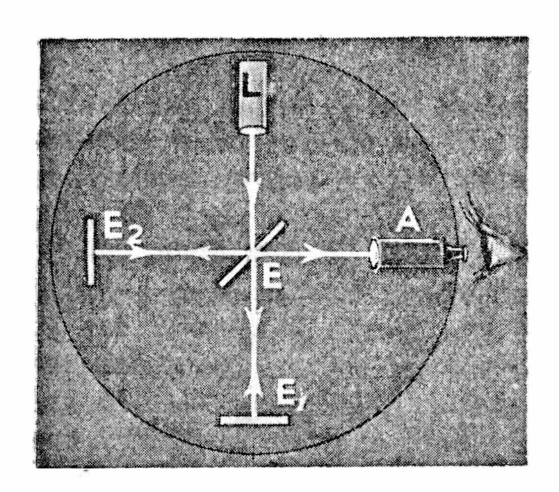


Fig. 873. — Para revelar el "viento de éter".

R. — ¡Colosal! De modo que, con el ojo fijo en el anteojo *A* voy girando la plataforma. Deberé observar que las franjas se desplazan hacia la izquierda o hacia la derecha, y ese desplazamiento me permitiría medir la velocidad absoluta del laboratorio o lo que es lo mismo de la Tierra.

M.—¿Por qué te extrañaba tanto, entonces, el que yo intentara hacer estos experimentos?

R.—Es que pensaba en el *principio de relatividad de la mecánica clásica*. Si un barco se desplaza con respecto a la costa con movimiento rectilíneo y uniforme, sin que exista la más mínima trepidación ni oscilación, tú sabes que en el interior del barco todo sucede exactamente igual que en la ribera. Un péndulo oscila en él exactamente del mismo modo que en la costa, los cuerpos caen con la misma aceleración, etc. Confieso que te miraba con la misma extrañeza con que hubiera mirado a un pasajero de ese supuesto barco, que encerrado en su camarote, hiciera experimentos con péndulos y resortes para revelar el movimiento del buque. A ese pasajero le habría dicho, *que todos los sistemas que se trasladan con movimiento rectilíneo y uniforme son equivalentes desde el punto de vista mecánico*. Tanto en la ribera como en el barco vale la ley: Fuerza = masa × aceleración.

M. — Si mi experimento resulta, o sea si revelo el viento de éter, la ribera y el barco serían equivalentes en lo que respecta a las leyes de la mecánica, pero no serían equivalentes en cuanto a las leyes de los fenómenos que tienen su asiento en el éter: Propagación de la luz y de las ondas hertzianas, inducción eléctrica, etc.

R. — ¿De modo que tú crees que el pasajero del barco podría, por lo menos en principio, constatar su movimiento si en lugar de usar péndulos y resortes usara condensadores eléctricos, haces de luz, etc.?

M. — Exactamente. Podría constatar su movimiento absoluto con respecto al éter. Los fenómenos electromagnéticos que él observa en su camarote dependen de la velocidad del barco con respecto al éter.

R. — Entonces, ¿las leyes de los fenómenos ópticos y eléctricos varían en cada sistema de referencia?

M. — Desde luego: si así no fuera, no tendrían sentido los experimentos que emprendo.

R. — ¡Qué complicación espantosa! Por suerte soy profesor de mecánica y no de electromagnetismo.

M. — No creas que la complicación es tan grande. Las leyes son particularmente simples si se refieren al éter en reposo.

R. — Estoy deseando conocer el resultado de tus experimentos. Si consigues revelar el "viento de éter", en adelante, cuando enuncie el principio de relatividad de la mecánica clásica a mis alumnos lo haré así:

Todos los sistemas que se trasladan con movimiento rectilíneo y uniforme son del todo equivalentes en lo que a las leyes de la mecánica se refiere, pero no lo son, como lo ha probado experimentalmente mi amigo M, con respecto a las leyes de la óptica y el electromagnetismo.

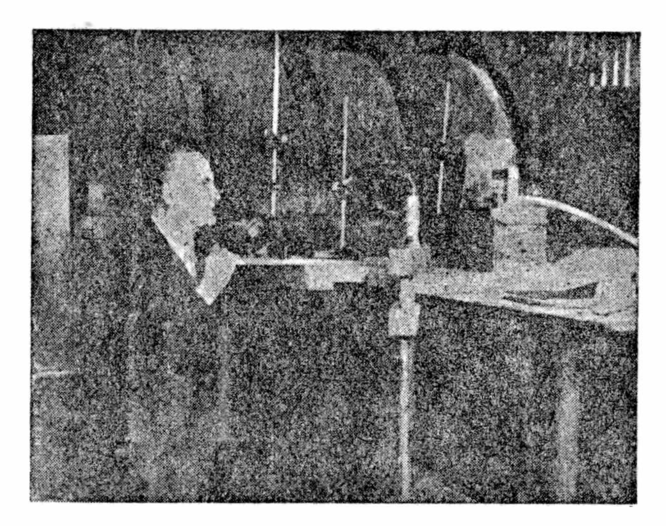
En cambio, si el famoso viento de éter no es revelado, enunciaré así el principio de relatividad:

Todos los sistemas * *que se trasladan con movimiento rectilíneo y uniforme son absolutamente equivalentes en cuanto a las leyes de los fenómenos físicos se refiere.*

Resultados de los experimentos de Michelson. — A. A. MICHELSON en 1881 y en colaboración con MORLEY en 1887 llevó a cabo el experimento que hemos mencionado en el párrafo precedente. Este experimento se repitió muchísimas otras veces tomando toda clase de precauciones y *siempre su resultado fué negativo.*

* Deben ser sistemas inerciales. Véase párrafo 447.

No ha sido posible poner de manifiesto el movimiento de la Tierra con respecto al éter. Girando la plataforma las franjas permanecían sin correrse. Destaquemos que la precisión de las medidas era tal que hubiera podido constatarse un "*viento de éter*" de sólo 3 kilómetros por segundo.



El físico Michelson (1852 - 1930) en su laboratorio.

Entre los eminentes físicos experimentales que han intentado, sin resultado, poner de manifiesto por diversos métodos el movimiento de la Tierra con respecto al "éter", citaremos: TROUTON y NOBLE (1903); TROUTON y RANKINE (1908); DES COUDRES (1889); lord RAYLEIGH y BRACE (1904); STRASSER (1907); MILLER (1904 y 1925 hasta época reciente), etc., etc.

440. **La solución de Einstein.** — Los físicos, que creían firmemente en la existencia del éter, se asombraron mucho ante el resultado negativo de los experimentos de Michelson. Se propusieron hipótesis de lo más extrañas.



Alberto Einstein (nacido en 1879).

EINSTEIN en 1905 siguió en cambio el camino más simple, cual es, el aceptar sencillamente el resultado de esos experimentos. Estableció, pues, el principio, llamado de la relatividad restringida, que no es otro que el enunciado por R al finalizar el párrafo precedente. De acuerdo a esto, el éter pierde toda realidad física, pues ni siquiera se puede hablar de un movimiento con respecto a él. *El éter, pues, de acuerdo a la teoría de la relatividad, no existe.* Otro de los postulados que sirven de base a la teoría de la

relatividad, es el de la constancia de la velocidad de la luz. Si se mide la velocidad de la luz debe obtenerse el mismo valor en todas direcciones. En todos los sistemas de referencia que se trasladen unos respecto a los otros con movimiento rectilíneo y uniforme debe obtenerse el mismo valor para la velocidad de la luz. Este valor no depende, entonces, de la velocidad del observador con respecto a la fuente luminosa ni de la velocidad de ésta.

441. **El tiempo físico.** — Para el físico, el tiempo es lo que puede medir por medio de un reloj. Este reloj puede ser un recipiente con agua como el que utilizaba Galileo en sus experimentos. Al pasar el agua de un nivel A a otro B transcurre cierto tiempo y se supone que al repetir la operación transcurrirá de nuevo el mismo tiempo *si las condiciones son exactamente las mismas.* Dos oscilaciones de igual amplitud, de un mismo péndulo, emplean *en las mismas condiciones* (igualdad de temperatura, etc.) el mismo tiempo. ¿Disponen los físicos de algún reloj patrón? En la práctica se utiliza como reloj patrón el movimiento de rotación de la Tierra con respecto a las estrellas. Pero el *tiempo no está definido por ese movimiento.* Tanto es así que si la Tierra se fuera frenando poco a poco, lo que tal vez ocurra debido a las mareas, podría constatarse su variación de velocidad comparando su marcha con la de otros relojes. Cualquier ley física donde intervenga el tiempo t puede servir de fundamento para construir un reloj. Se trata ahora de adoptar un *reloj patrón* o sea de definir el tiempo. EINSTEIN al considerar constante la velocidad de la luz da, implícitamente, una definición del tiempo. Esta velocidad sabemos que es de 300 000 Km/seg. Si midiendo el tiempo con relojes de péndulo, regulados por el movimiento de la Tierra, constatáramos que el valor numérico de la velocidad de la luz se hace mayor año tras año, deduciríamos de aquí, no que la velocidad de la luz aumenta, *puesto que por definición es constante,* sino que la Tierra gira cada vez más lentamente. En los relojes comunes influyen muchos factores que hacen alterar su marcha. Un reloj perfecto sería aquél que marchara de acuerdo a un rayo de luz: que indicara doble o triple tiempo cuando el rayo de luz recorre doble o triple distancia.

442. **Relatividad del tiempo.** — Consideremos ahora dos especie de obuses (fig. 876) como los imaginados por JULIO VERNE para ir a la Luna, aislados en el espacio y que distinguimos por el color: el uno negro y el otro blanco. Supongamos que el blanco se desplaza *con respecto* al negro en el sentido de la flecha, con

velocidad constante. Los observadores del obús negro podrán considerarse en reposo (*a*) y suponer que es el obús blanco el que se desplaza y también los observadores del obús blanco podrán considerar (*b*) que son los otros los que se mueven. Al cruzarse ambos obuses (fig. 877) se emite una onda luminosa en el punto medio *M*. Este destello de luz puede haber tenido su asiento en el obús negro o el blanco, eso no importa, pues *la velocidad de la luz no depende del movimiento de la fuente.*

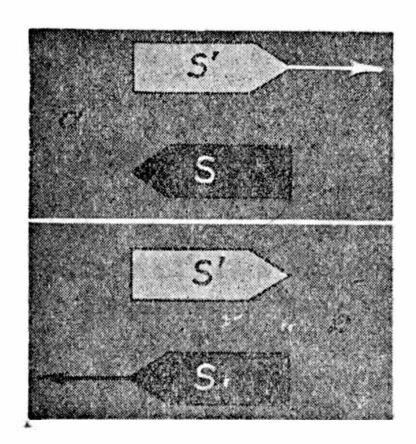


Fig. 876. — Relatividad del movimiento.

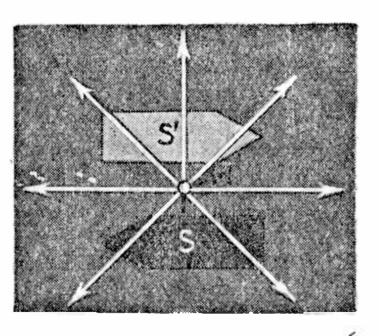


Fig. 877. — Parte una onda luminosa de *M*.

Es nuestro objeto seguir el recorrido de la onda luminosa. Para ello supondremos un sistema de coordenadas rectangulares fijo en cada obús (fig. 878). Para mayor simplicidad supondremos que los orígenes de ambos sistemas *coincidían en el momento en que empezó a propagarse la luz, con el punto M*. La dirección de los ejes *x* y *x'* la tomamos en coincidencia con la dirección de la velocidad relativa de ambos sistemas.

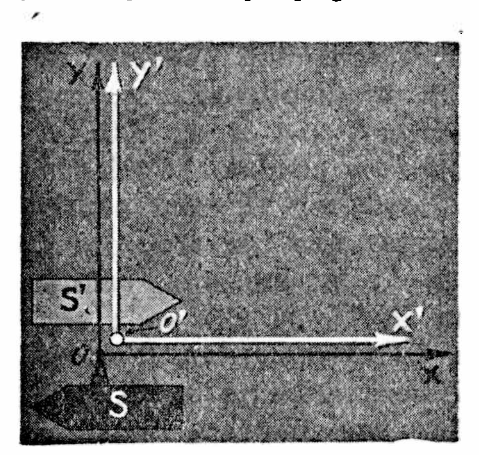


Fig. 878. — Los dos sistemas de coordenadas negro y blanco.

Supondremos que esta velocidad relativa es igual a 3/5 de la velocidad de la luz o sea de 180 000 Km/seg. Además supondremos que los observadores de ambos sistemas disponen de relojes perfectos y las medidas de longitud las llevan a cabo con barras rígidas copias también perfectas del metro patrón. Cuando los orígenes de ambos sistemas coinciden supondremos que un reloj situado en el origen *O*, de coordenadas negro (*sistema S*), marca cero seg y otro reloj situado en el origen *O'* del sistema blanco (*sistema S'*) marca también cero seg. A los relojes de *S* los llamaremos negros y a los de *S'*, blancos.

Describamos primero la marcha de los fenómenos tomando como referencia *las medidas efectuadas por los observadores del sistema* S *negro* (de origen O). Tomamos como unidad en la medida de longitud 300 000 Km. Esto equivale a tomar como unidad la velocidad de la luz. Lo hacemos con el único objeto de no operar con números grandes. La onda luminosa que empezó a propagarse en O, en 10 seg ocupará la superficie de una esfera de radio igual a 10 (fig. 879). En este tiempo el origen O' se encuentra a una distancia igual a 6 del origen O ($3/5 \times 10 = 6$).

Cuando la onda alcanzó el punto A los relojes "negros" marcaban 10 seg. *¿Cuánto marcarán los relojes "blancos"?* Tanto los relojes negros como los blancos son perfectos, pero *esto no quiere decir que coincidan.* Es más, aún; la pregunta anterior debe formularse así: *Cuando el punto* A *es alcanzado por la onda, ¿cuánto marcará un reloj "blanco" situado junto a* A?

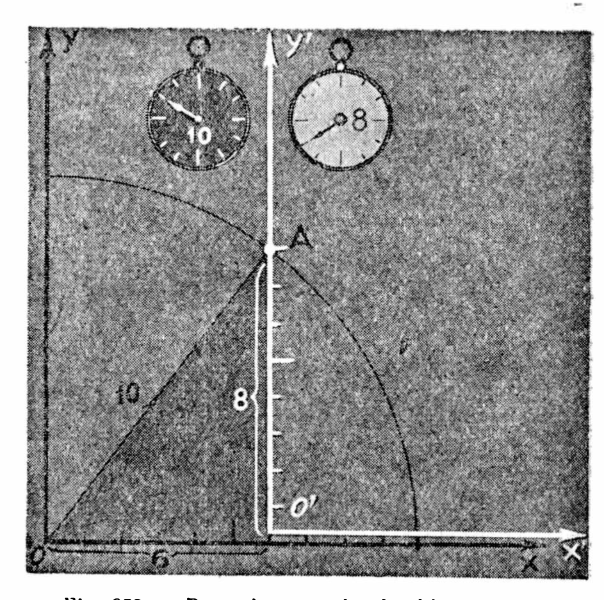


Fig. 879. — Para el negro el reloj blanco atrasa.

Es muy fácil averiguarlo. La hipotenusa OA del triángulo $OO'A$ vale 10 (camino recorrido por la luz en *diez segundos del sistema* S). El cateto OO' vale 6. El cateto $O'A$ valdrá 8.

Los observadores de S miden $O'A$ y constatan que tiene una longitud igual a 8. *Admitiremos*, por ahora, *que también los observadores de* S' *miden* O'A *y obtienen 8*. Siendo así, ¿cuánto debe marcar un reloj blanco situado en A?

En el sistema S' la luz se propagó en la dirección $O'A$, desde que, de acuerdo al principio de relatividad podían los observadores de S' considerarse en reposo. Si la luz recorre el camino $O'A$, debe tardar en ese recorrido 8 segundos medidos por los relojes blancos para que obtengan los observadores de S' el valor de la velocidad de la luz. Si el reloj blanco de A marcara 10 seg lo mismo que los relojes negros de A, *los relojes blancos marcharían mal* pues resultaría así en el sistema S' otro valor distinto para la velocidad de la luz.

Los observadores del sistema S (negro) sacan esta conclusión: *Los relojes blancos del origen* O', *situados en ese origen, se atrasan 2 seg por cada 10 seg. Marchan despacio.*

¿Qué opinan los observadores del sistema blanco? Ellos tienen también el mismo derecho de suponerse en reposo (fig. 880). Razonan exactamente de la misma manera y sacan la conclusión: *Los relojes negros del origen* O, *situados en ese origen, se atrasan 2 seg por cada 10 seg. Marchan despacio.*

Esta relatividad del tiempo no es pues lo que con la palabra relatividad se entiende en el lenguaje común. GULLIVER ve a los liliputienses muy pequeños y éstos a aquél como un gigante. En cambio aquí:

Según el sistema negro:
LOS RELOJES BLANCOS ATRASAN.

Según el sistema blanco:
LOS RELOJES NEGROS ATRASAN.

Fig. 880. — Para el blanco el reloj negro también atrasa.

Relatividad de la simultaneidad. — Ya sabemos que: Al marcar un reloj negro situado en A 10 seg el reloj blanco de A marca 8 seg. *El tiempo "blanco" del origen* O' *es igual a los cuatro quintos del tiempo "negro" del origen* O.

Por el principio de relatividad debe ser también: *El tiempo "negro" del origen* O *es igual a los cuatro quintos del tiempo "blanco" del origen* O'. Cuando la luz alcanza el punto B (fig. 881) el reloj negro marca 10 seg. Estos 10 seg deben ser las 4/5 partes de lo que marca un reloj blanco situado en B. El reloj blanco marcará entonces 12,5 segundos.

Los observadores del sistema negro dicen: *Los acontecimientos de la llegada de la luz a los puntos* A *y* B *son simultáneos.*

Los observadores del sistema blanco afirman: *La luz llega al punto* A *antes que al punto* B; ambos acontecimientos *no son simultáneos.* La luz emplea en ir de O' a B 12,5 segundos, medidos por los relojes blancos y en ir de O a B 10 segundos medidos por los relojes negros.

En la figura 882 se ha representado la posición de la onda cuando los relojes blancos marcan 8 segundos. Ahora son los observadores blancos los que dicen: *Los acontecimientos de la llegada de la luz a los puntos* A' *y* B' *son simultáneos.*

Para los observadores negros:

La luz llega antes a B' *que a* A'.

Si hubiéramos tomado $O'A'$ igual 10 se tendría lo representado en la figura 883.

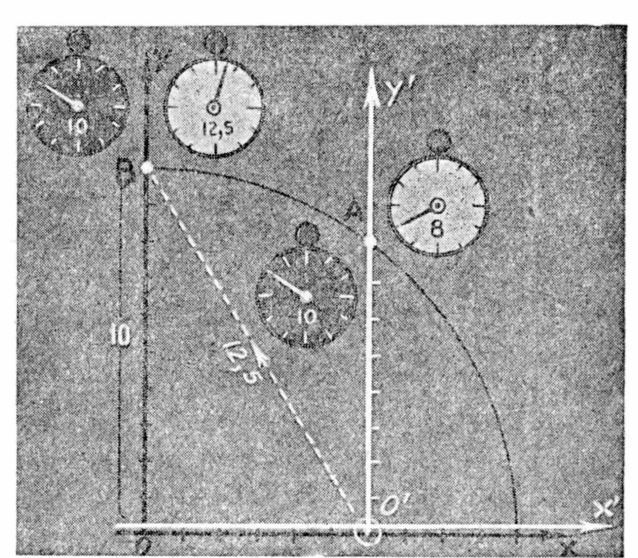


Fig. 881. — Para el negro los acontecimientos de la llegada de la luz a *A* y *B* son simultáneos; para el blanco llega a *A* antes que a *B*.

443. Relatividad del espacio. — La figura 884 es reproducción de la figura 881. Si el reloj blanco de *B* marca 12,5 segundos al llegar la luz a *B* partiendo de *O'*, la distancia *O'B* medida por los observadores blancos debe ser igual a 12,5. La distancia *OB* medida por los observadores negros es igual a 10. Los observadores blancos miden *OB* y encuentran también el valor 10. Por ahora admitiremos esto sin demostración. La distancia *OO'* es igual a 6 medida por los observadores del sistema negro. *¿Cuánto obtienen los observadores del sistema blanco en la medida de* $OO' = d'$*?* Es muy fácil hallarlo, pues debe ser:

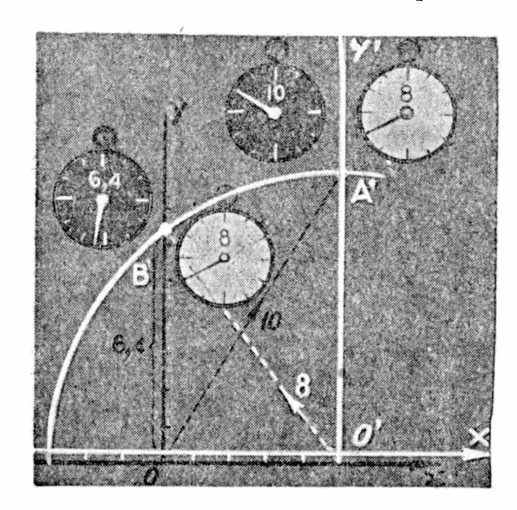


Fig. 882. — Acontecimientos simultáneos para el blanco no lo son para el negro.

$$d' = \sqrt{12{,}5^2 - 10^2} =$$

$$\sqrt{10^2\,(5/4)^2 - 10^2};$$

obteniéndose:

$$d' = 6 \times \frac{5}{4} = d \times \frac{5}{4},$$

siendo d la distancia medida por los observadores de S. ¿Cómo se explica esto? Los observadores de S (negros) dicen: Si donde nosotros medimos una longitud 4 los blancos obtienen para la

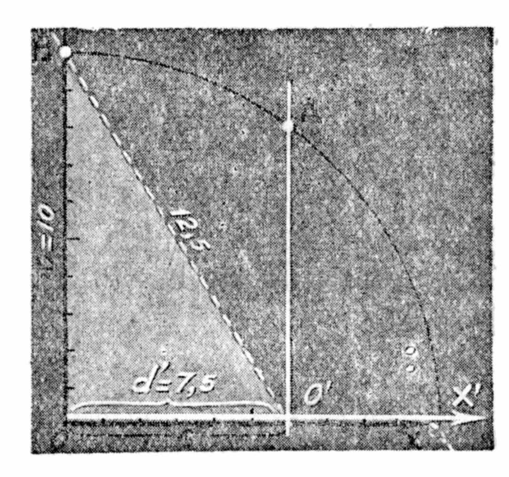


Fig. 883. — Compárese con la figura 881.

Fig. 884. — Relatividad en la medida de una longitud.

misma un valor 5 es porque sus reglas de medida (blancas) se acortan en 4/5 cuando las colocan paralelamente a la dirección de la velocidad (fig. 885). Los metros negros se comportan según los observadores del sistema S' como muestra la misma figura.

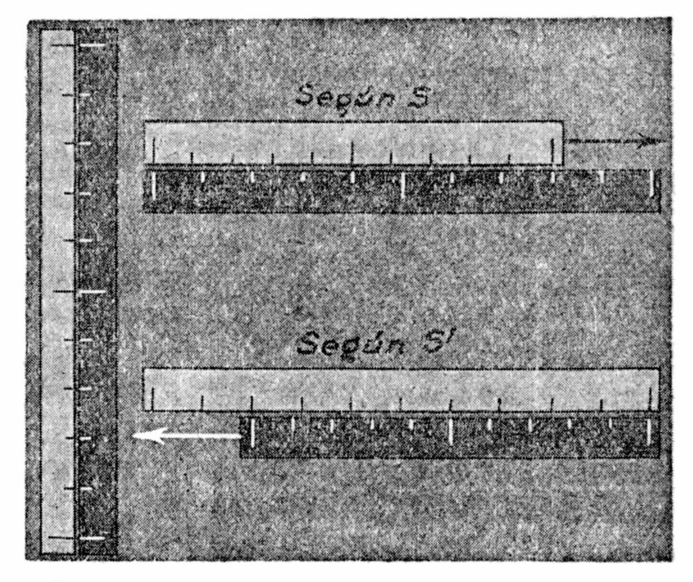


Fig. 885. — Para los negros el metro blanco se acorta; para los blancos el metro negro también se acorta.

Para los observadores blancos son los metros negros los que se acortan.

¿No existe una contradicción en lo que precede?

De ninguna manera. Para los observadores negros los acontecimientos que corresponden a las coincidencias de los extremos del segmento 6 con los del 7,5 (fig. 884) son simultáneos; pero esos acontecimientos no lo son para los observadores del sistema blanco.

Si se quiere medir la longitud de un tren en marcha puede procederse así: una serie de observadores se colocan al costado de la vía; si el observador A registró el paso de la locomotora en el instante cero y el observador B registró el paso del último vagón frente a él también en el instante cero, si los cronómetros están bien regulados, la distancia entre A y B da la longitud del tren medida desde la vía. Al marcar cero los cronómetros de A y B los de los observadores A' y B' del interior del tren que se enfrentaron con ellos *marcarán en general tiempos diferentes.*

Las coincidencias de A con A' y de B con B' son simultáneas para los observadores de la vía, pero no lo son para los del tren. Si *desde el tren* se quiere medir la distancia entre A y B se tendrá que buscar dos observadores A'' y B'' situados en el tren, tales que las coincidencias de A'' con A y de B'' con B sean simultáneas para A'' y B''.

En cuanto a las medidas efectuadas según una dirección perpendicular a la velocidad relativa, se comprende que deben coincidir en los dos sistemas de referencia por simples razones de simetría, ya que la relación entre dos medidas y' e y no debe cambiar aunque cambie el sentido de la velocidad.

444. Algunas fórmulas. — Todo lo que precede puede expresarse de manera mucho más sencilla por medio de fórmulas, para cuya deducción no se necesita más que los rudimentos del álgebra. La deducción de las fórmulas del movimiento acelerado es más difícil desde el punto de vista matemático.

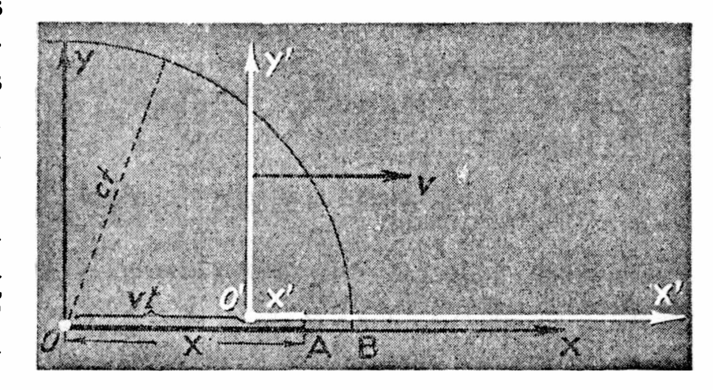


Fig. 886. — Deducción de fórmulas.

Llamemos v a la velocidad del sistema S' con respecto a S (fig. 886). Sea c la velocidad de la luz.

Una onda luminosa partió de O en el momento en que O' coincidía con O. Al tiempo medido en el sistema S le llamamos t, al que miden los observadores de S' le llamaremos t'.

O coincide con O' en el instante $t = 0$ del sistema S. Al cabo del tiempo t la onda de luz ocupa una superficie esférica de centro

O y radio ct. La distancia OO' es al cabo de ese tiempo igual a vt. Sea un punto A de abscisa x. La distancia $O'A$ medida desde O es d:

$$d = x - vt.$$

Si las reglas con que miden los observadores de S' no se acortaran la abscisa x' medida por ellos para el punto A sería igual a d:

$$x' = x - vt. \qquad [1]$$

Esto es lo que se suponía en la mecánica clásica o prerrelativista. Es la ecuación de transformación de GALILEO. Además se suponía, sin decirlo explícitamente, que el tiempo t' medido en el sistema S' coincidía con el tiempo t medido desde el sistema S, o sea:

$$t' = t. \qquad [2]$$

Si se cumplieran estas ecuaciones sería falso el principio de relatividad en lo que a la propagación de la luz se refiere. La velocidad de la luz variaría según el sistema de referencia.

En lugar de la [1] y la [2], ensayemos las ecuaciones siguientes:

$$x' = (x - vt)\,\beta \qquad [3]$$
$$t' = (t - \alpha x)\,\beta, \qquad [4]$$

donde α y β tienen valores por ahora indeterminados. Estos valores los determinaremos de modo que resulte la velocidad de la luz constante en ambos sistemas y que quede satisfecho además el principio de relatividad.

Hagamos $x = ct$; se trata del punto B de la figura.

Se tiene:

$$x' = (c - v)\,t\beta; \qquad t' = (1 - \alpha c)\,t\beta.$$

Dividiendo x' por t' *debemos obtener* la velocidad c de la luz, por lo que:

$$\frac{c - v}{1 - \alpha c} = c; \qquad \text{de donde} \quad \alpha = \frac{v}{c^2}. \qquad [5]$$

De aquí, se tiene para la [4]:

$$t' = \left(t - \frac{v}{c^2}x\right)\beta. \qquad [4']$$

Para hallar el valor de β apliquemos el principio de relatividad: Las fórmulas [3] y [4'] permiten conocer x' y t' en función de x y de t; *fórmulas idénticas* deben ser las que permitan hallar x y t en función de x' y t'. La única diferencia es que con respecto al sistema O' la velocidad del sistema O es negativa e igual a: $-v$. Luego:

$$x = (x' + vt')\,\beta; \qquad t = (t' + \frac{v}{c^2}x')\,\beta. \qquad [6]$$

Llevemos estos valores de x y de t a la [3]:

$$x' = \left[(x' + vt')\,\beta - v\,(t' + \frac{v}{c^2}x')\,\beta \right]\beta.$$

Efectuando las operaciones resulta:

$$x' = x'\,(1 - v^2/c^2)\,\beta^2;$$

de donde:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad [7]$$

Llevando el valor de α dado en [5] y este valor de β a las [3] y [4] se tiene:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \qquad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad [8]$$

Éstas son las célebres ecuaciones de transformación, llamadas ecuaciones de LORENTZ, por haber sido este autor quien las estableció por primera vez, pero en la creencia de que su significado era meramente formal. En lo que respecta a las coordenadas y e y' y también z y z' (considerando las tres dimensiones del espacio) para ellas se cumple:

$$y' = y; \qquad z' = z.$$

Esto es así, como ya vimos, por razones de simetría, fáciles de comprender.

Destaquemos que las fórmulas [8] y toda la teoría de la relatividad surge de los fracasos de los *buscadores del movimiento abso-*

luto así como el principio de conservación de la energía se estableció por la imposibilidad del movimiento continuo. Esto muestra que aun los resultados experimentales negativos pueden tener mucha importancia.

Las ecuaciones [6] dan, en cambio, x y t en función de x' y t'. Se ve que para valores pequeños de la velocidad v en comparación con la velocidad de la luz, las fórmulas [8] coinciden con la [1] y la [2]. Las fórmulas de la mecánica clásica son entonces fórmulas aproximadas aplicables a sistemas que se desplazan con velocidad relativa pequeña.

445. **Adición de velocidades.** — El punto P (fig. 887), se mueve con velocidad u respecto al sistema S'. ¿Cuál es su velocidad respecto al sistema S? Se tendrá, pues suponemos u paralelo a x':

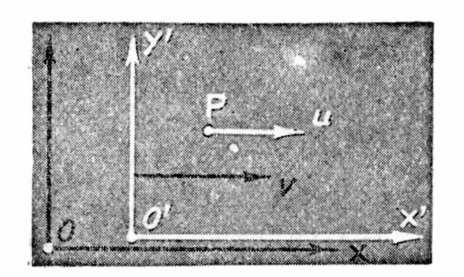


Fig. 887. — Adición de velocidades

$$x' = ut';$$

llevando este valor a las [6]:

$$x = (u + v)\, \beta t';$$

$$t = (1 + \frac{uv}{c^2})\, \beta t'.$$

Dividiendo x por t tendremos la velocidad w del punto P respecto a S:

$$w = \frac{u + v}{1 + uv/c^2}. \qquad [9]$$

Si u y v son pequeños con respecto a c, la velocidad w resulta igual a la suma de u y v. La fórmula [9] demuestra que *la velocidad de la luz es una velocidad límite inalcanzable.*

Suponiendo u y v iguales a nueve décimos de c tenemos:

$$w = \frac{0{,}9 + 0{,}9}{1 + 0{,}81} c = \frac{1{,}80}{1{,}81} c < c.$$

Aun suponiendo $u = c$ y $v = c$ resulta:

$$w = \frac{c + c}{2} = c.$$

446. **Consecuencias dinámicas.** — En la mecánica clásica la masa no depende de la velocidad. Esto quiere decir que para comunicarle a un cuerpo una aceleración de 10 m/seg^2 se requiere la misma fuerza, tanto si la velocidad del cuerpo es cero, mil o cien mil Km/seg. Acabamos de ver que la velocidad de la luz es una velocidad límite inalcanzable. De acuerdo a esto se debe necesitar una fuerza tanto más grande para acelerar a un cuerpo cuanto más próxima sea su velocidad a la de la luz.

Siendo m_0 la masa correspondiente a la velocidad cero (masa en reposo) el cálculo muestra que la masa m correspondiente a la velocidad v es:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Se ha comprobado experimentalmente la validez de esta fórmula midiendo la masa de los electrones de los rayos catódicos.

La energía E resulta ser:

$$E = mc^2; \quad [1] \qquad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad [2]$$

La última expresión se encuentra que equivale a la siguiente:

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} \ldots\ldots$$

El segundo término del segundo miembro es la energía cinética de la mecánica clásica.

La [1] muestra que masa y energía son, en esencia, una misma cosa o mejor dicho a toda masa corresponde una energía e inversamente.

TEORÍA GENERALIZADA DE LA RELATIVIDAD

447. **El movimiento absoluto de segunda especie.** — Vimos que es imposible revelar experimentalmente el movimiento rectilíneo y uniforme de un sistema por medio de experimentos efectuados en el interior del mismo.

Debemos agregar aquí algo importante: aquellos sistemas equivalentes que considerábamos, debían ser lo que los físicos llaman *sistemas inerciales o galileanos.* Para que el barco del ejemplo de

R fuera un sistema galileano, debimos suponer que no experimentara la más pequeña oscilación ni trepidación, o sea que no se manifestaran en su interior *aceleraciones*. Un sistema inercial es, desde luego, un sistema ideal, en cuyo interior se supone que se cumple el principio de inercia. Un sistema de referencia ligado a la Tierra no es un sistema inercial ya que un cuerpo abandonado a sí mismo se mueve respecto al sistema con movimiento acelerado.

Consideremos el movimiento de rotación. Dos amigos A y B van a un parque de diversiones: A sube a una rueda giratoria y B queda tranquilamente sentado en un banco. Cuando A baja de la rueda B le pregunta: ¿Te mareaste? Nos asombraríamos mucho, si fuera A el que dijera: Mientras yo estaba en la rueda te veía girar y pensaba: "¡Pobre B, cómo debe marearse!" Cuando un barco "baila" mucho, no son por cierto los habitantes de la costa los que se marean. Si un tren se mueve con movimiento uniforme pueden los pasajeros del tren suponer que es la vía y las casas las que se mueven en sentido contrario; pero si el tren frena de golpe los que se caen, los que notan el efecto de la aceleración, son los pasajeros del tren y no los habitantes de las casas.

Según esto, parece que los movimientos en que existe aceleración gozan de un carácter absoluto. No hacen falta siquiera aparatos especiales para poner de manifiesto esos movimientos. El observador del interior del camarote de un barco no podrá poner de manifiesto la traslación del mismo, pero sí sus movimientos de vaivén.

De modo que el movimiento sería esencialmente relativo si no existiera aceleración y absoluto si existiera ésta. Estos movimientos absolutos con aceleración es lo que denominamos movimiento absoluto de segunda especie. La teoría general de la relatividad formulada por EINSTEIN en 1914 afirma, aunque parezca extraño: *el movimiento absoluto de segunda especie tampoco es revelable, no teniendo sentido, en consecuencia, hablar de él.*

448. Campo gravitatorio y aceleración. — Sea una gran caja, especie de ascensor situada en una región del espacio lejos de la Tierra, del Sol y de las estrellas. Inicialmente esta caja constituye un sistema inercial. No se manifiestan en ella fuerzas de gravitación y un cuerpo sobre el que no actúe ninguna fuerza permanecerá en reposo respecto a las paredes de la caja o se moverá en línea recta y con movimiento uniforme. Supongamos ahora que la caja se mueve con la aceleración *a*, tirada por un hipotético cable desde una lejana estrella (fig. 888). Los observadores del interior de la caja observarán ahora que todos los cuerpos *caen*

con la misma aceleración a (representada en blanco) y ejercen contra el piso de la caja o contra los soportes una fuerza, a la que llaman peso, igual a *m a*.

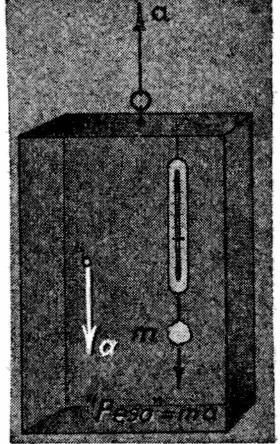


Fig. 888. — Campo gravitacional producido por un movimiento acelerado.

Para explicar esto pueden suponer:

1º Que existe un campo gravitatorio *G*.

2º Que la caja se mueve con aceleración igual y opuesta a la del supuesto campo gravitatorio.

En la primera hipótesis queda sin explicación el hecho de que todos los cuerpos caigan con igual aceleración. De este resultado experimental, concluirán, sin darse cuenta porqué, que la masa de inercia es proporcional al peso.

En la segunda hipótesis, en cambio, los cuerpos parecen caer con la misma aceleración que no es otra que la de la caja.

De aquí el siguiente ***principio de equivalencia*** de EINSTEIN: *Un campo gravitatorio es equivalente, en una pequeña región, a un movimiento acelerado, convenientemente elegido, del sistema de referencia.*

Cuando el tren de uno de los ejemplos anteriores frena, pueden los pasajeros del mismo decir: el movimiento de la vía, de las casas etc., que era uniforme, se convirtió en acelerado y esto originó en el tren un campo gravitatorio que es el que me hace caer. Análogamente el pasajero del barco que baila: "Este movimiento de vaivén de todo el Universo origina un campo gravitatorio variable que me hace ir de un lado para el otro".

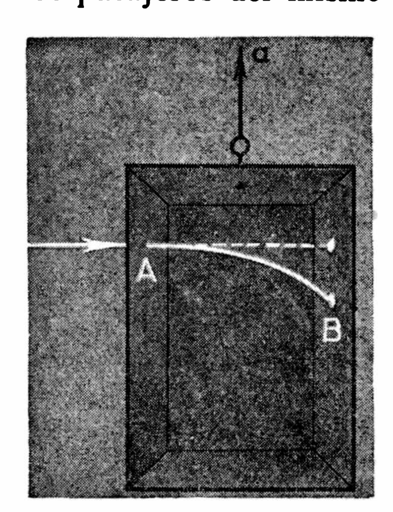


Fig. 889. — Efecto de la aceleración del sistema sobre la luz.

449. Consecuencias. — Si en la caja anterior penetra por una ventana *A* (figura 889) un rayo de luz, incidirá, en la pared opuesta, en un punto tal como *B*. Todo pasa como si la luz pesara. Debe esperarse entonces, de acuerdo al principio de equivalencia, que un rayo de luz se desvíe de su trayectoria inicial en un campo gravitacional. El campo gravitacional terrestre es muy débil para poner de manifiesto el fenómeno. En las cercanías del Sol, en cambio, puede esperarse un efecto apreciable.

La luz de una estrella *E*, que pasa cerca del borde del Sol (figura 890) se desviará, pareciendo al observador terrestre de *T* que proviene de otro punto del Cielo *E'*. Este efecto se ha comprobado fotografiando las estrellas cercanas al Sol durante un eclipse total. Comparando las placas obtenidas con las que se obtienen de la misma región del Cielo en otra época del año se comprobó que la luz se desviaba justamente en el valor previsto por la teoría. Esto prueba que en un campo gravitacional la velocidad de la luz deja de ser constante.

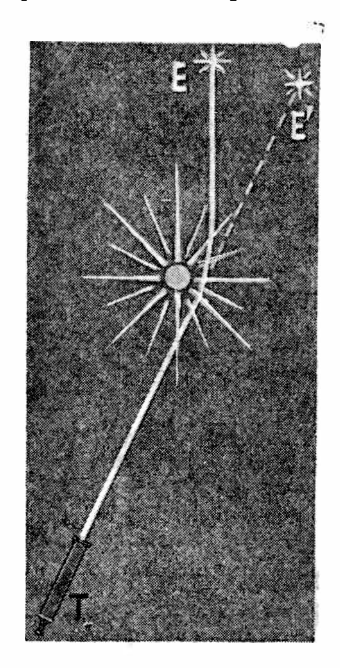


Fig. 890. — La luz pesa.

450. La geometría y la gravitación. — Sea un disco (fig. 891) que se mueve en el sentido de la flecha alrededor de un eje *O* respecto a un sistema inercial *S*. Aparecen en cada punto del disco fuerzas centrífugas. Los observadores del disco, sistema *S'*, pueden suponerse en reposo a condición de hacer aparecer un campo gravitacional *especial* que ellos supondrán generado por el movimiento rotatorio de *S*. Nosotros explicamos el achatamiento polar de la Tierra por la fuerza centrífuga originada por su "*rotación en el espacio*". Esta rotación se efectúa con respecto a las estrellas y podemos suponer que el achatamiento es producido por la rotación de todo el Universo alrededor de la Tierra. En otros términos: si la Tierra fuera el único cuerpo del Universo no se habría achatado.

Pero ocurre aquí una complicación: si en el sistema *S'* se mide el diámetro del disco y luego la circunferencia del mismo, se obtiene, por división, un número mayor que π. En efecto, en la dirección del radio, las reglas de medida no experimentan acortamiento alguno, en cambio se acortan en la dirección del movimiento. La geometría aplicable a la superficie del disco en movimiento no puede ser ya la geometría de Euclides.

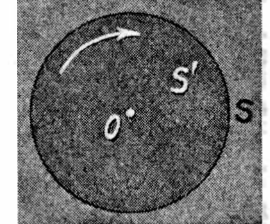


Fig. 891. — La geometría del disco es no euclídea.

En un campo gravitatorio tampoco es válida esa geometría. Los planetas describen curvas alrededor del Sol, no porque sean atraídos por él, sino porque el espacio es curvo.

El aparato matemático de la teoría general de la relatividad de Einstein es sumamente complicado. Digamos tan sólo que con ella se explican los movimientos de los planetas, coincidiendo en sus resultados con los que se obtienen aplicando la ley de Newton. En algunos casos en que la ley de Newton no era suficiente, como en el del pequeño desplazamiento observado en el eje de la elipse que recorre Mercurio (42" por siglo), la teoría de Einstein los explica perfectamente.

Otra consecuencia de esta teoría de la gravitación que se ha comprobado experimentalmente es la siguiente: Volvamos al disco de la figura 891. Los relojes de *S'* colocados en la periferia del disco atrasan con respecto a los relojes de *S*. Pero en la periferia del disco actúa la fuerza centrífuga, o sea, un campo gravitacional. Aplicamos el principio de equivalencia y obtenemos este curioso resultado: *Un reloj (de cualquier naturaleza) colocado en un campo gravitacional debe marchar tanto más despacio cuanto más intenso sea ese campo.* Los átomos son relojes que al vibrar emiten luz de determinada longitud de onda. Un átomo de sodio en el Sol vibra más despacio que en la Tierra. De aquí que la longitud de onda de la luz de sodio emitida por el Sol debe ser algo mayor que la longitud de onda de la luz de sodio emitida por una fuente terrestre. Las rayas espectrales del Sol deben estar desplazadas entonces hacia el rojo, si se compara su espectro con el de una fuente terrestre.

Este corrimiento hacia el rojo (muy pequeño) se ha comprobado sobre todo en los espectros de las estrellas llamadas "enanas blancas" *.

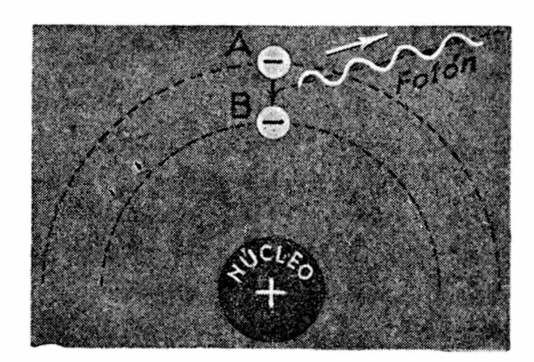


Fig. 892. — Al caer un electrón, nace un fotón.

ONDAS Y CORPÚSCULOS

451. Cómo nace un fotón. Teoría de Bohr. — Hemos visto que los átomos están formados por un núcleo central cargado positivamente y por cierto número de electrones negativos que rodean a aquel núcleo.

Supongamos que un electrón que se encuentra en *A* (fig. 892) *salte* a otra posición *B*.

---

* Véase: *Cosmografía*, LOEDEL - DE LUCA, Editorial Estrada.

Esta *caída* del electrón implica una disminución de la energía del átomo. Esa energía se irradia en forma de un fotón. Siendo V la diferencia de potencial entre A y B y e la carga eléctrica del electrón, la disminución de la energía será eV. La energía del electrón irradiado tendrá que tener este valor, y si la frecuencia es ν deberá ser (426):

$$h\nu = eV.$$

Como la frecuencia ν es igual a c/λ siendo c la velocidad de la luz y λ la longitud de onda se tiene:

$$\frac{hc}{\lambda} = eV; \qquad \text{de donde:} \quad \lambda = \frac{hc}{eV}.$$

Haciendo los cálculos numéricos se encuentran los valores del cuadro siguiente:

Longitud de onda en angstrom	Electrón - voltios
12 360	1
6 000	2,06
3 000	4,12
1 000	12,36
1	12 360

De acuerdo a este cuadro, la emisión de un fotón de luz amarilla (unos 6 000 angstrom), corresponde a un salto del electrón *entre dos niveles* que difieren en potencial en unos dos voltios.

Los fotones de los rayos X se generan por caídas del electrón *entre niveles* que difieren en miles de voltios.

La *absorción* de un fotón por un átomo hace que uno de sus electrones pase de un nivel inferior a otro superior (fig. 893).

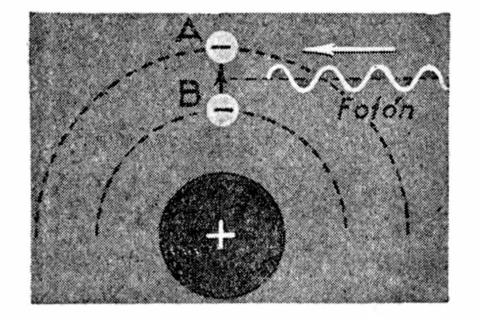


Fig. 893. — Absorción de un fotón por un átomo.

Hemos hablado de *niveles atómicos de energía*. La existencia de esos niveles es una consecuencia de la teoría de los cuantos.

Según la teoría de BOHR (1913) de la emisión y absorción de la luz, cuyas ideas esenciales son las que estamos exponiendo, los niveles de energía en que puede encontrarse un electrón de determinado átomo, podrían representarse en forma parecida a escalones de desigual altura de una escalera (fig. 895). Los saltos del electrón de un escalón a otro producen la emisión o la absorción de la luz según el sentido en que se efectúan dichos saltos. Las líneas espectrales más intensas corresponderían a saltos *más probables.* Si la probabilidad de un salto es grande, el mismo se efectúa en muchos átomos en un intervalo de tiempo dado.



Niels Bohr (nacido en 1885).

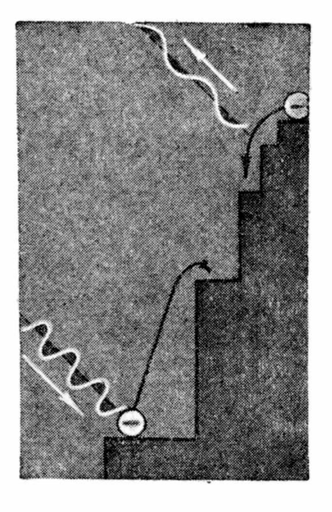


Fig. 895. — Niveles de energía: emisión y absorción de luz.

Hemos visto que los electrones se agrupan alrededor del núcleo atómico en cáscaras, pisos o niveles que se designan con las letras *K; L; M,* etc. (fig. 896). Los rayos X *característicos* tienen su origen en saltos de un electrón en las capas más internas del átomo.

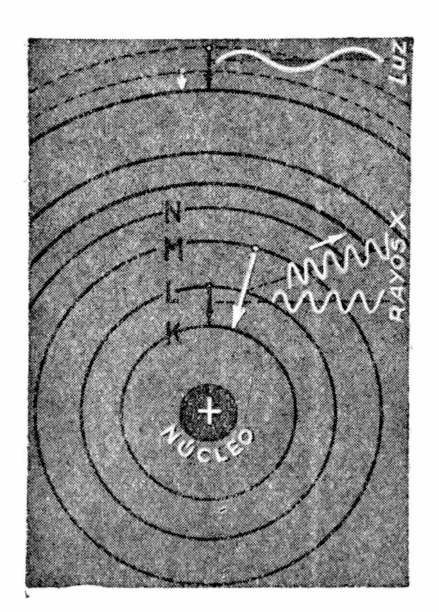


Fig. 896. — Por saltos de un electrón de las capas externas del átomo se origina luz; de las capas internas rayos X.

La luz visible proviene de saltos efectuados por un electrón de la capa exterior.

Este electrón *saltarín,* responsable del espectro del átomo, recibe el nombre de electrón luminoso.

452. ¿Ondas o corpúsculos? — El lector se habrá dicho ya, más de una vez: ¿"Pero, en qué quedamos, la luz consiste en una onda que *se propaga en todas direcciones o en fotones o corpúsculos portadores de cierta energía que siguen determinada dirección*"?

Los físicos se han desesperado por resolver este dilema. Los fenómenos de interferencia y difracción prueban en forma concluyente que se trata de ondas. En este caso la energía emitida por un átomo se propaga según una onda esférica.

Pero el *fenómeno fotoeléctrico* y otros muchos fenómenos de los cuales aquí no nos ocupamos, prueban también, *en forma no menos concluyente, que la luz consiste en corpúsculos o fotones*, en que la energía está concentrada en una pequeñísima región del espacio.

Para resolver esta situación se han propuesto teorías de lo más curiosas y divertidas, algunas de las cuales mencionaremos rápidamente. Se propuso llamar a las *ondas, ondas pilotos*. Estas ondas no serían portadoras de energía, y se limitarían a *guiar* a los fotones. Actuarían sobre éstos como el "*espíritu sobre la materia*". Otros físicos creyeron resolver el dilema suponiendo que los fotones eran "*paquetes de ondas*". Pero se encontró que estos "*paquetes*" no podían tener consistencia, pues al incidir la luz sobre una lámina de vidrio, en parte se refleja y en parte pasa. Los paquetes se dividen, en tanto que los fotones se comportan como indivisibles: un número de ellos se refleja y el resto atraviesa la lámina.

Se resignaron los físicos a admitir para la luz una naturaleza *dual*: Para explicar unos fenómenos se admite que son ondas, para explicar otros, que son corpúsculos.



Luis de Broglie (nacido en 1892).

453. Ondas de de Broglie. — La situación precedente en que se encontraba la física teórica frente al problema de las ondas y los corpúsculos no podía ser más desagradable. LUIS DE BROGLIE en 1924 debe haberse dicho para sí, lo siguiente: "Si la luz, de cuya naturaleza ondulatoria no podemos dudar, *pues medimos la longitud de onda*, se comporta como si estuviera formada por corpúsculos, a lo mejor un haz de corpúsculos, por ejemplo un haz de electrones, se comporta *como si estuviera formado por ondas*".

Si un electrón se mueve con la velocidad v, se supondrá que lo acompaña una onda, de longitud de onda λ, tal que:

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \qquad [1]$$

siendo m la masa del electrón y h la constante de Planck.

Para obtener la relación anterior aplicó DE BROGLIE una notable consecuencia de la teoría de la relatividad enunciada por EINSTEIN en 1905. Según esta teoría la energía y la masa son una misma cosa, transformables *en principio* una en otra. A una masa m corresponde una energía E dada por la relación:

$$E = mc^2$$

donde c es la velocidad de la luz. Según la teoría de los cuantos de luz o fotones, la energía de un fotón es igual a $h\nu$ siendo ν la frecuencia. Aplicando la fórmula anterior a los fotones se tiene:

$$h\nu = m'c^2.$$

Como ν (frecuencia) es igual a c/λ resulta:

$$\lambda = \frac{h}{m'c},$$

donde m' sería la supuesta masa de un fotón, que se mueve con la velocidad c.

La fórmula [1] de DE BROGLIE es análoga a la precedente.

Con la *incomprensible* fórmula [1], logró DE BROGLIE dar una explicación de los niveles de energía de los átomos, en particular para el hidrógeno que es el átomo más sencillo de todos.

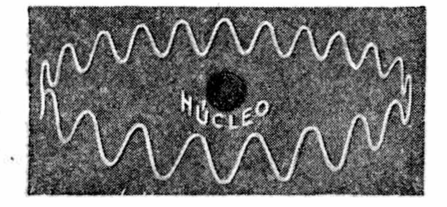


Fig. 898. — Ondas de materia del electrón.

Hemos dicho ya varias veces que el átomo de hidrógeno se supone formado por un protón y un electrón negativo que gira alrededor de aquél. ¿A qué distancia podrá encontrarse el electrón del protón? De Broglie contesta: *El electrón puede recorrer aquellas órbitas circulares en que quepan un número entero de ondas de electrón* (fig. 898). Llamando r al radio de una órbita deberá ser:

$$2\,\pi\,r = n\lambda.$$

Reemplazando aquí el valor de λ dado por la [1] resulta:

$$mvr = n\frac{h}{2\,\pi}. \qquad [2]$$

Esta ecuación, consecuencia de la teoría de los cuantos de PLANCK, había sido utilizada por BOHR en 1913, pudiendo explicar con su auxilio, *la emisión de todas las líneas espectrales del hidrógeno.*

A pesar de este éxito de la suposición de DE BROGLIE la mayoría de los físicos no tomaron muy en serio eso de las *ondas de materia.* Deben haberse dicho: Bastante dolor de cabeza nos causa el comportamiento dual de la luz para admitir un comportamiento dual de la materia!



E. Schroedinger (nacido en 1887).

454. **La mecánica ondulatoria.** — Las ideas de DE BROGLIE se abrieron, sin embargo, camino. El físico E. SCHROEDINGER en 1926 debe haber pensado lo siguiente:

> "En el seno del átomo los electrones pueden recorrer solamente determinadas órbitas. Si la mecánica clásica de Newton fuera aplicable a esas diminutas partículas, todas las órbitas serían posibles y no habría *escalones de energía,* sino una pendiente continua. Es notable que DE BROGLIE haya conseguido establecer la fórmula fundamental [2] de la teoría de los cuantos, con su audaz hipótesis de las ondas de materia. *Cuando aparecen ondas, aparecen también números enteros, como en la teoría de los cuantos*".

En una cuerda vibrante fija por sus extremos, la longitud de onda es tal que la mitad de ella (fig. 900), por un *número entero,* debe ser igual a la longitud de la cuerda.

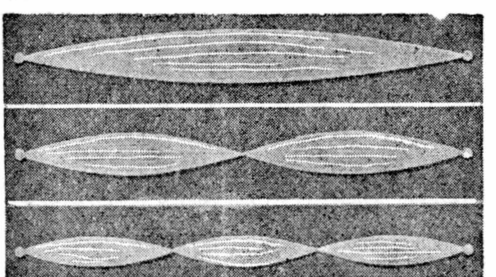


Fig. 900. — Ondas y números enteros.

Se trata entonces de *inventar* una fórmula que sustituya a las fórmulas de la mecánica clásica y que sea aplicable al dominio del átomo. Esta fórmula fué encontrada efectivamente por el físico mencionado y con ella se podía calcular las líneas espectrales de los átomos y muchas otras cosas. En esa fórmula aparecía una "*letra*" Ψ y los grandes sabios se encontraban frente a ella, como un alumno del colegio que aprende una fórmula de memoria y olvida lo que significan las letras de la misma. Esa "*letra*" representaba para algunos la *densidad eléctrica,* asemejándose el elec-

trón a una nube de electricidad de dimensiones mucho más grandes que el mismo átomo! Para otros esa letra representaba *la probabilidad* de que un electrón se encontrara en determinado lugar!

Basta mencionar lo que precede para que el lector se forme una idea del grado de abstracción que ha alcanzado la física de nuestros días.

455. Ondas de materia. — Frente a los éxitos de la mecánica ondulatoria de DE BROGLIE y SCHROEDINGER los físicos empezaron a considerar más seriamente las supuestas ondas de DE BROGLIE. Se encontró entonces que esas supuestas ondas existían realmente, pues un haz de electrones, o sea un haz de rayos catódicos se *difracta* en forma análoga a como lo hace la luz (fig. 901). La longitud de onda medida corresponde al valor que había supuesto DE BROGLIE.

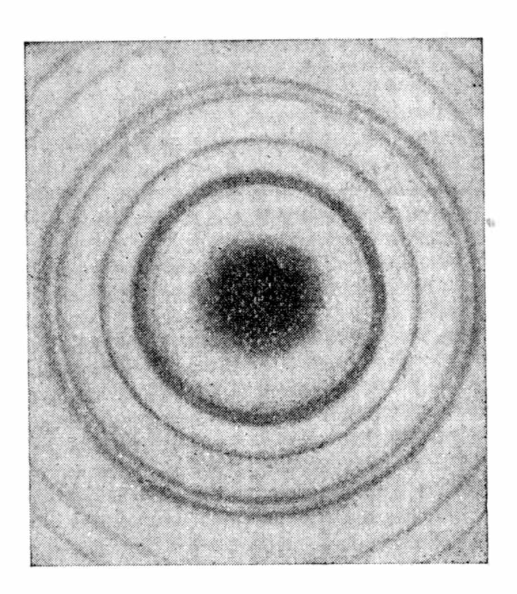


Fig. 901. — Anillos de difracción obtenidos haciendo pasar un haz de electrones a través de una delgada hoja metálica.

456. Ondas de probabilidad. — Profundos análisis teóricos han probado que no es posible aplicar al dominio del átomo los conceptos e imágenes que obtenemos de nuestra experiencia diaria por estar en contacto sensorial con el mundo de *dimensiones medias*. El mundo de lo infinitamente pequeño requiere, para su interpretación, nuevos conceptos. A estos conceptos no se les puede acoplar imágenes tomadas del mundo de dimensiones medias. Las ondas de agua que *vemos* en la superficie de un lago y la bala que sale del caño de un arma, nos dan una imagen de ondas y corpúsculos. Con estas imágenes pretendemos interpretar lo que pasa en el dominio del átomo y nos encontramos que ondas y corpúsculos aparecen mezclados en forma *ininteligible*. El único lenguaje aplicable al dominio atómico es el lenguaje matemático. Los físicos están en posesión de fórmulas, desgraciadamente muy complicadas, con las cuales pueden preverse ciertos hechos. Esto significa que un físico puede decir: en tal y tal circunstancia se observará tal y tal cosa. Por ejemplo: si se hace pasar una corriente de electrones por un tubo con helio (tubo geissler) se observarán tales y tales líneas con un espectroscopio;

la luz correspondiente a tal longitud de onda arrancará de tal cuerpo electrones y los proyectará con tal velocidad y esa misma luz producirá en tales circunstancias franjas de interferencia en tal y tal lugar.

El lector dirá: Para saber dónde se producen las franjas de interferencia el físico necesitará de las ondas y para saber cómo salta un electrón de un cuerpo herido por la luz, de los corpúsculos.

Efectivamente es así: Los físicos siguen empleando las ondas pero estas ondas son *¡ondas de probabilidad!* Si dos ondas de probabilidad al superponerse dan origen en un punto a una onda de amplitud mayor en ese punto, la probabilidad de que incida allí un fotón será mayor y tendremos el punto iluminado. En cambio, si dos ondas de probabilidad se anulan, siendo la amplitud resultante cero, la probabilidad de encontrar un fotón es cero y tendremos allí obscuridad. Pero las cosas son todavía más complicadas: este cálculo con ondas de probabilidad se efectúa en un espacio ficticio de un número de dimensiones muy grande! No es posible llevarlo a cabo en un espacio de tres dimensiones.

El lector no ha comprendido, con seguridad, gran cosa. No se aflija por ello, que los físicos tampoco comprenden esto mucho mejor que él.

CAUSALIDAD E INDETERMINISMO

457. **Principio de Heisenberg.** — Entre un alumno A y un profesor P se entabla el siguiente diálogo:

A. — Señor, he leído en un periódico que la física actual es indeterminista; que ya no se acepta más el *principio de causalidad.* ¿Es ello cierto?

P. — No, no es cierto.

A. — Ya me había parecido a mí que no podría ser así. ¡Es tan lógico y claro eso de que a iguales causas iguales efectos! De modo que el principio de causalidad se considera actualmente válido ¿verdad?

P. — No, tampoco.

A. — Ahora sí que entiendo menos que antes. Según esto el tal principio no es ni falso ni verdadero. ¿No es así?

P. — Justamente. *El principio de causalidad* en el mundo atómico, *en la microfísica, carece de sentido.*

A. — ¿Qué quiere decir que carece de sentido?

P. — Existen proposiciones que son gramaticalmente correctas y que no son verdaderas ni falsas. Ejemplos: Napoleón es un número primo; el oro es impar; la gravedad es azul.

A. — Pero el principio de causalidad es algo serio. En cambio...

P. — Sí, los ejemplos precedentes son, si se quiere, groseros; pero a veces no es fácil advertir la falta de sentido de una proposición. Ejemplo: ¿Qué color tienen los cuerpos en la oscuridad?

A. — Comprendo en este caso que se trata de un *pseudo-problema*, pues carecería de sentido que alguien sostuviera que en la obscuridad son rojos o azules ya que para verificar ello experimentalmente habría que iluminarlos.

P. — Perfectamente. *Una proposición que se refiera al mundo físico y que sea, **en principio, incontrolable experimentalmente,** carece de sentido.*

A. — Pero el principio de causalidad no está en ese caso; me parece que la experiencia lo confirma a cada instante. Ni siquiera concibo la existencia de la ciencia si no se admite la validez del principio de causalidad.

P. — Vayamos más despacio. Imaginemos que queremos verificar experimentalmente el tal principio en el campo de la *macrofísica.* En particular, todavía, en el campo de la mecánica.

Si arrojamos un proyectil y *medimos su posición y velocidad* en un instante dado, estamos en condiciones de prever, utilizando las ecuaciones de la mecánica, la posición del proyectil en un instante posterior cualquiera. Si sacamos una película de la trayectoria se encuentra efectivamente que el recorrido real coincide con el calculado, dentro de ciertos límites. En astronomía se verifica esto en forma maravillosa.

A. — Entonces tiene pleno sentido hablar del principio de causalidad, ya que la experiencia puede decidir si es él verdadero o falso. Si fuera falso, o si hubiera indeterminación en la física, a la misma posición y velocidad inicial corresponderían, en experimentos sucesivos, distintas trayectorias. Nadie en el mundo podrá convencerme de que el principio es falso y mucho menos de que no tiene sentido.

P. — No hay que apurarse. Sea ahora nuestro proyectil un electrón. Tratemos de imaginar que deseamos medir la posición y la velocidad del electrón en un instante dado. Disponemos para ello de aparatos perfectos: microscopios ideales con placas fotográficas que registran el paso del electrón por determinada región. Incluso podemos suponer que las observaciones son llevadas a cabo por un

superfísico S, tan amable, que nos comunica el resultado de sus medidas.

Le preguntamos a S: ¿Quisiera decirnos, señor S, con toda exactitud la posición y la velocidad que tenía el electrón en tal momento?

S contestaría: Lo que ustedes pretenden es imposible. Si se mide con mucha exactitud la posición del electrón, el error que *inevitablemente* se comete en la determinación de la velocidad es muy grande; e inversamente, si mido la velocidad con creciente exactitud, la incerteza con respecto a la posición aumenta.

A. — Señor profesor, no entiendo absolutamente nada.

P. — Para observar a un electrón, aunque se trate de un superfísico, debe iluminársele, o hacer que choquen contra él otros electrones u otras partículas que llegarán después del choque hasta el aparato de observación. El choque de los fotones o de otros electrones contra el electrón que se desea observar, modifica en forma imprevisible su posición y su velocidad. El *poder separador* de un microscopio es tanto mayor cuanto menor es la longitud de onda de la luz empleada. Si le pedimos a S mucha exactitud en la determinación de la posición, utilizará luz de longitud de onda muy corta, pues la incerteza es en este caso del orden de la longitud de onda. Si opera con luz ultravioleta nos podrá decir la posición que ocupaba el electrón más exactamente que utilizando luz visible; con rayos X la exactitud en la determinación de la posición será aún mayor, y mayor todavía si utiliza rayos gamma.

A. — Tratándose de un superfísico dispondrá de un buen microscopio de rayos gamma y nos podrá decir con la exactitud que queramos la posición y la velocidad que tenía el electrón.

P. — De ningún modo ambas magnitudes. Al disminuir la longitud de onda aumenta la frecuencia ν de la luz empleada. Los fotones son portadores de una energía igual a $h\nu$ y de un impulso mecánico igual a $h\nu/c$, siendo h la constante de Planck y c la velocidad de la luz. Al chocar contra el electrón modifican su velocidad, tanto más, cuanto mayor sea el impulso de los fotones. Le ocurre al físico con los electrones algo análogo a lo que sucede cuando un ciego quiere palpar la frágil forma de un castillo de naipes.

A. — Le confieso que no he entendido mucho, pero me parece que el hecho de que no se pueda determinar en forma absolutamente precisa, simultáneamente, la posición y la velocidad de un electrón, no afecta mayormente al principio de causalidad. Podemos, y me parece que hasta debemos pensar, que en determinado momento el electrón *tendrá* una posición y una velocidad bien determinada.

P. — ¿No habíamos quedado en que el sentido de una proposición radica en que ella sea controlable, por lo menos en principio, experimentalmente?

A. — Entonces no tiene sentido tampoco decir que los electrones recorren órbitas circulares alrededor del núcleo, pues si se quisiera comprobar si esas órbitas son circulares o no, habría que iluminar al átomo y los electrones saltarían fuera por el efecto fotoeléctrico.

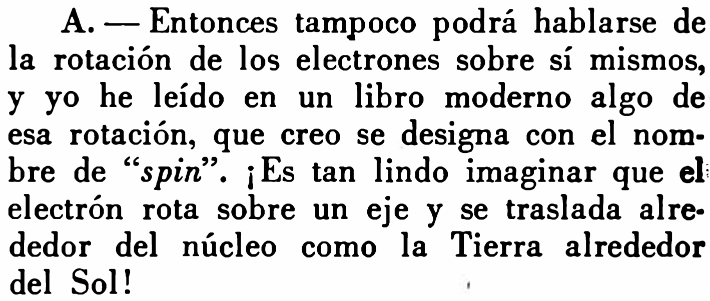
P. — ¡Muy, pero muy bien! Las órbitas de la teoría de Bohr pertenecen ya al dominio de la historia.

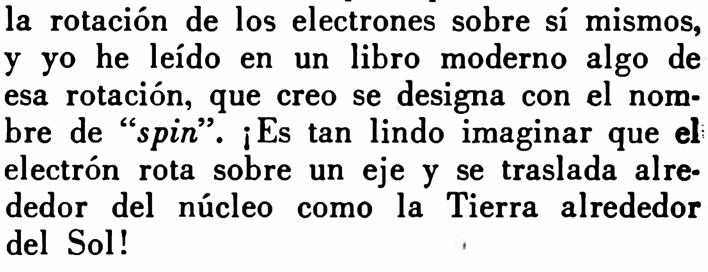
A. — ¿De modo que la teoría de Bohr es falsa?

P. — No, lo esencial de la teoría de Bohr subsiste: la energía de un átomo varía en forma *discreta, discontinua;* existen en él niveles de energía. Esta variación de energía puede medirse en forma directa. De la parte imaginativa de la teoría de Bohr, de las órbitas de los electrones es de lo que *no debe hablarse.*



Werner Heisenberg (nacido en 1901).





A. — Entonces tampoco podrá hablarse de la rotación de los electrones sobre sí mismos, y yo he leído en un libro moderno algo de esa rotación, que creo se designa con el nombre de "*spin*". ¡Es tan lindo imaginar que el electrón rota sobre un eje y se traslada alrededor del núcleo como la Tierra alrededor del Sol!

P. — Es que los físicos son incorregibles: lo del "spin" es un momento magnético, un número cuántico con el cual se explica, entre otras cosas, el desdoblamiento de las líneas espectrales emitidas por los átomos cuando éstos se colocan en un campo magnético. Lo de la rotación es un adorno.

A. — ¿Qué principio sustituye al de causalidad en el dominio del átomo?

P. — Es el principio de indeterminación de HEISENBERG que puede enunciarse así:

Si en la determinación de la velocidad v *de una partícula de masa* m, *según la dirección del eje de coordenadas* x, *se comete un error menor que* Δv, *la posición de la partícula según el eje* x *podrá determinarse, a lo más, con un error* Δx *tal que*:

$$\Delta x \times \Delta v = \frac{h}{m}.$$

EJEMPLO NUMÉRICO: Si la partícula es un electrón, su masa es:

$$m = 9 \times 10^{-28} \text{ [gramos]},$$

y como la constante h de Planck en el sistema C. G. S. vale:

$$h = 6{,}5 \times 10^{-27} \text{ [ergio} \times \text{segundo]}$$

resulta aproximadamente:

$$\frac{h}{m} = 7 \text{ cm} \times \frac{\text{cm}}{\text{seg}} \quad .$$

Luego, si se determina la posición con una aproximación de 1 cm, la aproximación que se podrá lograr en la medida de la velocidad será, a lo más, de 7 cm/seg. Si $\Delta x = 0{,}1$ cm resulta para el margen de incerteza en la velocidad: $\Delta v = 70$ cm/seg, etc.

A. — Pero en todas las medidas se cometen siempre errores; si se dispara con un fusil sobre un blanco, por más precauciones que se tengan, no se podrá lograr que todos los proyectiles hagan impacto siempre en el mismo punto. Pero en lugar de pensar que ello se debe a que el principio de causalidad no vale, se admite que las condiciones iniciales son algo diferentes: las balas no serán todas exactamente iguales, la cantidad de pólvora tampoco, etc.

P. — Hasta ahora se había admitido que esos errores podían reducirse *en principio* cuanto se quisiera. Se admitía que el límite hacia el cual podrían hacerse tender a los mismos era cero. Hoy en cambio se sabe que ese límite está dado por la constante de Planck. Si se disparara con un fusil de electrones, al ir reduciendo el diámetro de la boca del caño, vamos precisando más y más la posición de los proyectiles, por lo cual quedará más y más indeterminada la componente de la velocidad de los mismos perpendicular al caño del arma: *los electrones se difractan en la boca del caño.*

A. — ¿De modo que esto tiene algo que ver con las ondas de materia?

P. — Naturalmente. La indeterminación surge del comportamiento dual, corpuscular y ondulatorio, de luz y materia. Del electrón que sale de la boca del supuesto fusil, no se puede decir dónde hará impacto; sólo se puede calcular la *probabilidad* que tiene de incidir en determinado punto. La onda que acompaña al electrón es una onda de probabilidad cuya longitud está dada justamente por h/mv.

A. — Y si la constante de Planck tuviera un valor mucho más grande del que realmente tiene ¿qué pasaría?

P. — Una de las consecuencias inmediatas sería que no se podría jugar al billar. La longitud de la onda de materia que acompañaría a cada bola sería grande, los efectos de difracción enormes y al iluminar la sala donde está el billar, para observar las trayectorias de las bolas, éstas saltarían, pues los fotones tendrían una energía y un impulso muy grande. Si la constante de Planck tuviera un valor mucho mayor del que realmente tiene, creo que no se hubiera hablado jamás de determinismo.

A. — Todo esto me resulta sumamente confuso.

P. — Lo suponía:

"EN EL PRINCIPIO ERA TODO TINIEBLAS".

ÍNDICE

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LA FÍSICA

CONSTITUCIÓN DE LA MATERIA

CAPÍTULO II

MAGNITUDES Y MEDIDAS

FUERZAS. GRAVEDAD. PESO

EXACTITUD Y ERROR

CAPÍTULO III

ESTÁTICA

CAPÍTULO IV

CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Pág.

CAPÍTULO V

MOVIMIENTO

CAÍDA DE LOS CUERPOS

FUERZAS RESISTENTES

CAPÍTULO VI

DINÁMICA

Pág.

CAPÍTULO VIII

PÉNDULO. MOVIMIENTO CIRCULAR. MOVIMIENTO OSCILATORIO

MOVIMIENTO CIRCULAR

* ROTACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

MOVIMIENTO OSCILATORIO

CAPÍTULO IX

GRAVITACIÓN UNIVERSAL

CAPÍTULO X

HIDROSTÁTICA

TRANSMISIÓN DE PRESIONES

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES. APLICACIONES

CAPÍTULO XI

PRESIÓN ATMOSFÉRICA

COMPRESIBILIDAD DE LOS GASES

SOLUCIONES Y GASES

CAPÍTULO XV

CALORIMETRÍA

CALOR Y TRABAJO

PROPAGACIÓN DEL CALOR

CAPÍTULO XVI

CAMBIOS DE ESTADO

VAPORIZACIÓN

Pág.

CAPÍTULO XIX

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA CINÉTICA MOLECULAR

TEORÍA CINÉTICA MOLECULAR

CAPÍTULO XX

ÓPTICA. REFLEXIÓN DE LA LUZ

FOTOMETRÍA

REFLEXIÓN DE LA LUZ

DISPERSIÓN DE LA LUZ

CAPÍTULO XXIII

NATURALEZA DE LA LUZ

POLARIZACIÓN DE LA LUZ

Pág.

CAPÍTULO XXIV

MAGNETISMO

MAGNETISMO TERRESTRE

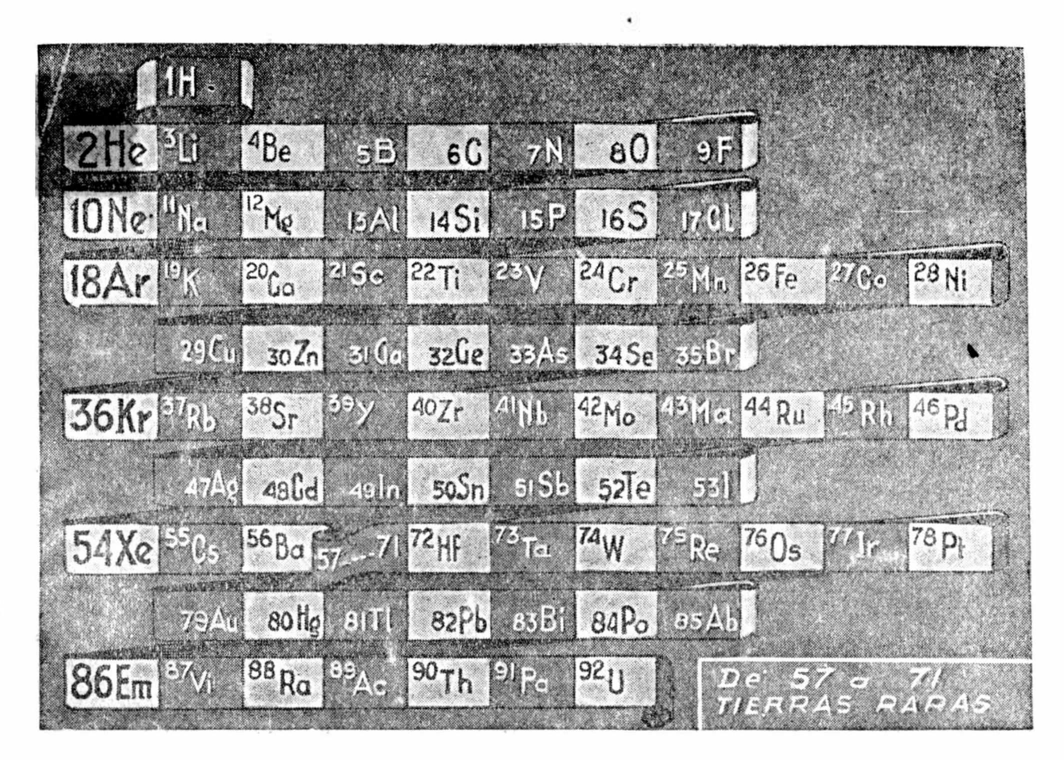
COMPORTAMIENTO DE LAS SUBSTANCIAS EN UN CAMPO MAGNÉTICO

CAPÍTULO XXV

ELECTROESTÁTICA

MÁQUINAS ELÉCTRICAS DE INFLUENCIA

CLASIFICACIÓN PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS



NÚMERO DE ORDEN, NOMBRE, SÍMBOLO Y PESO ATÓMICO

1	Hidrógeno	H	1,008
2	**Helio**	**He**	4,00
3	Litio	Li	6,94
4	Berilio	Be	9,02
5	Boro	B	10.82
6	Carbono	C	12,00
7	Nitrógeno	N	14,008
8	Oxígeno	O	16,000
9	Flúor	F	19,00
10	**Neón**	**Ne**	20,2
11	Sodio	Na	23,00
12	Magnesio	Mg	24,32
13	Aluminio	Al	26,97
14	Silicio	Si	28,06
15	Fósforo	P	31,04
16	Azufre	S	32,07
17	Cloro	Cl	35,46
18	**Argo**	**Ar**	39,94
19	Potasio	K	39,10
20	Calcio	Ca	40,07
21	Escandio	Sc	45,10
22	Titanio	Ti	47,90
23	Vanadio	V	51,0
24	Cromo	Cr	52,01
25	Manganeso	Mn	54,93
26	Hierro	Fe	55,84
27	Cobalto	Co	58,97
28	Níquel	Ni	58,68
29	Cobre	Cu	63,57
30	Zinc	Zn	65,38
31	Galio	Ga	69,72
32	Germanio	Ge	72,60
33	Arsénico	As	74.96
34	Selenio	Se	79,2
35	Bromo	Br	79,92
36	**Criptón**	**Kr**	82,9
37	Rubidio	Rb	85,5
38	Estroncio	Sr	87,6
39	Itrio	Y	88,9
40	Circonio	Zr	91,3
41	Niobio	Nb	93,5
42	Molibdeno	Mo	96,0
43	Masurio	Ma	—
44	Rutenio	Ru	101,7
45	Rodio	Rh	102,9
46	Paladio	Pd	106,7
47	Plata	Ag	107,88
48	Cadmio	Cd	112,4
49	Indio	In	114,8
50	Estaño	Sn	118,7
51	Antimonio	Sb	121,8
52	Telurio	Te	127,5
53	Yodo	I	126,92
54	**Xenón**	**Xe**	130,2
55	Cesio	Cs	132,8
56	Bario	Ba	137,4
57	Lantanio	La	138,9
58	Cerio	Ce	140,2
59	Praseodimio	Pr	140,9
60	Neodimio	Nd	144,3
61	Ilinio	Il	—
62	Samario	Sm	150,4
63	Europio	Eu	152,0
64	Gadolinio	Gd	157,3
65	Terbio	Tb	159,2
66	Disprosio	Dy	162,5
67	Holmio	Ho	163,5
68	Erbio	Er	167,7
69	Tulio	Tu	169,4
70	Iterbio	Yb	173,5
71	Casiopeo	Cp	175,0
72	Hafnio	Hf	178,6
73	Tantalio	Ta	181,5
74	Volframio	W	184,0
75	Renio	Re	189
76	Osmio	Os	190,9
77	Iridio	Ir	193,1
78	Platino	Pt	195,2
79	Oro	Au	197,2
80	Mercurio	Hg	200,6
81	Talio	Tl	204,4
82	Plomo	Pb	207,2
83	Bismuto	Bi	209,0
84	Polonio	Po	210
85	Alabamio	Ab	—
86	**Emanación**	**Em**	222
87	Virginio	Vi	—
88	Radio	Ra	226,0
89	Actinio	Ac	230
90	Torio	Th	232,1
91	Protactinio	Pa	234
92	Uranio	U	238,2

El elemento 86 se llama también Radón (Rn).